UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II
POLO DELLE SCIENZE E DELLE TECNOLOGIE

FACOLTÀ DI ARCHITETTURA
A.A.2007-2008

CORSO DI LAUREA IN SCIENZE DELLôARCHITETTURA
INSEGNAMENTO DI FISICA TECNICA

APPUNTI DALLE LEZIONI

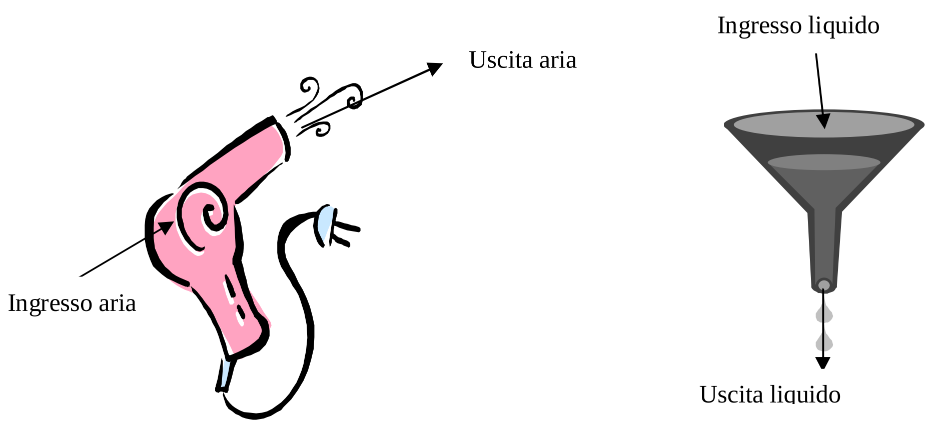
CAP.III ï I SISTEMI APERTI

NAPOLI, OTTOBRE 2007

Capitolo terzo
Sistemi aperti in regime stazionario: bilanci di massa e di energia

3.1 Introduzione

Come già visto nel primo capitolo, un sistema termodinamico è costituito dalla materia contenuta all'interno di un confine, detto *superficie di controllo (S.C.)*. La superficie di controllo è, in generale, una superficie geometrica immaginaria, tuttavia essa può, del tutto o in parte, coincidere con superfici reali. Nel secondo capitolo si sono studiati, con lôapproccio della massa di controllo, i sistemi chiusi, ossia i sistemi i cui confini non consentono scambi di materia tra il sistema stesso e lôambiente circostante.



d) asciugacapelli e) imbuto

Fig. 3.1.1

In Fig. 3.1.1 sono riportati due esempi di sistemi la cui superficie di controllo, almeno in alcune sue parti, è permeabile alla materia; tali tipi di sistemi si dicono aperti. In questo caso, poiché sono consentiti scambi di massa tra sistema ed ambiente, non ha più senso parlare di massa di controllo. Infatti, prendendo ad esempio lôimbuto di Fig.3.1.1, se si vuole analizzare lôevoluzione del sistema durante un periodo di osservazione $\Delta\theta$, almeno una parte della sostanza liquida che nellôistante iniziale dellôintervallo di tempo era contenuta allôinterno del sistema, nellôistante finale farà parte dellôambiente circostante, essendone fuoriuscita, così come è possibile che invece al termine della trasformazione il sistema contenga della materia che inizialmente faceva parte dellôambiente. Per questo motivo lo studio dei sistemi aperti si effettua con riferimento al volume racchiuso dalla superficie di controllo, detto *volume di controllo*, delimitato in genere da superfici reali, impermeabili al flusso di materia e da zone permeabili che consentono lôingresso e lôuscita della sostanza dal sistema.
Oltre agli esempi di fig.3.1.1, rappresentati da oggetti della vita quotidiana, nel sistema edificio-impianto vi sono molteplici esempi di sistemi chiusi ed aperti. Le pareti di confine dellôedificio, che scambiano con lôambiente energia sotto forma di calore, sono sistemi chiusi, così come un edificio o un appartamento viene considerato un sistema chiuso in cui la massa di controllo è lôaria contenuta in essi, quando non si considerano i flussi di massa necessari per ricambi dôaria: in questôultimo caso il sistema è aperto.
I componenti degli impianti di riscaldamento e condizionamento sono generalmente sistemi aperti; un esempio è dato dal termosifone, così come schematizzato in fig.3.1.2: in esso entra, attraverso lôingresso, acqua calda proveniente dalla caldaia e messa in circolazione da una pompa. Lôacqua calda fluisce allôinterno del termosifone e cede energia termica allôambiente circostante che si trova

ad una temperatura inferiore, per poi uscire attraverso la sezione di uscita ad una temperatura più bassa rispetto a quella che aveva in ingresso. Il volume di controllo, in tal caso, è racchiuso dalle pareti del termosifone che costituiscono una superficie reale, e dalle sezioni di ingresso ed uscita dal componente che rappresentano superfici ideali.

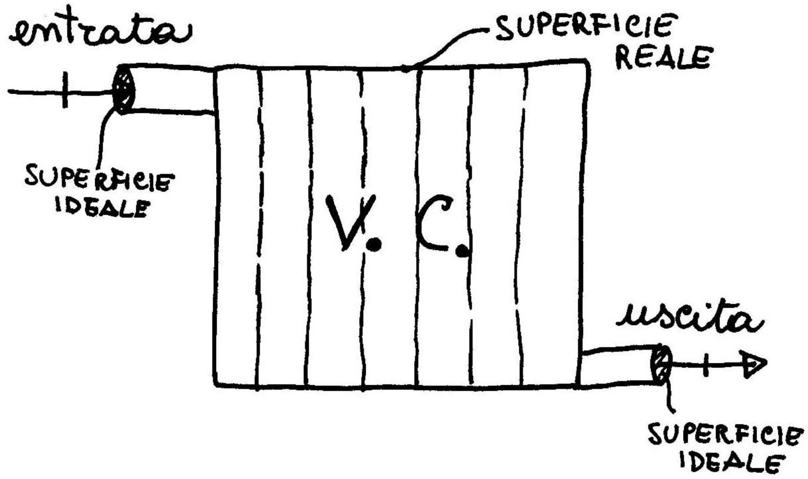


Fig.3.1.2

Ogni parte di tubazione o canale di un impianto è un sistema aperto. Nellôesempio di fig.3.1.3 è rappresentato un raccordo in cui si mescolano due portate dôacqua: in tal caso il sistema aperto è dotato di due sezioni dôingresso ed una dôuscita; un rubinetto miscelatore di acqua calda e fredda è un esempio di sistema aperto di questo tipo.
Un tratto di un canale di distribuzione dellôaria negli ambienti di un impianto di climatizzazione, così come schematizzato in fig. 3.1.4, è un esempio di sistema con un ingresso e più uscite.
Nel seguito si studieranno i sistemi aperti in modo schematico introducendo delle ipotesi semplificative, al fine di potere applicare le relazioni che ne derivano a tutti i sistemi in cui tali ipotesi possono essere considerate valide e che, come si vedrà in seguito, rappresentano casi significativi nello studio dei componenti del sistema edificio-impianto.

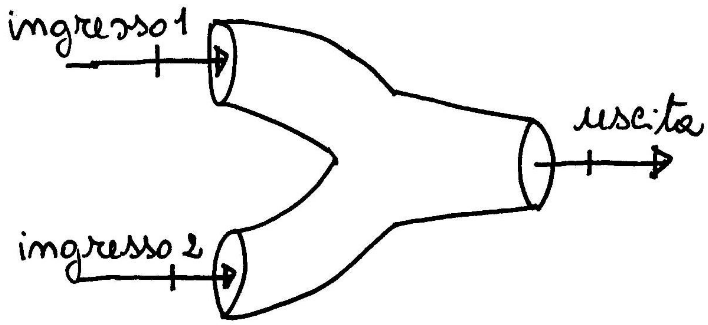


Fig.3.1.3

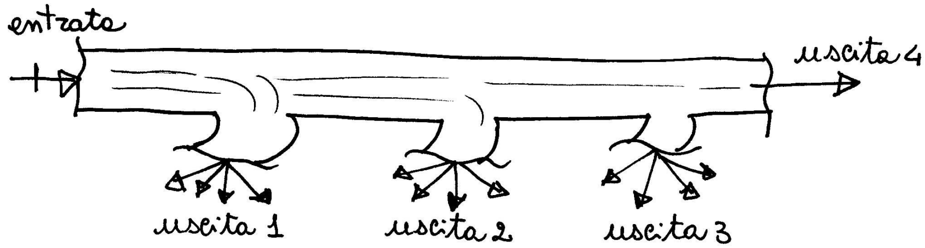


Fig.3.1.4

3.2 Bilancio di massa

Lôequazione di bilancio di una generica grandezza che può essere scambiata tra sistema ed ambiente, così come già visto nel precedente capiltolo, in relazione ad un fissato periodo di osservazione $\Delta\theta$, si scrive:

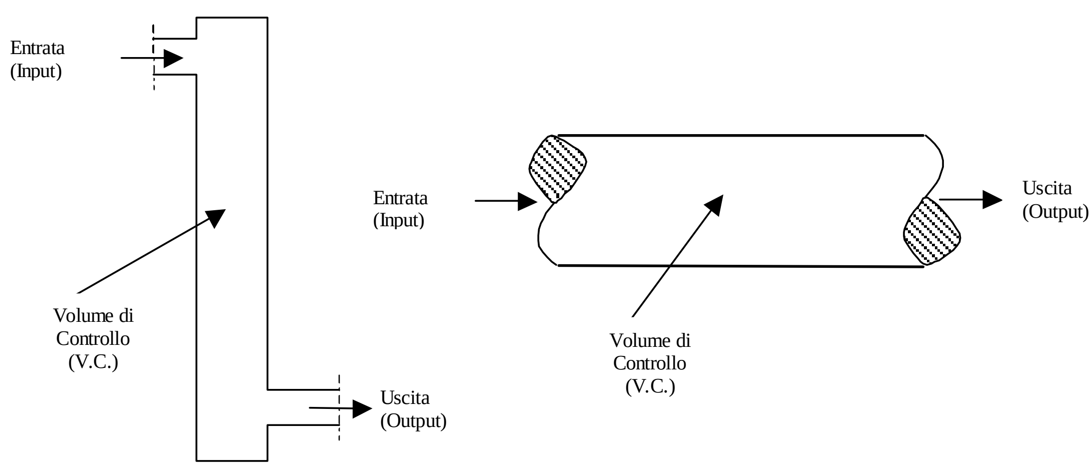
Variazione = Entrata + Produzione - Uscita - Consumo

Quantità additive   Quantità sottrattive

Essendo, nellôambito di fenomeni non relativistici, la massa una grandezza conservativa, i termini Produzione e Consumo presenti al secondo membro del bilancio sono nulli. Si giunge così alla relazione semplificata:

Variazione = Entrata ï Uscita (3.2.1)

Si prenda in considerazione ora un generico sistema aperto con un ingresso ed unôuscita, ad esempio lôelemento di radiatore in Fig. 3.2.1 a) e si indichino con Δm_e e Δm_u le aliquote di massa rispettivamente entranti ed uscenti, durante l'intervallo di tempo $\Delta\theta$; la variazione, durante $\Delta\theta$, della massa contenuta nel volume di controllo, $m_{V.C.}$, in base alla (3.2.1) si scrive:



a) b)

Fig.3.2.1

$$\text{Variazione di } m_{V.C.} = \Delta m_e - \Delta m_u \qquad (3.2.2)$$

Dalla (3.2.2) si deduce che, qualora durante $\Delta\theta$ entri più massa di quanta ne esca il contenuto di massa allôinterno del V .C. aumenta; qualora la variazione risulti negativa, significa che $\Delta m_u > \Delta m_e$. Se infine $\Delta m_u = \Delta m_e$ la variazione della massa nel volume di controllo è nulla, ovvero la massa contenuta nel volume di controllo al termine del periodo di osservazione uguaglia quella che vi era allôinizio.

Osservazione: il fatto che la variazione della massa contenuta allôinterno del volume di controllo sia nulla non implica affatto che le particelle di materia presenti allôinterno del sistema allôinizio del periodo di osservazione siano le stesse presenti al termine.

L 'estensione al caso di un sistema aperto con più ingressi e/o più uscite, come quello mostrato in Fig. 3.2.2, è immediato:

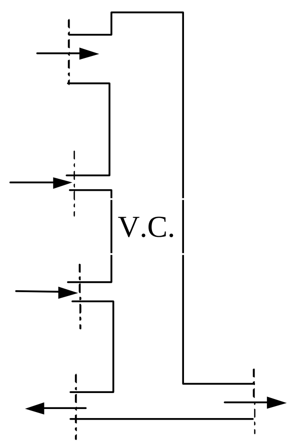


Fig.3.2.2
Sistema aperto con più ingressi e più uscite

$$\text{Variazione di } m_{V.C.} = \sum_e \Delta m_e - \sum_u \Delta m_u \qquad (3.2.3)$$

La durata del periodo di osservazione influisce in modo sostanziale sulla variazione della grandezza in esame e dunque sul comportamento del sistema; per svincolarsi da tale parametro è conveniente riferirsi ad un intervallo di tempo infinitesimo, ossia ad un determinato istante. In tal senso si passa dal concetto di *"aliquota di massa entrante o uscente durante il tempo* $\Delta\theta$***ò***, dipendente dalla durata di $\Delta\theta$, a quello di *"**portata massica** (o di massa) entrante o uscente, in un dato istante"*.
La portata massica si ottiene dividendo la quantità Δm entrante o uscente nellôintervallo di tempo $\Delta\theta$ per $\Delta\theta$ stesso ed effettuando il limite per $\Delta\theta$ tendente a zero; si ha:

$$\lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{\Delta m_e}{\Delta\theta}=\frac{dm_e}{d\theta}=\dot{m}_e$$

$$\lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{\Delta m_u}{\Delta\theta}=\frac{dm_u}{d\theta}=\dot{m}_u \qquad (3.2.4)$$

dove $\dot{m}_e$ ed $\dot{m}_u$ sono i simboli adottati per le portate massiche in entrata ed in uscita, adottando la convenzione secondo la quale si indica con un puntino sovrastante la derivata rispetto al tempo, così come già visto per la potenza rispetto allœnergia (L, $\dot{L}$, Q, $\dot{Q}$).
L 'unità di misura SI di $\dot{m}$ è il kg/s. Poiché il Sistema Tecnico (ST) adotta come unità di misura fondamentale il peso anziché la massa, detta kilopond [kp], si definisce la portata di peso o ponderale, il cui simbolo sarà sempre $\dot{m}$, la cui unità di misura nel ST è il kp/h. L 'equazione di bilancio di massa in termini di portate si ottiene dividendo la (3.2.3) per $\Delta\theta$ ed eseguendone il limite per $\Delta\theta$ tendente a zero; stante la definizione (3.2.4) si ottiene:

$$\lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{\text{Variazione di } m_{V.C.}}{\Delta\theta}=\lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{\Delta m_e}{\Delta\theta}-\lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{\Delta m_u}{\Delta\theta}$$

$$\frac{d}{d\theta}m_{V.C.}=\dot{m}_e-\dot{m}_u \qquad (3.2.5)$$

Una categoria di fenomeni molto importanti nella pratica professionale è quella dei cosiddetti ***fenomeni in regime stazionario o permanente*** cioè di quei fenomeni caratterizzati da una trascurabile variazione col tempo delle proprietà in ciascun punto della regione di spazio considerata. Gli impianti, durante il loro funzionamento, hanno usualmente lunghi periodi di *regime stazionario* e brevi periodi di "*regime transitorio*", ad esempio quello di *"avvio"* e quello di *"spegnimento"*. Lœquazione (3.2.5) ha forma generale, è utile, però, particolarizzarla per il regime *stazionario*.
In questo caso il contenuto di massa nel volume di controllo non potrà variare nel tempo e quindi risulterà :

$$\frac{d}{d\theta}m_{V.C.}=0 \qquad (3.2.6)$$

e quindi la 3.2.5, diventa:

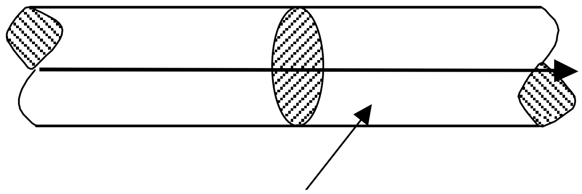
$$\dot{m}_i-\dot{m}_o=0$$

$$\dot{m}_i=\dot{m}_0 \qquad (3.2.7)$$

In condizioni di regime stazionario, se il sistema ha un solo ingresso ed una sola uscita, la portata massica entrante è uguale a quella uscente. Per un sistema con più ingressi ed uscite la somma delle portate massiche entranti eguaglia quella delle portate massiche uscenti:

$$\sum_e \dot{m}_e=\sum_u \dot{m}_u$$

Per alcune applicazioni tecniche è utile correlare la portata massica alle proprietà termodinamiche del fluido nelle sezioni dœingresso e di uscita. Ciò può essere fatto molto semplicemente per i casi in cui le proprietà del fluido che attraversa il sistema hanno un valore uniforme in ciascuna sezione ortogonale alla direzione del moto e variano soltanto lungo la coordinata che identifica il moto del fluido; detta ad esempio x tale coordinata, come in Fig. 3.2.3, per la temperatura e per la densità si avrà T=T(x) e $\rho = \rho(x)$. Quando sono verificate tali condizioni il flusso è detto ***monodimensionale.***



Nel moto monodimensionale le proprietà del fluido hanno un valore uniforme in ciascuna sezione ortogonale alla direzione del moto x; le proprietà variano soltanto al variare di x .

Fig.3.2.3

Nellôipotesi di moto monodimensionale è possibile esprimere la portata massica in ingesso ed in uscita in funzione della densità ρ, della velocità w del fluido e dellôarea della sezione del condotto.(si veda anche la NOTA 1). E infatti il prodotto

$$\rho A w \Rightarrow \frac{kg}{m^3} m^2 \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{kg}{s} \Rightarrow \dot{m} \qquad (3.2.8)$$

rappresenta una portata massica. Analogamente

$$\frac{Aw}{v} \Rightarrow \frac{m^2 \frac{m}{s}}{\frac{m^3}{kg}} \Rightarrow \frac{\frac{m^3}{s}}{\frac{m^3}{kg}} \frac{m^3}{s} \frac{kg}{m^3} \Rightarrow \dot{m}_1 \qquad (3.2.9)$$

Pertanto la (3.2.7) può essere scritta:

$$\dot{m}_i = \rho_i A_i w_i = \frac{A_i w_i}{v_i} = \rho_o A_o w_o = \frac{A_o w_o}{v_o} = \dot{m}_o \qquad (3.2.10)$$

Il termine:

$$Aw \Rightarrow \frac{m^2}{\frac{m}{s}} \Rightarrow m^2 \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{m^3}{s} \Rightarrow \dot{V} \qquad (3.2.11)$$

rappresenta la ***portata volumetrica*** del fluido.

Si osservi che, per i sistemi a regime stazionario con un solo ingresso ed una sola uscita, mentre la portata massica entrante uguaglia quella uscente (3.2.7) ciò non vale in generale per quella volumetrica. La portata volumetrica entrante uguaglia quella uscente soltanto nel caso particolare, ma piuttosto comune, di fluido la cui densità sia praticamente costante; tale è usualmente il caso dei liquidi. Dalla (3.2.10) deriva inoltre che, per sistemi con un ingresso e con un'uscita di uguali sezioni attraversati da un fluido a densità costante, le velocità in ingresso ed in uscita sono uguali.

3.3. Bilancio di energia

Nel caso di sistemi aperti più che di bilancio di energia sul sistema è opportuno far riferimento al bilancio delle energie in gioco nell'unità di tempo, e quindi le potenze, svincolandosi, in tal modo dal tempo di osservazione e facendo riferimento nei bilanci esclusivamente alle grandezze istantanee.

Nel sistema chiuso il bilancio di energia come dimostrato in precedenza si scrive:

$$\Delta U = Q - L$$

Per poter scrivere l'equazione di bilancio per l'energia, in un sistema aperto, è necessario tener conto di diverse tipologie di scambio energetico. Rispetto ai sistemi chiusi infatti, nei sistemi aperti lo scambio di energia tra sistema ed ambiente non è dovuto esclusivamente alla interazione secondo la modalità calore e lavoro ma è collegato anche allo scambio di massa. Alle portate entranti ed uscenti sono associati degli scambi energia classificabili in due contributi distinti che di norma sono indicati come "termini convettivi":

- l'energia associata alla portata massica in ingresso ed in uscita
- l'energia necessaria per consentire sia l'ingresso del fluido nel volume di controllo che l'uscita del fluido dal volume di controllo;

Nel caso dei sistemi aperti esistono, nello scambio energetico tra sistema ed ambiente, delle differenze che introducono modificazioni sostanziali nel bilancio (si veda anche la NOTA 2).

Con riferimento al sistema mostrato in Fig. 3.3.1, poiché la portata massica $\dot{m}_i$ in ingresso al sistema sarà caratterizzata da un definito valore dell'energia specifica $\boldsymbol{e_i}$ (J/kg), il prodotto:

$$\dot{m}_i e_i \Rightarrow \frac{kg}{s}\frac{J}{kg} \Rightarrow \frac{J}{s} \Rightarrow W$$

rappresenta una potenza in ingresso nel sistema. Analogamente in uscita

$$\dot{m}_o e_o \Rightarrow \frac{kg}{s}\frac{J}{kg} \Rightarrow \frac{J}{s} \Rightarrow W$$

Si osservi poi che, in un sistema aperto, per il solo fatto che un fluido entra e/o esce dal volume di controllo, vi è, per l'unità di massa in entrata o in uscita, un trasferimento di energia come lavoro: questo contributo è sempre presente, che vi siano o meno altri contributi di flusso energetico secondo la modalità lavoro.
Sempre con riferimento allo schema di Fig. 3.3.1, affinché la massa contenuta nel volume V_i possa entrare nel volume di controllo, è necessario che il fluido retrostante, che fa parte dell'ambiente, la spinga, compiendo lavoro per vincere la forza che si oppone al suo ingresso, determinata dalla pressione interna regnante in quell'elemento della superficie di controllo.

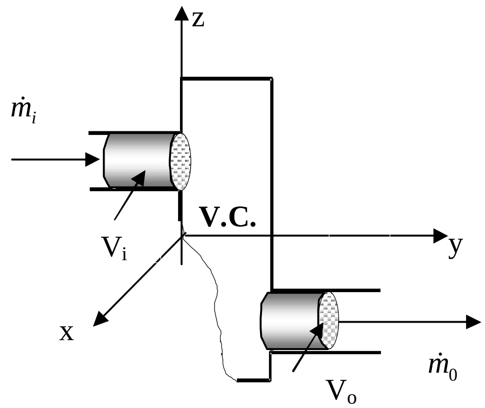


Fig. 3.3.1

Si può dimostrare che, per la massa unitaria il lavoro necessario perché il volume V_i entri nel sistema è pari al prodotto tra la pressione p_i ed il volume specifico v_i del fluido in entrata. Questa interazione energetica è detta *lavoro di pulsione* (dal latino pellere-spingere). In ingresso si avrà quindi:

lavoro specifico di pulsione in ingresso $l_i = p_i v_i$

se $\dot{m}_i$ è la portata massica in entrata, il termine

$$\dot{m}_i \, p_i v_i$$

rappresenta la potenza necessaria perché la portata massica $\dot{m}_i$ entri nel Volume di Controllo. Analogamente il termine:

$$\dot{m}_o \, p_o v_o$$

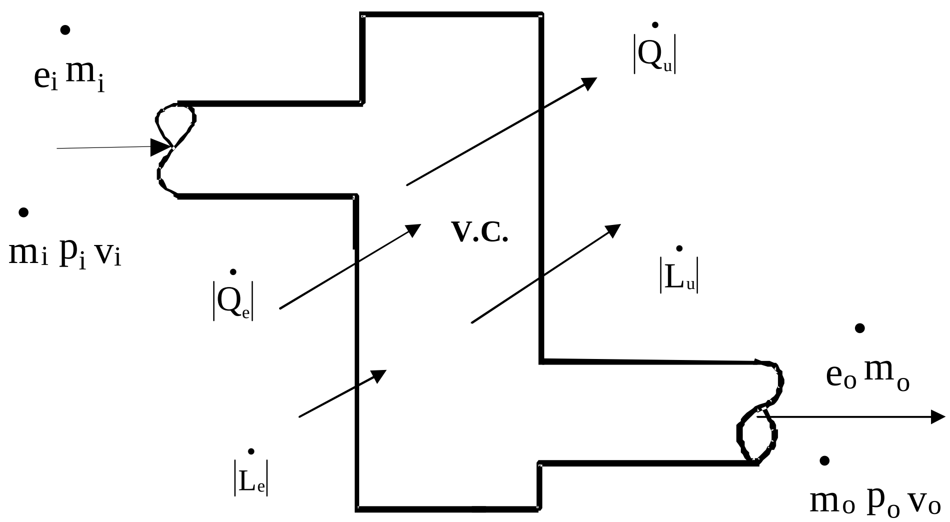


Fig. 3.3.2

rappresenterà la potenza necessaria perché la portata massica $\dot{m}_{oi}$ esca dal Volume di Controllo.

Con riferimento ora alla Fig. 3.3.2 le grandezze da considerare ai fini del Bilancio di Energia sono:

a) Potenza scambiata secondo la modalità calore, $\dot{Q}$;

b) Potenza scambiata secondo la modalità lavoro, $\dot{L}$;

c) Potenza convettiva connessa allôenergia che caratterizza la portata massica ;

d) Potenza connessa al lavoro di pulsione $pv\dot{m}$.

Il bilancio di energia su sistema aperto, nellôipotesi di moto dimensionale, può essere scritto con riferimento alle grandezze:

Variazione dellôenergia nellôunità di tempo nel V.C.	=	Energia in entrata nellôunità di tempo nel V.C.	-	Energia in uscita nellôunità di tempo dal V.C.

poiché l'energia è una grandezza conservativa i termini di produzione e consumo sono nulli, inoltre nellôipotesi che il sistema sia in condizioni di **regime stazionario** risulterà

Variazione dellôenergia nellôunità di tempo nel V.C.	=	0

Nelle precedenti ipotesi lôequazione di bilancio in un sistema aperto in regime stazionario ed in presenza di un fluido caratterizzato da moto monodimensionale si scrive:

Energia in entrata nellôunità di tempo nel V.C.	-	Energia in uscita nellôunità di tempo dal V.C.	=	0

e quindi

Energia in entrata nellôunità di tempo nel V.C.	=	Energia in uscita nellôunità di tempo dal V.C.

Applicando la precedente relazione al sistema di Fig. 3.3.9 si ha:

$$\left|\dot{Q}_e\right| + \left|\dot{L}_e\right| + (e\dot{m} + pv\dot{m})_i = \left|\dot{Q}_u\right| + \left|\dot{L}_u\right| + (e\dot{m} + pv\dot{m})_o \qquad (3.3.1)$$

Poiché, nella condizione di regime stazionario risulta anche:

$$\dot{m}_i = \dot{m}_0$$

La (3.3.1) diventa:

$$\left|\dot{Q}_e\right| + \left|\dot{L}_e\right| + \dot{m}\,(e + pv)_i = \left|\dot{Q}_u\right| + \left|\dot{L}_u\right| + \dot{m}(e + pv)_o \qquad (3.3.2)$$

Che può essere scritta:

$$\left|\dot{Q}_e\right| + \left|\dot{L}_e\right| - \left|\dot{Q}_u\right| - \left|\dot{L}_u\right| + \dot{m}\,(e + pv)_i = \dot{m}(e + pv)_o$$

$$\left|\dot{Q}_e\right| - \left|\dot{Q}_u\right| - \left[\left|\dot{L}_u\right| - \left|\dot{L}_e\right|\right] = \dot{m}\,(e + pv\,m)_o - \dot{m}\,(e + pv)_i \qquad (3.3.3)$$

Ponendo:

$$\dot{Q} = \left|\dot{Q}_e\right| - \left|\dot{Q}_u\right| \qquad\qquad \dot{L} = \left|\dot{L}_u\right| - \left|\dot{L}_e\right|$$

Il bilancio di energia per il sistema di Fig. 3.3.2 si può scrivere

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m}\,[(e+pv)_o-(e+pv)_i] \qquad (3.3.4)$$

Poiché lôenergia è di norma costituita dalle tre aliquote: energia interna, energia potenziale, energia cinetica, risulta:

$$e = u + gz + \frac{w^2}{2}$$

La relazione (3.3.4) diventa

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m}\left[\left(u + gz + \frac{w^2}{2} + pv\right)_o - \left(u + gz + \frac{w^2}{2} + pv\right)_i\right] \qquad (3.3.5)$$

Si noti che:

- poiché il volume di controllo, come detto allôinizio di questo paragrafo è fisso nello spazio ed il fluido che lo attraversa è in movimento, lo studio del caso generale deve prevedere velocità in ingresso ed in uscita diverse e quote delle sezioni dôingresso e di uscita diverse. Ciò comporta che le variazioni di energia cinetica e potenziale, tra il fluido in ingresso e quello in uscita, sono in genere diverse da zero.

- lôespressione dellôenergia associata al fluido che attraversa il sistema aperto contiene il termine relativo allôenergia interna del fluido ed il prodotto pv che, come dimostrato in precedenza rappresenta il lavoro di pulsione necessario per consentire il flusso del fluido attraverso il sistema.
- La grandezza

$$\mathbf{h = u + pv} \qquad (3.3.6)$$

essendo una combinazione di proprietà, è anchôessa una proprietà del sistema e viene definita **entalpia**.

In definitiva il bilancio di energia su sistema aperto conduce alla relazione:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \left[\left(\frac{w_o{}^2 - w_i{}^2}{2} + g(z_o - z_i) + (h_o - h_i)\right)\right]\dot{m}$$

indicando, secondo le convenzioni assunte, con il simbolo Δ la variazione assunta da una qualsiasi grandezza, la differenza tra i termini in uscita ed in ingresso che compaiono al secondo membro della precedente relazione si può scrivere:

$$\dot{Q}-\dot{L}=\dot{m}\Delta\left(h+\frac{1}{2}w^2+gz\right) \qquad (3.3.7)$$

La (3.3.7), ***prima legge della termodinamica per i sistemi aperti in regime stazionario con un ingresso ed unâuscita*** stabilisce che la differenza tra la potenza termica e quella meccanica scambiata tra il sistema ed lâambiente è pari al prodotto della portata massica che attraversa il sistema per la somma delle variazioni specifiche di entalpia, di energia cinetica e di energia potenziale.

Sempre nelle ipotesi di regime stazionario, se il sistema aperto è caratterizzato da più varchi in ingresso e/o in uscita la (3.3.5) si generalizza in:

$$\dot{Q}-\dot{L}=\sum_{j=1}^{n}\dot{m}_{oj}\left(h+gz+\frac{w^2}{2}\right)_{oj}-\sum_{k=1}^{p}\dot{m}_{ik}\left(h+gz+\frac{w^2}{2}\right)_{ik} \qquad (3.3.8)$$

in cui n è il numero dei varchi in ingresso, p quello dei varchi in uscita, mentre i pedici j e k si riferiscono ai generici varchi rispettivamente in ingresso ed uscita.

Osservazioni relative ai sistemi con un solo ingresso ed un sola uscita in regime stazionario:

1. La (3.3.7) si può esprimere, dividendo primo e secondo membro per la portata massica $\dot{m}$, in termini di energie riferite allâunità di portata massica:

$$q-l=\Delta\left(h+gz+\frac{w^2}{2}\right)$$

2. Se le sezioni dâingresso e dâuscita sono alla stessa quota rispetto al piano di riferimento si annulla la variazione di energia potenziale tra lâingresso e lâuscita. Il bilancio sul sistema di energia su sistema aperto si scrive:

$$\dot{Q}-\dot{L}=\dot{m}\Delta\left(h+\frac{1}{2}w^2\right)$$

3. Se le velocità in ingresso ed uscita sono uguali o se le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili rispetto alla variazione di entalpia la precedente relazione diventa:

$$\dot{Q}-\dot{L}=\dot{m}\Delta h$$

4. Se è nulla la potenza termica e quella meccanica dâelica, dallâequazione di bilancio si ottiene:

$$\dot{m}\Delta\left(h+gz+\frac{1}{2}w^2\right)=0$$

$$\Delta\left(h + gz + \frac{1}{2}w^2\right) = 0$$

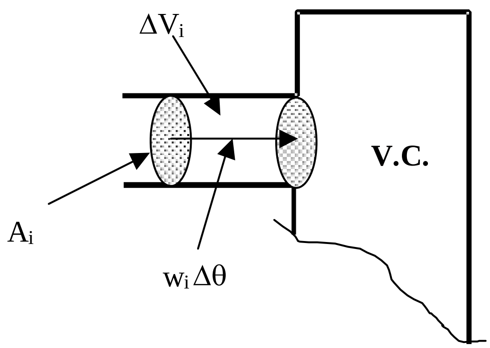
$$h_1 + gz_1 + \frac{1}{2}w_1^{\,2} = h_2 + gz_2 + \frac{1}{2}w_2^{\,2}$$

5. Se la sostanza è un gas ideale o un liquido ed il flusso è isotermo lôentalpia resta costante e la precedente relazione diventa:

$$gz_1 + \frac{1}{2}w_1^{\,2} = gz_2 + \frac{1}{2}w_2^{\,2}$$

NOTA 1

Si consideri uno dei condotti di collegamento al volume di controllo in cui il flusso sia monodimensionale, come mostrato nella Fig. 1 Sia Δm_i la massa che, nel tempo $\Delta\theta$ entra, attraversando la superficie di controllo, nel volume di controllo V.C.



La massa Δm_1che, nel tempo $\Delta\theta$, entrerà, attraversando la superficie di controllo, nel Volume di Controllo V .C. può ess ere calcolata con la relazione $A_i w_i \Delta\theta$.

Fig.1

La massa Δmi è contenuta in un cilindro di base A_i, sezione trasversale del condotto, e di altezza $w_i\Delta\theta$, avendo indicato con w_i il valore della velocità che si ipotizza uniforme nella sezione A_i. Indicando con xx la densità del fluido e con v_i il suo inverso, il volume specifico, il volume ΔV_1 del cilindretto elementare che contiene Δm_i è:

$$\Delta V_i = A_i w_i \Delta\theta \qquad (1)$$

il prodotto a secondo membro ha infatti le unità di misura $m^3 \frac{m}{s} s = m^3$. Se si moltiplica il ΔV_i per la densità ρ (kg/m^3) o si divide per il volume specifico v_1(m^3/kg) che caratterizzano il fluido nel volume elementare ΔV_i, si ha:

$$\Delta m_i = \Delta V_i \rho_i = \frac{\Delta V_i}{v_i} = \rho_i A_i w_i \Delta\theta = \frac{A_i w_i \Delta\theta}{v_i} \qquad (2)$$

Dividendo poi la (2) per $\Delta\theta$

$$\frac{\Delta m_i}{\Delta\theta} = \frac{\rho_i A_i w_i \Delta\theta}{\Delta\theta} = \frac{A_i w_i \Delta\theta}{v_i \Delta\theta}$$

ed eseguendo il limite per $\Delta\theta$ tendente a zero, si ottiene:

$$\lim_{\Delta\theta \to 0} \frac{\Delta m_i}{\Delta\theta} = \rho_i A_i w_i = \frac{A_1 w_i}{v_i}$$

e quindi:

$$\dot{m}_i = \rho_i A_i w_i = \frac{A_1 w_i}{v_i} \qquad (3)$$

La ***portata massica***, nellõipotesi di flusso monodimensionale, in una generica sezione in ingresso è pari al prodotto della densità del fluido, per lõarea della sezione trasversale del condotto, per la velocità del fluido.

Nel SI l'unità di misura della densità è il kg/m^3, quella della sezione del condotto in m^2 , quella della velocità il m/s, quella del volume specifico in m^3/kg. Qualora al posto della densità si consideri il peso specifico, misurato in kp/m^3 nelle unità del Sistema Tecnico, si avrà la portata ponderale misurata in kp/h.

L'equazione del bilancio di massa

$$\dot{m}_i = \dot{m}_0$$

può essere riscritta sostituendo al simbolo delle portate la (3.2.10):

$$(\rho A w)_i = (\rho A w)_o \qquad \left(\frac{Aw}{v}\right)_i = \left(\frac{Aw}{v}\right)_o$$

In analogia alla relazione ricavata tra massa e portata massica, si può correlare il volume alla ***portata volumetrica***. Infatti dividendo nella relazione (1) primo e secondo membro per $\Delta\theta$ si ha:

$$\frac{\Delta V_i}{\Delta\theta} = \frac{A_i w_i \Delta\theta}{\Delta\theta}$$

e passando al limite per $\Delta\theta$ che tende a 0 si ottiene:

$$\lim_{\Delta\theta \to 0} \frac{\Delta V_i}{\Delta\theta} = \frac{dV_i}{d\theta} = \dot{V}_i = A_i w_i$$

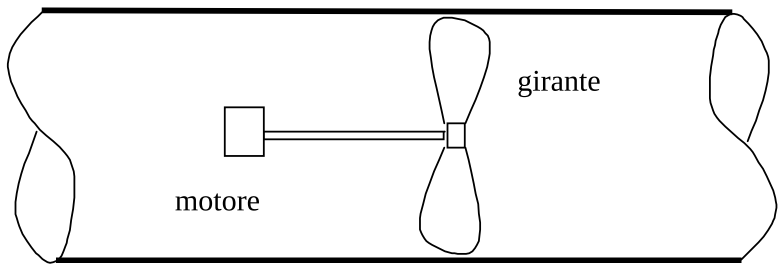
La precedente relazione rappresenta la definizione della portata volumetrica $\dot{V}_i$. Lôunità di misura è m^3\s. Eôpossibile riscrivere lôequazione del bilancio di massa

$$\dot{m}_i = \dot{m}_0$$

introducendo la portata volumetrica

$$(\rho \dot{V})_i = (\rho \dot{V})_o \qquad \left(\frac{\dot{V}}{v}\right)_i = \left(\frac{\dot{V}}{v}\right)_o$$

NOTA 2
Così come si è visto nello studio del bilancio di massa, un sistema aperto è delimitato da una superficie di controllo fissa nello spazio che, in alcune zone , è attraversata da flussi di massa, in ingresso e/o in uscita. Si farà l'ipotesi che in queste sezioni il flusso sia monodimensionale. Si considerino, Fig. 2, due generici varchi di ingresso ñiò e di uscita "o", le cui sezioni sono rispettivamente di area A_i ed A_o.



Lavoro di elica: tipica interazione energetica come lavoro tra un sistema aperto e lôambiente. Il fluido attraversa il condotto messo in moto da un ventilatore

Fig. 1

Nell' intervallo di tempo $\Delta\theta$, i volumetti di fluido contenuti nei cilindretti di base A_i ed A_o, evidenziati nella figura, entrano ed escono dal volume di controllo; essi sono esprimibili come :

$$\Delta V_i = A_i w_i \Delta\theta \qquad \Delta V_o = A_o w_o \Delta\theta \qquad (1)$$

E' evidente che, associate agli elementi di volume ΔV_i e ΔV_o , entreranno ed usciranno dal volume di controllo le grandezze estensive ad essi relative in particolare massa ed energia. Lôenergia entrante ed uscente è esprimibile come prodotto dell'energia specifica e_i ed e_o, per la massa contenuta nei volumetti:

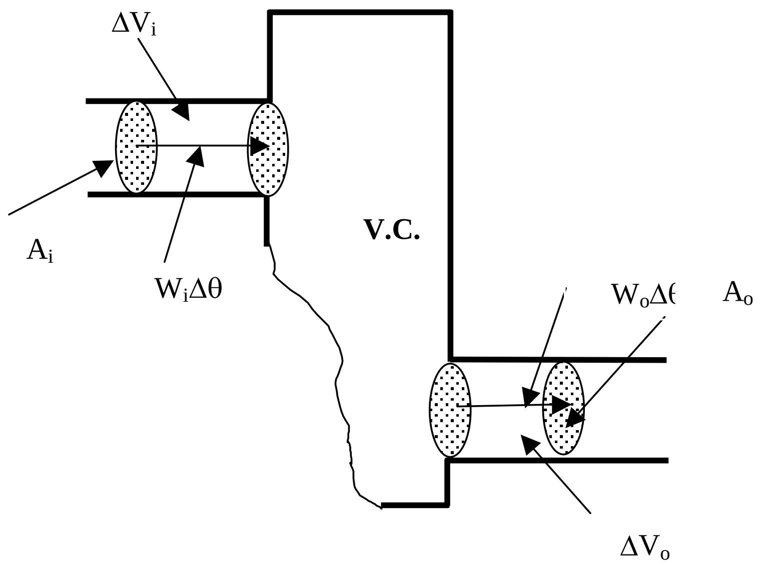
$$\Delta E_i = A_i w_i e_i \rho_i \Delta\theta \qquad \Delta E_o = A_o w_o e_o \rho_o \Delta\theta \qquad (2)$$

Le precedenti relazioni tenendo conto che il prodotto ($Aw\rho$) rappresenta la portata massica del fluido (3.2.10), possono anche scriversi:

$$\Delta E_i = (\dot{m}e)_i \Delta\theta \qquad \Delta E_o = (\dot{m}e)_o \Delta\theta \qquad (3)$$

Le (3) rappresentano i *termini convettivi* dipendenti dallôenergia specifica che caratterizza il fluido in ingresso ed in uscita dal sistema.

Sempre con riferimento allo schema di Fig. 2, affinchè la massa contenuta nel volumetto ΔV_i possa entrare nel volume di controllo, è necessario che il fluido retrostante, che fa parte dell'ambiente, lo spinga, compiendo lavoro per vincere la forza che si oppone al suo ingresso, causata dalla pressione interna regnante in quell'elemento della superficie di controllo. Questa interazione energetica è detta *lavoro di pulsione* (dal latino pellere-spingere).



Bilancio d'energia per un sistema aperto, i è il generico ingresso, o la generica uscita

Fig. 2

Il lavoro di pulsione fatto dall'ambiente sul sistema per il varco d'ingresso i, è valutabile, in questo caso, essendo forza e spostamento collineari con la relazione:

Lavoro = Forza x Spostamento

Nel caso in esame, indicando con p_i la pressione che agisce sul fluido nella sezione dôingresso A_i essendo per definizione la pressione pari alla forza sullôunità di superficie:

$$p_i = \frac{F_i}{A_i}$$

si ha:

$$F_i = p_i A_i$$

come prodotto della pressione in ingresso per lôarea della sezione dôingresso.
Lo spostamento corrisponde allôaltezza del cilindretto considerato che è stata già valutata, per il bilancio di massa sul sistema aperto, ed è pari a $w_i \Delta\theta$. In definitiva il lavoro di pulsione in ingresso è espresso dalla relazione:

$$\left(L_p\right)_i = p_i A_i w_i \Delta\theta = \left(pAw\right)_i \Delta\theta \qquad (4)$$

Quest'ultima relazione, moltiplicata e divisa per il volume specifico,

$$\left(L_p\right)_i = \frac{p_i A_i w_i \Delta\theta v_i}{v_i} = \left(pv\right)_i \left(\frac{Aw}{v}\right)_i \Delta\theta = \frac{p_i A_i w_i \Delta\theta \rho_i}{\rho_i} = \left(\frac{p_i}{\rho_i}\right)_i \left(Aw\rho\right)_i \qquad (5)$$

Nella (3.2.11) i termini $\left(\frac{Aw}{v}\right)_i$ e $\left(Aw\rho\right)_i$ rappresentano la portata massica in ingresso. Pertanto :

$$\left(L_p\right)_i = \left(pv\dot{m}\right)_i \Delta\theta \qquad (6)$$

nella sezione dôingresso e rappresenta il lavoro compiuto dallôambiente sul sistema per consentire al fluido contenuto nel volumetto ΔV_i di entrare nel volume di controllo V.C.. Analogamente per la sezione di uscita si avrà:

$$\left(L_p\right)_o = \frac{p_o A_o w_o \Delta\theta v_o}{v_o} = \left(pv\right)_o \left(\frac{Aw}{v}\right)_o \Delta\theta = \frac{p_o A_o w_o \Delta\theta \rho_o}{\rho_o} = \left(\frac{p_o}{\rho_o}\right)_o \left(Aw\rho\right)_o$$

$$\left(L_p\right)_o = \left(pv\dot{m}\right)_o \Delta\theta \qquad (7)$$

che rappresenta il lavoro effettuato dal sistema sullôambiente per far uscire nellôintervallo di osservazione $\Delta\theta$ il volumetto ΔV_o.

Riassumendo, le interazioni energetiche tra il sistema aperto e l'ambiente sono così classificabili:

a) flusso energetico come calore, Q;

b) flusso energetico come lavoro (tipicalmente di elica, Fig. 1), L ;

c) flusso energetico convettivo, $e\dot{m}\Delta\theta$;

d) flusso energetico come lavoro di pulsione, $L_p = pv\dot{m}\Delta\theta$.

Avendo individuato e classificato le interazioni energetiche tra il sistema aperto e l'ambiente, è ora possibile eseguire il bilancio; con riferimento alla Fig. 4 si ha:

Variazione = Entrata - Uscita

Grandezza	Significato	Termine nellôequazione di bilancio
Variazione	variazione della quantità di energia nel Volume di Controllo, nellôintervallo di tempo $\Delta\theta$	$\Delta E_{V.C.}$
Entrata	quantità di energia in entrata nel sistema nellôintervallo di tempo $\Delta\theta$ secondo le modalità calore e lavoro e contributi convettivi	$\lvert Q\rvert_e + \lvert L\rvert_e + (e\dot{m}\Delta\theta + pv\dot{m}\Delta\theta)_i$
Uscita	quantità di energia in uscita dal sistema nellôintervallo di tempo $\Delta\theta$ secondo le modalità calore e lavoro e contributi convettivi	$\lvert Q\rvert_o + \lvert L\rvert_o + (e\dot{m}\Delta\theta + pv\dot{m}\Delta\theta)_o$

Tenendo conto del significato e del valore delle diverse grandezze riportate nella precedente tabella, si ottiene:

$$\Delta E_{V.C.} = \lvert Q\rvert_e + \lvert L\rvert_e + (e\dot{m}\Delta\theta + pv\dot{m}\Delta\theta)_i - \left[\lvert Q\rvert_u + \lvert L\rvert_u + (e\dot{m}\Delta\theta + pv\dot{m}\Delta\theta)_o\right] \qquad (8)$$

$$\Delta E_{V.C.} = \lvert Q\rvert_e + \lvert L\rvert_e + \left(e + pv\right)_i \dot{m}\Delta\theta - \left[\lvert Q\rvert_u + \lvert L\rvert_u + (e + pv)_o \dot{m}\Delta\theta\right]$$

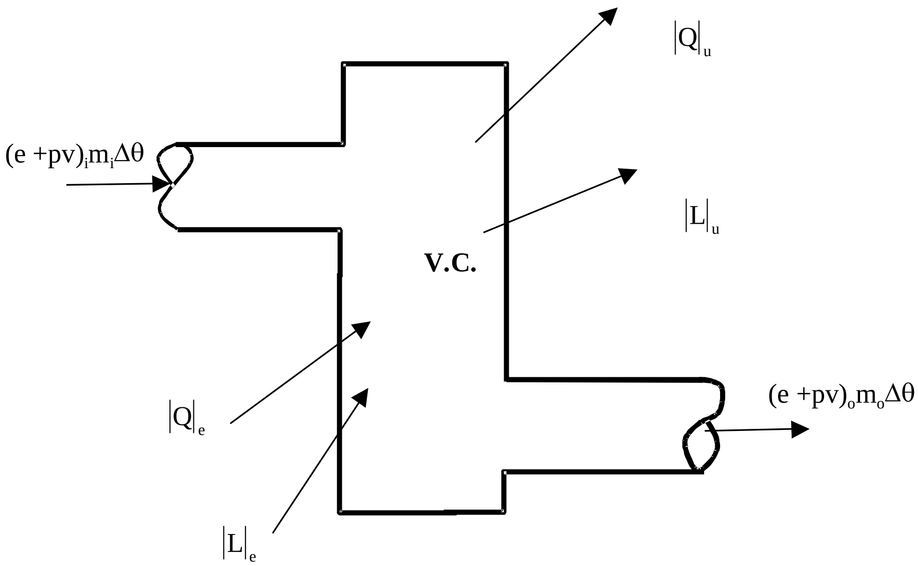


Fig. 3

Poiché lôenergia è di norma costituita dalle tre aliquote: energia cinetica, energia potenziale, energia interna, risulta:

$$E = \frac{1}{2} m w^2 + mgz + U \qquad (9)$$

e facendo riferimento allôunità di massa:

$$e = \frac{1}{2} w^2 + gz + u \qquad (10)$$

avendo considerato la sola energia potenziale gravitazionale (z è la quota rispetto ad una superficie equipotenziale di riferimento).
Utilizzando lôespressione dellôenergia specifica riportata nella (10), la (8) diventa:

$$\Delta E_{V.C.} = |Q|_e + |L|_e + \left(\frac{1}{2} w^2 + gz + u + pv\right)_i \dot{m}_i \, \Delta\theta - \left[|Q|_u + |L|_u + \left(\frac{1}{2} w^2 + gz + u + pv\right)_o \dot{m}_o \, \Delta\theta \right]$$

$$\Delta E_{V.C.} = |Q|_e - |Q|_u - \left[|L|_u - |L|_e \right] + \left[\left(\frac{1}{2} w^2 + gz + u + pv\right)_i m_i - \left(\frac{1}{2} w^2 + gz + u + pv\right)_o \dot{m}_o \right] \Delta\theta$$

nella precedente relazione compaiono, come già detto in precedenza i termini calore e lavoro ed i termini energetici convettivi, connessi cioè allôenergia associata al fluido in ingresso ed in uscita. Si noti che:

- poiché il volume di controllo, come detto allôinizio di questo paragrafo è fisso nello spazio ed il fluido che lo attraversa è in movimento, lo studio del caso generale deve prevedere velocità in ingresso ed in uscita diverse e quote delle sezioni dôingresso e di uscita diverse. Ciò comporta che le variazioni di energia cinetica e potenziale, tra il fluido in ingresso e quello in uscita, sono in genere diverse da zero.
- lôespressione dellôenergia associata al fluido che attraversa il sistema aperto contiene il termine relativo allôenergia interna del fluido ed il prodotto pv che, come dimostrato in precedenza rappresenta il lavoro di pulsione necessario per consentire il flusso del fluido attraverso il sistema.
- La grandezza

$$\mathbf{h = u + pv} \qquad (11)$$

essendo una combinazione di proprietà, è anchʼessa una proprietà del sistema e viene definita **entalpia**.

Tenendo conto della definizione di entalpia la variazione di energia $\Delta E_{V.C.}$, nel volume di controllo, può scriversi

$$\Delta E_{V.C.} = |Q|_e - |Q|_u - \left[|L|_u - |L|_e\right] + \left[\left(\frac{1}{2}w^2 + gz + h\right)_i \dot{m}_i - \left(\frac{1}{2}w^2 + gz + h\right)_o \dot{m}_o\right]\Delta\theta \quad (12)$$

dividendo primo e secondo membro della (1.3.12) per $\Delta\theta$,

$$\frac{\Delta E_{V.C.}}{\Delta\theta} = \frac{|Q|_e - |Q|_u}{\Delta\theta} - \left[\frac{|L|_u - |L|_e}{\Delta\theta}\right] + \left[\left(\frac{1}{2}w^2 + gz + h\right)_i \dot{m}_i - \left(\frac{1}{2}w^2 + gz + h\right)_o \dot{m}_o\right] \quad (13)$$

Si fa ora lʼipotesi che lʼenergia scambiata come calore tra sistema ed ambiente sia positiva se in ingresso e che il lavoro sia invece positivo se in uscita. In base a tale convenzione si pone:

$$Q = |Q|_e - |Q|_u \qquad L = |L|_u - |L|_e$$

Sulla base di tale ipotesi la (13) si può scrivere:

$$\frac{\Delta E_{V.C.}}{\Delta\theta} = \frac{Q}{\Delta\theta} - \frac{L}{\Delta\theta} + \left[\left(\frac{1}{2}w^2 + gz + h\right)_i \dot{m}_i - \left(\frac{1}{2}w^2 + gz + h\right)_o \dot{m}_o\right]$$

e passando al limite per $\Delta\theta$ che tende a zero

$$\lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{\Delta E_{V.C.}}{\Delta\theta} = \lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{Q}{\Delta\theta} - \lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{L}{\Delta\theta} + \lim_{\Delta\theta\to 0}\left[\left(\frac{1}{2}w^2 + gz + h\right)_i \dot{m}_i - \left(\frac{1}{2}w^2 + gz + h\right)_o \dot{m}_o\right] \quad (14)$$

il limite al primo membro rappresenta la variazione dellʼenergia allʼinterno del volume di controllo nellʼintervallo di tempo infinitesimo:

$$\frac{d}{d\theta}E_{V.C.}$$

mentre al secondo membro il limite relativo ai rapporti $Q/\Delta\theta$ e $L/\Delta\theta$ conduce ad energie riferite allʼunità di tempo; i termini in parentesi non sono formalmente influenzati dal passaggio al limite.

I termini $\dot{Q}$ ed $\dot{L}$ rappresentano la potenza termica e quella meccanica (di elica). L'unità di misura nel SI è il Watt (W); nel Sistema Tecnico sono rispettivamente la kcal/h ed il kp·m/h. L'unità di misura dell'entalpia specifica (11) è, nel SI il J/kg e nel Sistema Tecnico la kcal/kg o il kpm/kp.
Nel caso sʼimpieghino le unità del sistema Tecnico lʼespressione dellʼenergia specifica:

$$e = h + gz + \frac{w^2}{2}$$

diventa:

$$e = h + z + \frac{w^2}{2g}$$

in essa a secondo membro le energie specifiche sono espresse in kp·m/kp.

In definitiva la (14) si scrive:

$$\frac{dE_{V.C.}}{d\theta} = \dot{Q} - \dot{L} + \left[\left(\frac{1}{2}w^2 + gz + h\right)_i \dot{m}_i - \left(\frac{1}{2}w^2 + gz + h\right)_o \dot{m}_o\right] \quad (15)$$

Se si assume lôipotesi che il sistema sia in condizioni di **regime stazionario** risulta:

$$\frac{dE_{V.C.}}{d\theta}=0 \qquad e \qquad \dot{m}_i=\dot{m}_o$$

E quindi il bilancio di energia sul sistema aperto riportato nella (3.3.15) si scrive:

$$0=\dot{Q}-\dot{L}+\left[\left(\frac{1}{2}w^2+gz+h\right)_i-\left(\frac{1}{2}w^2+gz+h\right)_o\right]\dot{m}$$

$$-\dot{Q}+\dot{L}=\left[\left(\frac{1}{2}w^2+gz+h\right)_i-\left(\frac{1}{2}w^2+gz+h\right)_o\right]\dot{m}$$

$$\dot{Q}-\dot{L}=\left[\left(\frac{1}{2}w^2+gz+h\right)_o-\left(\frac{1}{2}w^2+gz+h\right)_i\right]\dot{m}$$

$$\dot{Q}-\dot{L}=\left[\left(\frac{w_o{}^2-w_i{}^2}{2}+g(z_o-z_i)+(h_o-h_i)\right)\right]\dot{m}$$

indicando, secondo le convenzioni assunte, con il simbolo Δ la variazione assunta da una qualsiasi grandezza, la differenza tra i termini in uscita ed in ingresso che compaiono al secondo membro della precedente relazione si può scrivere:

$$\dot{Q}-\dot{L}=\dot{m}\,\Delta\left(h+\frac{1}{2}w^2+gz\right) \qquad (16)$$

La (16), ***prima legge della termodinamica per i sistemi aperti in regime stazionario con un ingresso ed unôuscita*** stabilisce che la differenza tra la potenza termica e quella meccanica scambiata tra il sistema ed lôambiente è pari al prodotto della portata massica che attraversa il sistema per la somma delle variazioni specifiche di entalpia, di energia cinetica e di energia potenziale.

Sempre nelle ipotesi di regime stazionario, se il sistema aperto è caratterizzato da più varchi in ingresso e/o in uscita la (15) si generalizza in:

$$\dot{Q}-\dot{L}=\sum_{j=1}^{n}\dot{m}_{oj}\left(h+gz+\frac{w^2}{2}\right)_{oj}-\sum_{k=1}^{p}\dot{m}_{ik}\left(h+gz+\frac{w^2}{2}\right)_{ik}$$

in cui n è il numero dei varchi in ingresso, p quello dei varchi in uscita, mentre i pedici j e k si riferiscono ai generici varchi rispettivamente in ingresso ed uscita.