

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II  
POLO DELLE SCIENZE E DELLE TECNOLOGIE



FACOLTÀ DI ARCHITETTURA  
A.A.2006-2007

CORSO DI LAUREA QUINQUENNALE, 1° ANNO  
**INSEGNAMENTO DI FISICA TECNICA – PROFF. L. BELLIA E F. CALISE**

**APPUNTI DALLE LEZIONI**  
**CAP.III –I SISTEMI APERTI**

NAPOLI, MARZO 2007

### Capitolo terzo

## Sistemi aperti in regime stazionario: bilanci di massa e di energia

### 3.1 Introduzione

Come già visto nel primo capitolo, un sistema termodinamico è costituito dalla materia contenuta all'interno di un confine, detto *superficie di controllo (S.C.)*. La superficie di controllo è, in generale, una superficie geometrica immaginaria, tuttavia essa può, del tutto o in parte, coincidere con superfici reali. Nel secondo capitolo si sono studiati, con l'approccio della massa di controllo, i sistemi chiusi, ossia i sistemi i cui confini non consentono scambi di materia tra il sistema stesso e l'ambiente circostante.

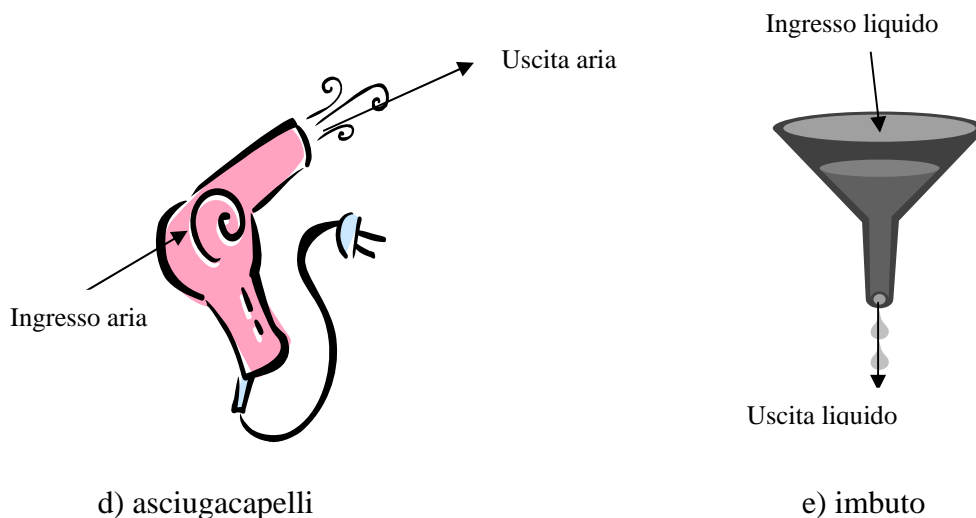


Fig. 3.1.1

In Fig. 3.1.1 sono riportati due esempi di sistemi la cui superficie di controllo, almeno in alcune sue parti, è permeabile alla materia; tali tipi di sistemi si dicono aperti. In questo caso, poiché sono consentiti scambi di massa tra sistema ed ambiente, non ha più senso parlare di massa di controllo. Infatti, prendendo ad esempio l'imbuto di Fig.3.1.1, se si vuole analizzare l'evoluzione del sistema durante un periodo di osservazione  $\Delta\theta$ , almeno una parte della sostanza liquida che nell'istante iniziale dell'intervallo di tempo era contenuta all'interno del sistema, nell'istante finale farà parte dell'ambiente circostante, essendone fuoriuscita, così come è possibile che invece al termine della trasformazione il sistema contenga della materia che inizialmente faceva parte dell'ambiente. Per questo motivo lo studio dei sistemi aperti si effettua con riferimento al volume racchiuso dalla superficie di controllo, detto *volume di controllo*, delimitato in genere da superfici reali, impermeabili al flusso di materia e da zone permeabili che consentono l'ingresso e l'uscita della sostanza dal sistema.

Oltre agli esempi di fig.3.1.1, rappresentati da oggetti della vita quotidiana, nel sistema edificio-impianto vi sono molteplici esempi di sistemi chiusi ed aperti. Le pareti di confine dell'edificio, che scambiano con l'ambiente energia sotto forma di calore, sono sistemi chiusi, così come un edificio o un appartamento viene considerato un sistema chiuso in cui la massa di controllo è l'aria contenuta in essi, quando non si considerano i flussi di massa necessari per ricambi d'aria: in quest'ultimo caso il sistema è aperto.

I componenti degli impianti di riscaldamento e condizionamento sono generalmente sistemi aperti; un esempio è dato dal termosifone, così come schematizzato in fig.3.1.2: in esso entra, attraverso l'ingresso, acqua calda proveniente dalla caldaia e messa in circolazione da una pompa. L'acqua calda fluisce all'interno del termosifone e cede energia termica all'ambiente circostante che si trova

ad una temperatura inferiore, per poi uscire attraverso la sezione di uscita ad una temperatura più bassa rispetto a quella che aveva in ingresso. Il volume di controllo, in tal caso, è racchiuso dalle pareti del termosifone che costituiscono una superficie reale, e dalle sezioni di ingresso ed uscita dal componente che rappresentano superfici ideali.

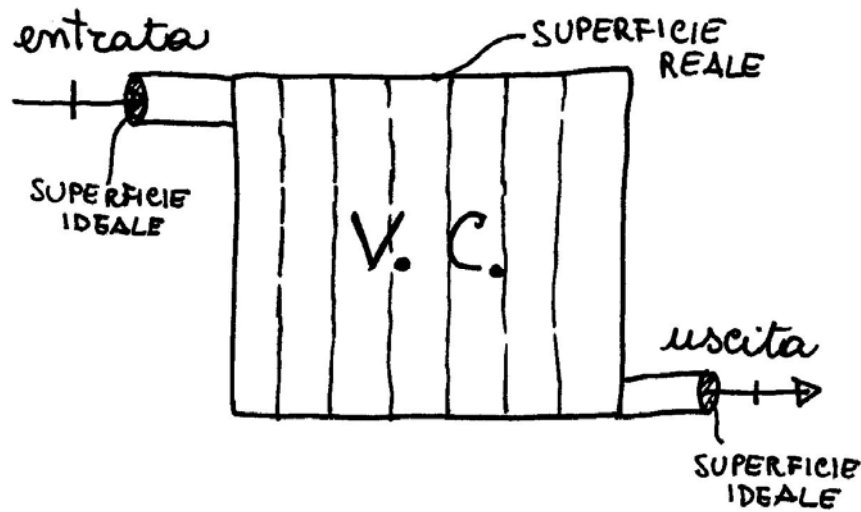


Fig.3.1.2

Ogni parte di tubazione o canale di un impianto è un sistema aperto. Nell'esempio di fig.3.1.3 è rappresentato un raccordo in cui si mescolano due portate d'acqua: in tal caso il sistema aperto è dotato di due sezioni d'ingresso ed una d'uscita; un rubinetto miscelatore di acqua calda e fredda è un esempio di sistema aperto di questo tipo.

Un tratto di un canale di distribuzione dell'aria negli ambienti di un impianto di climatizzazione, così come schematizzato in fig. 3.1.4, è un esempio di sistema con un ingresso e più uscite.

Nel seguito si studieranno i sistemi aperti in modo schematico introducendo delle ipotesi semplificative, al fine di potere applicare le relazioni che ne derivano a tutti i sistemi in cui tali ipotesi possono essere considerate valide e che, come si vedrà in seguito, rappresentano casi significativi nello studio dei componenti del sistema edificio-impianto.

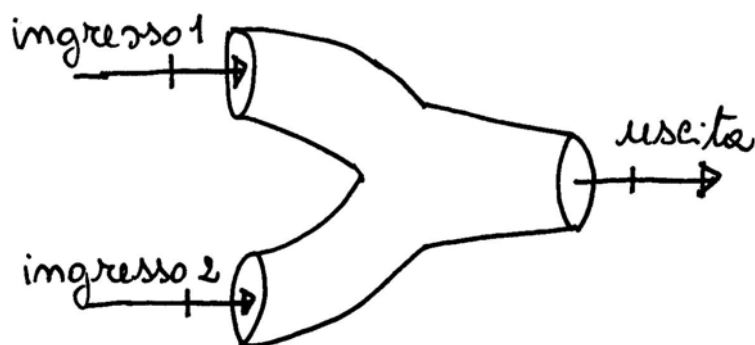


Fig.3.1.3

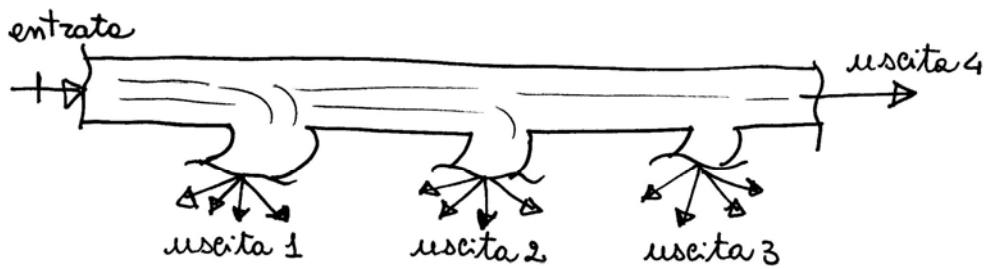


Fig.3.1.4

### 3.2 Bilancio di massa

L'equazione di bilancio di una generica grandezza che può essere scambiata tra sistema ed ambiente, così come già visto nel precedente capitolo, in relazione ad un fissato periodo di osservazione  $\Delta\theta$ , si scrive:

$$\text{Variazione} = \text{Entrata} + \text{Produzione} - \text{Uscita} - \text{Consumo}$$

↙ ↘
↙ ↘

Quantità additive
Quantità sottrattive

Essendo, nell'ambito di fenomeni non relativistici, la massa una grandezza conservativa, i termini Produzione e Consumo presenti al secondo membro del bilancio sono nulli. Si giunge così alla relazione semplificata:

$$\text{Variazione} = \text{Entrata} - \text{Uscita} \quad (3.2.1)$$

Si prenda in considerazione ora un generico sistema aperto con un ingresso ed un'uscita, ad esempio l'elemento di radiatore in Fig. 3.2.1 a) e si indichino con  $\Delta m_e$  e  $\Delta m_u$  le aliquote di massa rispettivamente entranti ed uscenti, durante l'intervallo di tempo  $\Delta\theta$ ; la variazione, durante  $\Delta\theta$ , della massa contenuta nel volume di controllo,  $m_{v.c.}$ , in base alla (3.2.1) si scrive:

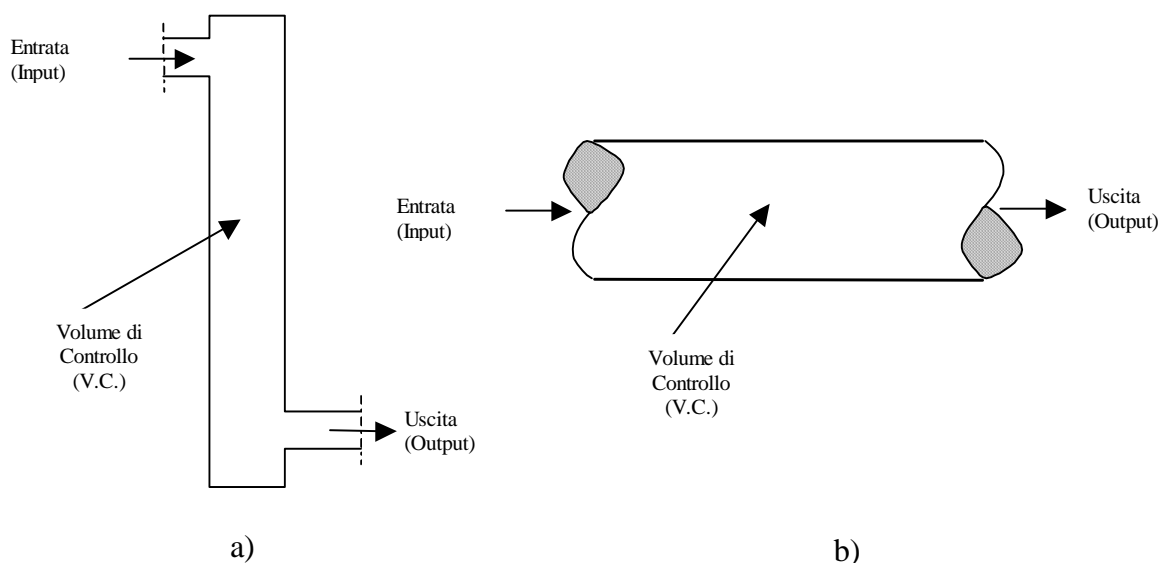


Fig.3.2.1

$$\text{Variazione di } m_{\text{V.C.}} = \Delta m_e - \Delta m_u \quad (3.2.2)$$

Dalla (3.2.2) si deduce che, qualora durante  $\Delta\theta$  entri più massa di quanta ne esca il contenuto di massa all'interno del V.C. aumenta; qualora la variazione risulti negativa, significa che  $\Delta m_u > \Delta m_e$ . Se infine  $\Delta m_u = \Delta m_e$  la variazione della massa nel volume di controllo è nulla, ovvero la massa contenuta nel volume di controllo al termine del periodo di osservazione uguaglia quella che vi era all'inizio.

*Osservazione:* il fatto che la variazione della massa contenuta all'interno del volume di controllo sia nulla non implica affatto che le particelle di materia presenti all'interno del sistema all'inizio del periodo di osservazione siano le stesse presenti al termine.

L'estensione al caso di un sistema aperto con più ingressi e/o più uscite, come quello mostrato in Fig. 3.2.2, è immediato:

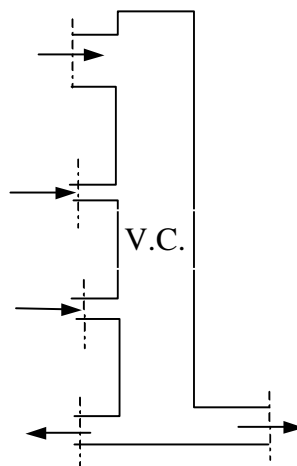


Fig.1.2.2  
Sistema aperto con più ingressi e più uscite

$$\text{Variazione di } m_{\text{V.C.}} = \sum_e \Delta m_e - \sum_u \Delta m_u \quad (3.2.3)$$

La durata del periodo di osservazione influisce in modo sostanziale sulla variazione della grandezza in esame e dunque sul comportamento del sistema; per svincolarsi da tale parametro è conveniente riferirsi ad un intervallo di tempo infinitesimo, ossia ad un determinato istante. In tal senso si passa dal concetto di "aliquota di massa entrante o uscente durante il tempo  $\Delta\theta$ ", dipendente dalla durata di  $\Delta\theta$ , a quello di "**portata massica** (o di massa) entrante o uscente, in un dato istante".

La portata massica si ottiene dividendo la quantità  $\Delta m$  entrante o uscente nell'intervallo di tempo  $\Delta\theta$  per  $\Delta\theta$  stesso ed effettuando il limite per  $\Delta\theta$  tendente a zero; si ha:

$$\lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta m_e}{\Delta\theta} = \frac{dm_e}{d\theta} = \dot{m}_e \quad (3.2.4)$$

$$\lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta m_u}{\Delta\theta} = \frac{dm_u}{d\theta} = \dot{m}_u$$

dove  $\dot{m}_e$  ed  $\dot{m}_u$  sono i simboli adottati per le portate massiche in entrata ed in uscita, adottando la convenzione secondo la quale si indica con un puntino sovrastante la derivata rispetto al tempo, così come già visto per la potenza rispetto all'energia ( $L, \dot{L}, Q, \dot{Q}$ ).

L'unità di misura SI di  $\dot{m}$  è il kg/s. Poiché il Sistema Tecnico (ST) adotta come unità di misura fondamentale il peso anziché la massa, detta kilopond [kp], si definisce la portata di peso o ponderale, il cui simbolo sarà sempre  $\dot{m}$ , la cui unità di misura nel ST è il kp/h. L'equazione di bilancio di massa in termini di portate si ottiene dividendo la (3.2.3) per  $\Delta\theta$  ed eseguendone il limite per  $\Delta\theta$  tendente a zero; stante la definizione (3.2.4) si ottiene:

$$\lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\text{Variazione di } m_{v.c.}}{\Delta\theta} = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta m_e}{\Delta\theta} - \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta m_u}{\Delta\theta}$$

$$\frac{d}{d\theta} m_{v.c.} = \dot{m}_e - \dot{m}_u \quad (3.2.5)$$

Una categoria di fenomeni molto importanti nella pratica professionale è quella dei cosiddetti **fenomeni in regime stazionario o permanente** cioè di quei fenomeni caratterizzati da una trascurabile variazione col tempo delle proprietà in ciascun punto della regione di spazio considerata. Gli impianti, durante il loro funzionamento, hanno usualmente lunghi periodi di *regime stazionario* e brevi periodi di "*regime transitorio*", ad esempio quello di "*avvio*" e quello di "*spegnimento*". L'equazione (3.2.5) ha forma generale, è utile, però, particolarizzarla per il regime *stazionario*.

In questo caso il contenuto di massa nel volume di controllo non potrà variare nel tempo e quindi risulterà :

$$\frac{d}{d\theta} m_{v.c.} = 0 \quad (3.2.6)$$

e quindi la 3.2.5, diventa:

$$\dot{m}_e - \dot{m}_u = 0$$

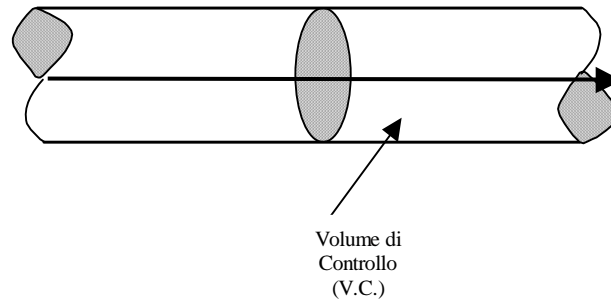
$$\dot{m}_e = \dot{m}_u \quad (3.2.7)$$

In condizioni di regime stazionario, se il sistema ha un solo ingresso ed una sola uscita, la portata massica entrante è uguale a quella uscente. Per un sistema con più ingressi ed uscite la somma delle portate massiche entranti eguaglia quella delle portate massiche uscenti:

$$\sum_e \dot{m}_e = \sum_u \dot{m}_u$$

Per alcune applicazioni tecniche è utile correlare la portata massica alle proprietà termodinamiche del fluido nelle sezioni d'ingresso e di uscita. Ciò può essere fatto molto semplicemente per i casi in cui le proprietà del fluido che attraversa il sistema hanno un valore uniforme in ciascuna

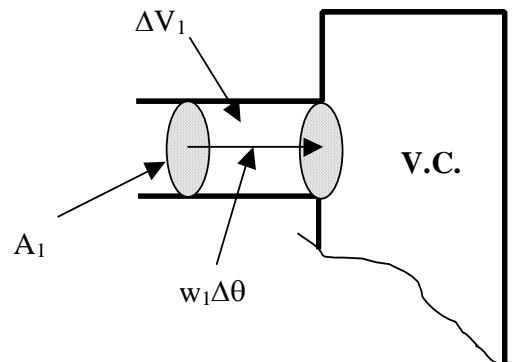
sezione ortogonale alla direzione del moto e variano soltanto lungo la coordinata che identifica il moto del fluido; detta ad esempio  $x$  tale coordinata, come in Fig. 3.2.3, per la temperatura e per la densità si avrà  $T=T(x)$  e  $\rho=\rho(x)$ . Quando sono verificate tali condizioni il flusso è detto **monodimensionale**.



*Nel moto monodimensionale le proprietà del fluido hanno un valore uniforme in ciascuna sezione ortogonale alla direzione del moto  $x$ ; le proprietà variano soltanto al variare di  $x$ .*

Fig.3.2.3

Si consideri quindi uno dei condotti di collegamento al volume di controllo in cui il flusso sia monodimensionale, come mostrato nella Fig. 3.2.4. Sia  $\Delta m_1$  la massa che, nel tempo  $\Delta\theta$  entra, attraversando la superficie di controllo, nel volume di controllo V.C.



*La massa  $\Delta m_1$  che, nel tempo  $\Delta\theta$ , entrerà, attraversando la superficie di controllo, nel Volume di Controllo V.C. può essere calcolata con la relazione  $A_1 w_1 \Delta\theta$ .*

Fig.3.2.4

La massa  $\Delta m_1$  è contenuta in un cilindro di base  $A_1$ , sezione trasversale del condotto, e di altezza  $w_1\Delta\theta$ , avendo indicato con  $w_1$  il valore della velocità che si ipotizza uniforme nella sezione  $A_1$ . Indicando con  $\rho_1$  la densità del fluido e con  $v_1$  il suo inverso, il volume specifico, il volume  $\Delta V_1$  del cilindretto elementare che contiene  $\Delta m_1$  è:

$$\Delta V_1 = A_1 w_1 \Delta \theta \quad (3.2.8)$$

il prodotto a secondo membro ha infatti le unità di misura  $m^3 \frac{m}{s} = m^3$ . Se si moltiplica il  $\Delta V_1$  per la densità  $\rho$  ( $kg/m^3$ ) o si divide per il volume specifico  $v_1$  ( $m^3/kg$ ) che caratterizzano il fluido nel volume elementare  $\Delta V_1$ , si ha:

$$\Delta m_1 = \Delta V_1 \rho_1 = \frac{\Delta V_1}{v_1} = \rho_1 A_1 w_1 \Delta \theta = \frac{A_1 w_1 \Delta \theta}{v_1} \quad (3.2.9)$$

Dividendo poi la (3.2.9) per  $\Delta \theta$

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta \theta} = \frac{\rho_1 A_1 w_1 \Delta \theta}{\Delta \theta} = \frac{A_1 w_1 \Delta \theta}{v_1 \Delta \theta}$$

ed eseguendo il limite per  $\Delta \theta$  tendente a zero, si ottiene:

$$\lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \frac{\Delta m_1}{\Delta \theta} = \rho_1 A_1 w_1 = \frac{A_1 w_1}{v_1}$$

e quindi:

$$\dot{m}_1 = \rho_1 A_1 w_1 = \frac{A_1 w_1}{v_1} \quad (3.2.10)$$

La **portata massica**, nell'ipotesi di flusso monodimensionale, in una generica sezione in ingresso è pari al prodotto della densità del fluido, per l'area della sezione trasversale del condotto, per la velocità del fluido.

Nel SI l'unità di misura della densità è il  $kg/m^3$ , quella della sezione del condotto in  $m^2$ , quella della velocità il  $m/s$ , quella del volume specifico in  $m^3/kg$ . Qualora al posto della densità si consideri il peso specifico, misurato in  $kp/m^3$  nelle unità del Sistema Tecnico, si avrà la portata ponderale misurata in  $kp/h$ .

L'equazione del bilancio di massa (3.2.7) può essere riscritta sostituendo al simbolo delle portate la (3.2.10):

$$(\rho A w)_e = (\rho A w)_u \quad \left( \frac{A w}{v} \right)_e = \left( \frac{A w}{v} \right)_u \quad (3.2.11)$$

In analogia alla relazione ricavata tra massa e portata massica, si può correlare il volume alla **portata volumetrica**. Infatti dividendo nella relazione (1.2.8) primo e secondo membro per  $\Delta \theta$  si ha:

$$\frac{\Delta V_1}{\Delta \theta} = \frac{A_1 w_1 \Delta \theta}{\Delta \theta}$$

e passando al limite per  $\Delta \theta$  che tende a 0 si ottiene:

$$\lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta V_1}{\Delta\theta} = \frac{dV_1}{d\theta} = \dot{V}_1 = A_1 w_1 \quad (3.2.12)$$

La precedente relazione rappresenta la definizione della portata volumetrica  $\dot{V}_1$ . L'unità di misura è  $m^3/s$ . E' possibile riscrivere l'equazione del bilancio di massa (1.2.11) introducendo la portata volumetrica

$$(\rho \dot{V})_e = (\rho \dot{V})_u \quad \left( \frac{\dot{V}}{v} \right)_e = \left( \frac{\dot{V}}{v} \right)_u \quad (3.2.13)$$

Si osservi che, per i sistemi a regime stazionario con un solo ingresso ed una sola uscita, la portata massica entrante uguaglia quella uscente (3.2.7), ma ciò non vale in generale per quella volumetrica (3.2.12). La portata volumetrica entrante uguaglia quella uscente soltanto nel caso particolare, ma piuttosto comune, di fluido la cui densità sia praticamente costante; tale è usualmente il caso dei liquidi. Dalla (3.2.11) deriva inoltre che, per sistemi con un ingresso e con un'uscita di uguali sezioni attraversati da un fluido a densità costante, le velocità in ingresso ed in uscita sono uguali.

### 3.3. Bilancio di energia

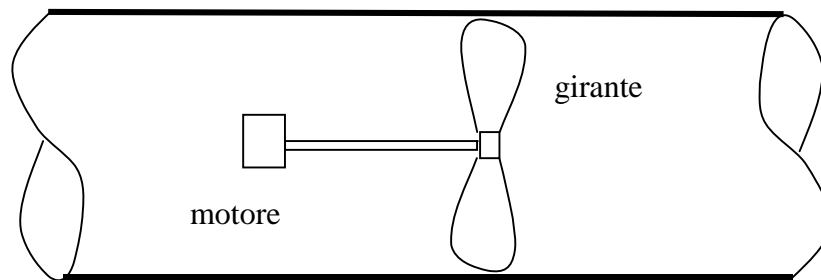
Nell'ambito dei fenomeni non relativistici, l'energia è una grandezza conservativa distinta dalla massa: non può né generarsi né consumarsi.

Per poter scrivere l'equazione di bilancio per tale grandezza, in un sistema aperto, è necessario tener conto di diverse tipologie di scambio energetico: quelle dipendenti da differenze di temperatura e pressione tra il sistema e l'ambiente circostante, come *calore* e *lavoro*, e quelle connesse ai flussi di massa che possono entrare o uscire dal sistema. La presenza di questi ultimi termini energetici determina la differenza sostanziale tra il bilancio di energia nei sistemi chiusi e quello sui sistemi aperti. I termini di scambio energetico connessi con i flussi di massa vengono anche detti "*convettivi*".

Si osservi inoltre che, in un sistema aperto, per il solo fatto che del fluido entra e/o esce dal volume di controllo, vi è un trasferimento di energia come lavoro: questo contributo è sempre presente, che vi siano o meno altri contributi di flusso energetico come lavoro.

In un sistema aperto uno scambio di energia secondo la modalità lavoro tra sistema ed ambiente può avvenire attraverso organi meccanici in movimento; si pensi ad esempio alla girante di una turbina idraulica che, nelle sue forme primordiali, è stata alla base della rivoluzione industriale. Nel sistema mostrato in Fig.3.3.1 lo scambio tra sistema ed ambiente secondo la modalità lavoro avviene attraverso la girante presente nel condotto, azionata dal motore elettrico. In questo caso il lavoro è entrante nel sistema. Nel caso della turbina invece è il sistema che cede lavoro all'ambiente.

Così come si è visto nello studio del bilancio di massa, un sistema aperto è delimitato da una superficie di controllo fissa nello spazio che, in alcune zone, è attraversata da flussi di massa, in ingresso e/o in uscita. Si farà l'ipotesi che in queste sezioni il flusso sia monodimensionale. Si considerino, Fig. 3.3.2, due generici varchi di ingresso "i" e di uscita "o", le cui sezioni sono rispettivamente di area  $A_i$  ed  $A_o$ .



*Lavoro di elica: tipica interazione energetica come lavoro tra un sistema aperto e l'ambiente. Il fluido attraversa il condotto messo in moto da un ventilatore*

Fig.3.3.1

Nell' intervallo di tempo  $\Delta\theta$ , i volumetti di fluido contenuti nei cilindretti di base  $A_i$  ed  $A_o$ , evidenziati nella figura, entrano ed escono dal volume di controllo; essi sono esprimibili come :

$$\Delta V_i = A_i w_i \Delta\theta \quad \Delta V_o = A_o w_o \Delta\theta \quad (3.3.1)$$

E' evidente che, associate agli elementi di volume  $\Delta V_i$  e  $\Delta V_o$ , entreranno ed usciranno dal volume di controllo le grandezze estensive ad essi relative in particolare massa ed energia. L'energia entrante ed uscente è esprimibile come prodotto dell'energia specifica  $e_i$  ed  $e_o$ , per la massa contenuta nei volumetti:

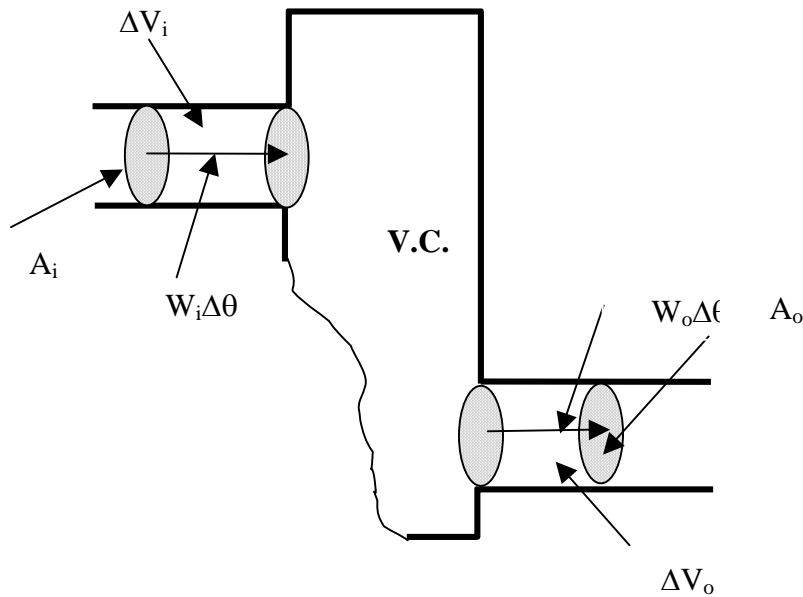
$$\Delta E_i = A_i w_i e_i \rho_i \Delta\theta \quad \Delta E_o = A_o w_o e_o \rho_o \Delta\theta \quad (3.3.2)$$

Le precedenti relazioni tenendo conto che il prodotto  $(Aw\rho)$  rappresenta la portata massica del fluido (3.2.10), possono anche scriversi:

$$\Delta E_i = (\dot{m}e)_i \Delta\theta \quad \Delta E_o = (\dot{m}e)_o \Delta\theta \quad (3.3.3)$$

Le (3.3.3) rappresentano i *termini convettivi* dipendenti dall'energia specifica che caratterizza il fluido in ingresso ed in uscita dal sistema.

Sempre con riferimento allo schema di Fig. 3.3.2, affinché la massa contenuta nel volumetto  $\Delta V_i$  possa entrare nel volume di controllo, è necessario che il fluido retrostante, che fa parte dell'ambiente, lo spinga, compiendo lavoro per vincere la forza che si oppone al suo ingresso, causata dalla pressione interna regnante in quell'elemento della superficie di controllo. Questa interazione energetica è detta *lavoro di pulsione* (dal latino pellere-spingere ).



Bilancio d'energia per un sistema aperto,  $i$  è il generico ingresso, o la generica uscita

Fig.3.3.2

Il lavoro di pulsione fatto dall'ambiente sul sistema per il varco d'ingresso  $i$ , è valutabile, in questo caso, essendo forza e spostamento collineari con la relazione:

$$\text{Lavoro} = \text{Forza} \times \text{Spostamento}$$

Nel caso in esame, indicando con  $p_i$  la pressione che agisce sul fluido nella sezione d'ingresso  $A_i$  essendo per definizione la pressione pari alla forza sull'unità di superficie:

$$p_i = \frac{F_i}{A_i}$$

si ha:

$$F_i = p_i A_i$$

come prodotto della pressione in ingresso per l'area della sezione d'ingresso.

Lo spostamento corrisponde all'altezza del cilindretto considerato che è stata già valutata nella (3.2.8), per il bilancio di massa sul sistema aperto, ed è pari a  $w_i \Delta \theta$ . In definitiva il lavoro di pulsione in ingresso è espresso dalla relazione:

$$(L_p)_i = p_i A_i w_i \Delta \theta = (pAw)_i \Delta \theta \quad (3.3.4)$$

Quest'ultima relazione, moltiplicata e divisa per il volume specifico,

$$(L_p)_i = \frac{p_i A_i w_i \Delta \theta v_i}{v_i} = (pv)_i \left( \frac{Aw}{v} \right)_i \Delta \theta = \frac{p_i A_i w_i \Delta \theta \rho_i}{\rho_i} = \left( \frac{p_i}{\rho_i} \right)_i (Awp)_i \quad (3.3.5)$$

Nella (3.2.11) i termini  $\left(\frac{Aw}{v}\right)_i$  e  $(Aw\rho)_i$  rappresentano la portata massica in ingresso. Pertanto :

$$(L_p)_i = (pv\dot{m})_i \Delta\theta \quad (3.3.6)$$

nella sezione d'ingresso e rappresenta il lavoro compiuto dall'ambiente sul sistema per consentire al fluido contenuto nel volumetto  $\Delta V_i$  di entrare nel volume di controllo V.C.. Analogamente per la sezione di uscita si avrà:

$$(L_p)_o = \frac{p_o A_o w_o \Delta\theta v_o}{v_o} = (pv)_o \left(\frac{Aw}{v}\right)_o \Delta\theta = \frac{p_o A_o w_o \Delta\theta \rho_o}{\rho_o} = \left(\frac{p_o}{\rho_o}\right) (Aw\rho)_o$$

$$(L_p)_o = (pv\dot{m})_o \Delta\theta \quad (3.3.7)$$

che rappresenta il lavoro effettuato dal sistema sull'ambiente per far uscire nell'intervallo di osservazione  $\Delta\theta$  il volumetto  $\Delta V_o$ .

Riassumendo, le interazioni energetiche tra il sistema aperto e l'ambiente sono così classificabili:

- a) flusso energetico come calore, Q;
- b) flusso energetico come lavoro (tipicamente di elica), L ;
- c) flusso energetico convettivo,  $e \dot{m} \Delta\theta$  ;
- d) flusso energetico come lavoro di pulsione,  $L_e = pv \dot{m} \Delta\theta$  .

Avendo individuato e classificato le interazioni energetiche tra il sistema aperto e l'ambiente, è ora possibile eseguire il bilancio; con riferimento alla Fig. 3.3.3 si ha:

$$\text{Variazione} = \text{Entrata} - \text{Uscita}$$

Grandezza	Significato	Termine nell'equazione di bilancio
Variazione	variazione della quantità di energia nel Volume di Controllo, nell'intervallo di tempo $\Delta\theta$	$\Delta E_{v.c.}$
Entrata	quantità di energia in entrata nel sistema nell'intervallo di tempo $\Delta\theta$ secondo le modalità calore e lavoro e contributi convettivi	$ Q _e +  L _e + (e \dot{m} \Delta\theta + pv \dot{m} \Delta\theta)_i$
Uscita	quantità di energia in uscita dal sistema nell'intervallo di tempo $\Delta\theta$ secondo le modalità calore e lavoro e contributi convettivi	$ Q _o +  L _o + (e \dot{m} \Delta\theta + pv \dot{m} \Delta\theta)_o$

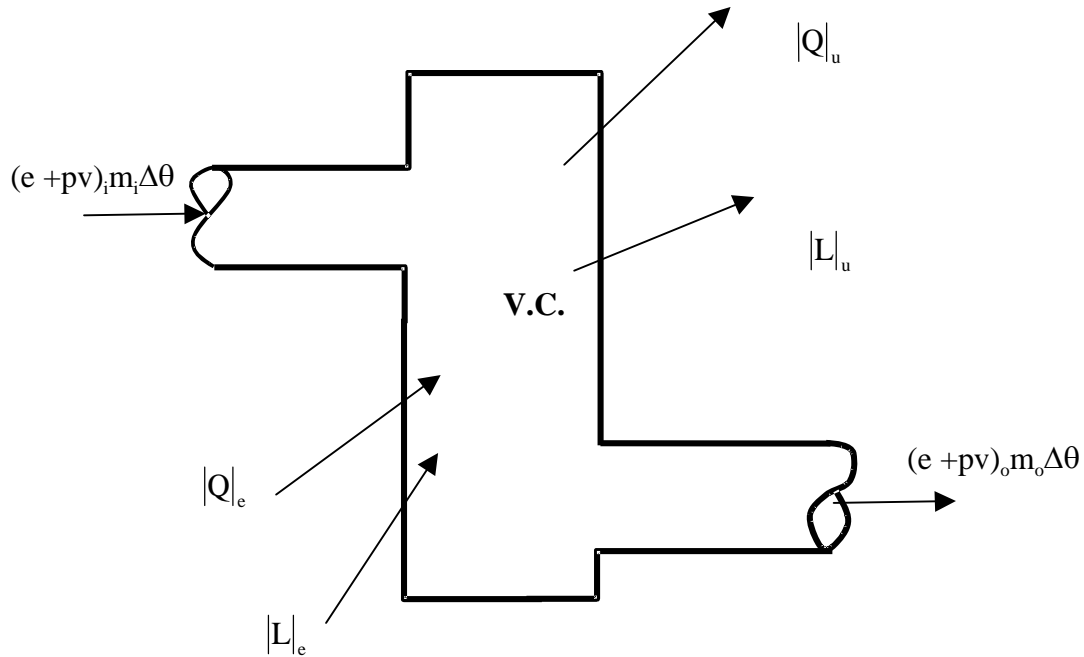


Fig.3.3.3

Tenendo conto del significato e del valore delle diverse grandezze riportate nella precedente tabella, si ottiene:

$$\Delta E_{v.c.} = |Q|_e + |L|_e + (e \dot{m} \Delta\theta + pv \dot{m} \Delta\theta)_i - \left[ |Q|_u + |L|_u + (e \dot{m} \Delta\theta + pv \dot{m} \Delta\theta)_o \right] \quad (3.3.8)$$

$$\Delta E_{v.c.} = |Q|_e + |L|_e + (e + pv)_i \dot{m} \Delta\theta - \left[ |Q|_u + |L|_u + (e + pv)_o \dot{m} \Delta\theta \right]$$

Poiche l'energia è di norma costituita dalle tre aliquote: energia cinetica, energia potenziale, energia interna, risulta:

$$E = \frac{1}{2} m w^2 + mgz + U \quad (3.3.9)$$

e facendo riferimento all'unità di massa:

$$e = \frac{1}{2} w^2 + gz + u \quad (3.3.10)$$

avendo considerato la sola energia potenziale gravitazionale (z è la quota rispetto ad una superficie equipotenziale di riferimento).

Utilizzando l'espressione dell'energia specifica riportata nella (3.3.10), la (3.3.8) diventa:

$$\Delta E_{v.c.} = |Q|_e + |L|_e + \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + u + pv \right)_i \dot{m}_i \Delta\theta - \left[ |Q|_u + |L|_u + \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + u + pv \right)_o \dot{m}_o \Delta\theta \right]$$

$$\Delta E_{v.c.} = |Q|_e - |Q|_u - [L|_u - |L|_e] + \left[ \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + u + pv \right)_i \dot{m}_i - \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + u + pv \right)_o \dot{m}_o \right] \Delta \theta$$

nella precedente relazione compaiono, come già detto in precedenza i termini calore e lavoro ed i termini energetici convettivi, connessi cioè all'energia associata al fluido in ingresso ed in uscita. Si noti che:

- poiché il volume di controllo, come detto all'inizio di questo paragrafo è fisso nello spazio ed il fluido che lo attraversa è in movimento, lo studio del caso generale deve prevedere velocità in ingresso ed in uscita diverse e quote delle sezioni d'ingresso e di uscita diverse. Ciò comporta che le variazioni di energia cinetica e potenziale, tra il fluido in ingresso e quello in uscita, sono in genere diverse da zero.
- l'espressione dell'energia associata al fluido che attraversa il sistema aperto contiene il termine relativo all'energia interna del fluido ed il prodotto  $pv$  che, come dimostrato in precedenza rappresenta il lavoro di pulsione necessario per consentire il flusso del fluido attraverso il sistema.
- La grandezza

$$\mathbf{h} = \mathbf{u} + p\mathbf{v} \quad (3.3.11)$$

essendo una combinazione di proprietà, è anch'essa una proprietà del sistema e viene definita **entalpia**.

Tenendo conto della definizione di entalpia la variazione di energia  $\Delta E_{v.c.}$ , nel volume di controllo, può scriversi

$$\Delta E_{v.c.} = |Q|_e - |Q|_u - [L|_u - |L|_e] + \left[ \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_i \dot{m}_i - \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_o \dot{m}_o \right] \Delta \theta \quad (3.3.12)$$

dividendo primo e secondo membro della (1.3.12) per  $\Delta \theta$ ,

$$\frac{\Delta E_{v.c.}}{\Delta \theta} = \frac{|Q|_e - |Q|_u}{\Delta \theta} - \left[ \frac{|L|_u - |L|_e}{\Delta \theta} \right] + \left[ \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_i \dot{m}_i - \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_o \dot{m}_o \right] \quad (3.3.13)$$

Si fa ora l'ipotesi che l'energia scambiata come calore tra sistema ed ambiente sia positiva se in ingresso e che il lavoro sia invece positivo se in uscita. In base a tale convenzione si pone:

$$Q = |Q|_e - |Q|_u \quad L = |L|_u - |L|_e$$

Sulla base di tale ipotesi la (1.3.13) si può scrivere:

$$\frac{\Delta E_{v.c.}}{\Delta \theta} = \frac{Q}{\Delta \theta} - \frac{L}{\Delta \theta} + \left[ \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_i \dot{m}_i - \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_o \dot{m}_o \right]$$

e passando al limite per  $\Delta \theta$  che tende a zero

$$\lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \frac{\Delta E_{v.c.}}{\Delta \theta} = \lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \frac{Q}{\Delta \theta} - \lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \frac{L}{\Delta \theta} + \lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \left[ \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_i \dot{m}_i - \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_o \dot{m}_o \right] \quad (3.3.14)$$

il limite al primo membro rappresenta la variazione dell'energia all'interno del volume di controllo nell'intervallo di tempo infinitesimo:

$$\frac{d}{d\theta} E_{v.c.}$$

mentre al secondo membro il limite relativo ai rapporti  $Q/\Delta\theta$  e  $L/\Delta\theta$  conduce ad energie riferite all'unità di tempo; i termini in parentesi non sono formalmente influenzati dal passaggio al limite.

I termini  $\dot{Q}$  ed  $\dot{L}$  rappresentano la potenza termica e quella meccanica (di elica). L'unità di misura nel SI è il Watt (W); nel Sistema Tecnico sono rispettivamente la kcal/h ed il kp·m/h. L'unità di misura dell'entalpia specifica (3.3.11) è, nel SI il J/kg e nel Sistema Tecnico la kcal/kg o il kpm/kp. Nel caso s'impieghino le unità del sistema Tecnico l'espressione dell'energia specifica:

$$e = h + gz + \frac{w^2}{2}$$

diventa:

$$e = h + z + \frac{w^2}{2g}$$

in essa a secondo membro le energie specifiche sono espresse in kp·m/kp.

In definitiva la (3.3.14) si scrive:

$$\frac{dE_{v.c.}}{d\theta} = \dot{Q} - \dot{L} + \left[ \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_i \dot{m}_i - \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_o \dot{m}_o \right] \quad (3.3.15)$$

Se si assume l'ipotesi che il sistema sia in condizioni di **regime stazionario** risulta:

$$\frac{dE_{v.c.}}{d\theta} = 0 \quad e \quad \dot{m}_i = \dot{m}_o$$

E quindi il bilancio di energia sul sistema aperto riportato nella (3.3.15) si scrive:

$$\begin{aligned} 0 &= \dot{Q} - \dot{L} + \left[ \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_i - \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_o \right] \dot{m} \\ -\dot{Q} + \dot{L} &= \left[ \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_i - \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_o \right] \dot{m} \\ \dot{Q} - \dot{L} &= \left[ \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_o - \left( \frac{1}{2} w^2 + gz + h \right)_i \right] \dot{m} \\ \dot{Q} - \dot{L} &= \left[ \left( \frac{w_o^2 - w_i^2}{2} + g(z_o - z_i) + (h_o - h_i) \right) \right] \dot{m} \end{aligned}$$

indicando, secondo le convenzioni assunte, con il simbolo  $\Delta$  la variazione assunta da una qualsiasi grandezza, la differenza tra i termini in uscita ed in ingresso che compaiono al secondo membro della precedente relazione si può scrivere:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m} \Delta \left( h + \frac{1}{2} w^2 + gz \right) \quad (3.3.16)$$

La (3.3.16), *prima legge della termodinamica per i sistemi aperti in regime stazionario con un ingresso ed un'uscita* stabilisce che la differenza tra la potenza termica e quella meccanica scambiata tra il sistema ed l'ambiente è pari al prodotto della portata massica che attraversa il sistema per la somma delle variazioni specifiche di entalpia, di energia cinetica e di energia potenziale.

Sempre nelle ipotesi di regime stazionario, se il sistema aperto è caratterizzato da più varchi in ingresso e/o in uscita la (3.3.15) si generalizza in:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \sum_{j=1}^n \dot{m}_{oj} \left( h + gz + \frac{w^2}{2} \right)_{oj} - \sum_{k=1}^p \dot{m}_{ik} \left( h + gz + \frac{w^2}{2} \right)_{ik} \quad (3.3.17)$$

in cui n è il numero dei varchi in ingresso, p quello dei varchi in uscita, mentre i pedici j e k si riferiscono ai generici varchi rispettivamente in ingresso ed uscita.

*Osservazioni relative ai sistemi con un solo ingresso ed un sola uscita in regime stazionario:*

1. La (3.3.16) si può esprimere, dividendo primo e secondo membro per la portata massica  $\dot{m}$ , in termini di energie riferite all'unità di portata massica:

$$q - l = \Delta \left( h + gz + \frac{w^2}{2} \right)$$

2. Se le sezioni d'ingresso e d'uscita sono alla stessa quota rispetto al piano di riferimento si annulla la variazione di energia potenziale tra l'ingresso e l'uscita. Il bilancio sul sistema di energia su sistema aperto si scrive:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m} \Delta \left( h + \frac{1}{2} w^2 \right)$$

3. Se le velocità in ingresso ed uscita sono uguali o se le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili rispetto alla variazione di entalpia la precedente relazione diventa:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m} \Delta h$$

4. Se è nulla la potenza termica e quella meccanica d'elica, dall'equazione di bilancio si ottiene:

$$\dot{m} \Delta \left( h + gz + \frac{1}{2} w^2 \right) = 0$$

$$\Delta \left( h + gz + \frac{1}{2} w^2 \right) = 0$$

$$h_1 + gz_1 + \frac{1}{2} w_1^2 = h_2 + gz_2 + \frac{1}{2} w_2^2$$

5. Se la sostanza è un gas ideale o un liquido ed il flusso è isoterma l'entalpia resta costante e la precedente relazione diventa:

$$gz_1 + \frac{1}{2} w_1^2 = gz_2 + \frac{1}{2} w_2^2$$