Esercizi di riepilogo

Annalisa Scognamiglio

June 1, 2016

Produzione

Si consideri un'impresa caratterizzata dalla seguente funzione di produzione $F(K, L) = K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$. I fattori produttivi Ke L sono scambiati in mercati perfettamente concorrenziali con prezzi r e w.

1. Che tipo di rendimenti di scala esibisce questa funzione di produzione?
   $F(tK, tL) = (tK)^{\frac{1}{2}}(tL)^{\frac{1}{2}} = tF(K, L)$ *Rendimenti di scala costanti.*

2. Determinare le funzioni di domanda compensata dei due fattori K e L.
   Per determinare le funzioni di domanda dei fattori si procede minimizzando i costi di produzione per dato livello di output tenendo in considerazione il vincolo tecnologico (ovvero la funzione di produzione). Possiamo determinare l'ottimo semplicemente eguagliando il saggio marginale di sostituzione tecnica al rapporto tra i prezzi dei fattori: $\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}$ *che in questo caso ci dà* $\frac{K}{L} = \frac{w}{r}$*. Sostituendo* $K = \frac{w}{r}L$ *nella funzione di produzione si ottiene:* $\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{2}} L = y \Longleftrightarrow L(w, r, y) = \left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{2}} y$*. Dalla relazione ottima tra* K *e* L *trovata prima si ha* $K(w, r, y) = \left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{2}} y$*.*

3. Assumendo $w = r = 1$, si determini la funzione di costo dell'impresa.
   La funzione di costo si ottiene sostituendo le funzioni di domanda compensate dei fattori nella funzione obiettivo del problema di minimizzazione vincolata: $C(w, r, y) = wL(w, r, y) + rK(w, r, y) = w\left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{2}} y + r\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{2}} y = 2\sqrt{wry}$*.* $C(y) \equiv C(1, 1, y) = 2y$*.*

Monopolio

Si consideri la funzione di domanda aggregata determinata nella sezione sul consumatore e la funzione di costo determinata nella sezione produzione.

1. Determinare prezzo e quantità di monopolio in assenza di discriminazione dei prezzi.

Il monopolista massimizza $\pi = p(y)y - 2y = y(p)(p-c)$. Dalla sezione sul consumatore abbiamo

$$\max_{p>\frac{1}{4}} (p-2)\frac{4}{p^2}$$

La condizione del primo ordine per il prezzo è: $\frac{4}{p^2} - (p-2)\frac{8}{p^3} = 0$ da cui si ottiene $p = 4$ e $y = 1/4$. $\pi = 1/2$

2. Quale sarebbe la quantità scambiata se il monopolista potesse operare una discriminazione perfetta dei prezzi?

   Si avrebbe $y = 1$ e i profitti del monopolista sarebbero $\int_2^{+\infty} y(p)dp = \int_2^{+\infty} \frac{4}{p^2}dp = 2$, oppure $\int_0^1 p(y)dy - 2 = \int_0^1 \frac{2}{\sqrt{y}}dy - 2 = 4\sqrt{y}|_0^1 - 2 = 2$.

3. Qual è la perdita di benessere sociale associata all'impossibilità di operare una discriminazione perfetta dei prezzi?

   La perdita di benessere sociale è data dalla differenza tra i profitti del monopolista nel caso di perfetta discriminazione dei prezzi e il benessere sociale (profitti del monopolista e surplus del consumatore) nel caso di non-discriminazione dei prezzi: $\int_2^4 y(p)dp - \frac{1}{2} = \int_2^4 \frac{4}{p^2}dp - \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$.

Oligopolio

Si assuma ora che vi sono due imprese, con funzione di costo identica e data dalla funzione di costo trovata nella sezione produzione, nel mercato del bene due.

1. Determinare l'equilibrio di Cournot.

   Per determinare l'equilibrio di Cournot in questo caso è preferibile utilizzare il risultato $\frac{p-c}{c} = \frac{s_i}{\epsilon}$. In questo esempio infatti abbiamo elasticità costante, costi marginali costanti e imprese identiche, quindi $s_i = 0.5$ in equilibrio. Quindi si ha: $\frac{p-2}{p} = \frac{1}{4} \Longrightarrow p = \frac{8}{3}$. Di conseguenza la quantità totale, che si determina valutando la funzione di domanda in corrispondenza del prezzo di equilibrio, è $Y = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}$ e ciascuna impresa produce metà della quantità totale, quindi $y_1 = y_2 = \frac{9}{32}$. In alternativa si può procedere massimizzando la funzione del profitto dell'impresa i rispetto alla quantità prodotta dall'impresa i, mantenendo fissa la quantità prodotta dall'impresa j:

   $$\max_{y_i} (\frac{2}{\sqrt{y_i + y_j}} - 2)y_i$$

   La condizione del primo ordine per il problema di massimo è $\frac{2}{\sqrt{y_i+y_j}} - 2 - \frac{y_i}{Y\sqrt{y_i+y_j}} = 0 \Longleftrightarrow 2 - 2\sqrt{Y} - s_i = 0$. Usando il fatto che in equilibrio $s_i = 0.5$ si ha $Y = \frac{9}{16}$ come sopra.

2. Determinare l'equilibrio di Bertrand.

   L'equilibrio di Betrand è dato da $p_1 = p_2 = 2$.