

Università di Napoli Federico II. Corso di Laurea Magistrale in Matematica  
**PROCESSI EVOLUTIVI IN FISICA MATEMATICA (6 CFU)**

DOCENTE: BRUNO BUONOMO

**PROGRAMMA A.A. 2013-14**

### Modelli compartimentali

SIR base. Diffusione delle innovazioni. Modello SIR con dinamica vitale. SIR con vaccinazione pediatrica. Herd immunity. Modello SIS con vaccinazione, endemicità multiple. Introduzione ai modelli epidemici con “fattore umano”: SIR con vaccinazione pediatrica e informazione: Equilibri, Stabilità, biforcazioni. Metodo della matrice di generazione successiva.

### Biforcazioni nei processi evolutivi retti da ODE

Teorema di Hartman-Grobman. Varietà stabili e instabili. Varietà centrale. Forme normali. Biforcazione nodo-sella. Biforcazione transcritica. Biforcazione a forchetta. Biforcazione di Hopf. Biforcazione all'indietro (o Backward). Metodo di Castillo Chavez-Song.

### Controllo di processi evolutivi retti da ODE

Struttura dei problemi di controllo. Controllo Ottimo con regioni di controllo illimitate. Funzione Hamiltoniana. Condizioni necessarie di ottimalità. Controllo Bang - Bang. Principio di Pontryagin. Estensione al caso multidimensionale. Curve di passaggio. Condizioni necessarie con regione di controllo limitata. Esempi.

Formulazione e risoluzione dei seguenti problemi di Controllo Ottimo: modello di crescita economica, sfruttamento di risorse rinnovabili e non rinnovabili, strategie di pubblicità, problema di minimo carburante per un missile, stabilizzazione di un aeroplano.

### Onde viaggianti nei processi evolutivi retti da PDE

Leggi di conservazione. Leggi costitutive. Equazioni notevoli: avvezione, diffusione, Burgers. Equazioni di reazione-diffusione. Travelling waves per equazioni alle derivate parziali singole. Travelling waves per sistemi di equazioni alle derivate parziali. Esempi di sistemi con travelling waves: diffusione spaziale di un modello SI (modello di Murray). Equazione di Fisher: condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza di travelling waves.

### Applicazioni recenti in Epidemiologia\*

\**Questi argomenti sono contenuti negli articoli elencati più sotto, i quali costituiscono parte integrante del programma.*

Analisi e biforcazioni di un modello SIRS con vaccinazione e reinfezione (Lettura [1]); Controllo ottimo per il trattamento della tubercolosi [2]. Biforcazione *backward* e controllo ottimo nella dinamica del virus del Nilo occidentale (WNV) [3]. Onde viaggianti nella diffusione di specie invasive: diffusione delle zanzare *aedes aegypti* [4].

**CONTINUA A PAG. 2**

**Letture critiche presentate nel corso**

Gli articoli sono disponibili presso il docente:

- [1] Safan M., Kretzschmar M., Haderl K. P.: *Vaccination based control of infections in SIRS models with reinfection: special reference to pertussis*. J. Math. Biol., 67, 1083–1110 (2013)
- [2] Jung E., Lenhart S., Feng Z., *Optimal control of treatments in a two-strain tuberculosis model*. Disc. Cont. Dynamic. Sys., B, 2, n.4, 473-482 (2002)
- [3] Blayneh K. W., Gumel A. B., Lenhart S., Clayton T.: *Backward bifurcation and optimal control in transmission dynamics of west nile virus*. Bull. Math. Biol., 72, 1006-1028 (2010)
- [4] Takahashi L. T., Maidana N. A., Castro Ferreira W. Jr., Pulino P., Yang H. M., *Mathematical models for the Aedes aegypti dispersal dynamics: travelling waves by wing and wind*. Bull. Math. Biol., 67, 509-528 (2005)

**TESTI DI RIFERIMENTO:**

- Note del corso (disponibili presso il docente).

**Per approfondimenti si consiglia:**

- Castillo–Chavez C., Song B., *Dynamical models of tuberculosis and their applications*. Math. Biosci. Eng., 1, 361–404 (2004).
- Crawford, J. D., *Introduction to bifurcation theory*. Rev. Modern Physics, 63, n. 4, 991–1035 (1991).
- Grass D., Caulkins J. P., Feichtinger G., Tragler G., Behrens D. A., *Optimal Control of Nonlinear Processes*. Springer, 2008.
- Guckenheimer, J., Holmes, P., *Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields*. Revised and corrected reprint of the 1983 original. Applied Mathematical Sciences, 42. Springer-Verlag, New York, 1990.
- Lenhart S., Workman J. T., *Optimal control applied to biological models*. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, 2007.
- Logan J. D., *An introduction to nonlinear partial differential equations* Wiley, 1994.
- Maidana N. A., Yang H. M., *Describing the geographic spread of dengue disease by traveling waves*. Math. Biosci., 215, 64-77 (2008)
- van den Driessche P., Watmough J., *Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission*. Math. Biosci., 180, 29–48 (2002).

**Informazioni utili:**

Questo programma è scaricabile alla voce “AVVISI” dalla pagina web docenti:

<https://www.docenti.unina.it/bruno.buonomo>

E’ possibile contattare il docente al numero 081675630 (studio) e via e-mail all’indirizzo:  
buonomo@unina.it