

FACOLTA' di INGEGNERIA
Classe di Ingegneria Industriale
Esame di Geometria ed Algebra
9 gennaio 2012-A
prof. Maria Rosaria Celentani

1. Sia $\varphi_t: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un'applicazione lineare così definita:

$$\varphi_t(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 - 6x_2 + (t+3)x_3, -3x_2, -x_1 + x_2 - 2x_3)$$

i) scrivere la matrice A_{φ_t} associata a φ_t ;

ii) determinare i valori di t per cui φ_t è un isomorfismo

iii) determinare, nel caso in cui $t = 3$, $\ker \varphi_3$ e $\varphi_3^{-1}\{(1, 1, -2)\}$;

iv) Studiare la diagonalizzabilità di φ_t al variare di t ;

v) nel caso in cui $t = 3$ determinare autovalori, autospazi e, se possibile, diagonalizzare φ_3 .

2. Considerato il sistema

$$\Sigma_t : \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 6x_4 - 6x_5 = 0 \\ -5x_1 + 4x_2 - x_3 - 9x_4 - tx_5 = 0 \end{cases}$$

discutere la dimensione di S_t , l'insieme delle soluzioni di Σ_t , al variare di t . Determinare S_{-2} (dunque nel caso $t = -2$) ed una sua base B_{-2} . Completare B_{-2} ad una base di $\mathbb{R}^5$.

3. Determinare la distanza tra il piano

$$\pi : 3x - 2z - 5 = 0$$

e la retta r :

$$r : \begin{cases} -x + 2y - 1 = 0 \\ -3y + z + 2 = 0 \end{cases}$$

4. Si consideri la conica Γ_h definita in coordinate omogenee mediante l'equazione

$$f_h(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = -2x_1^2 + hx_2^2 + x_3^2 + 5x_2x_3 + 2(h-1)x_1x_2 = 0$$

classificare Γ_h al variare di h .