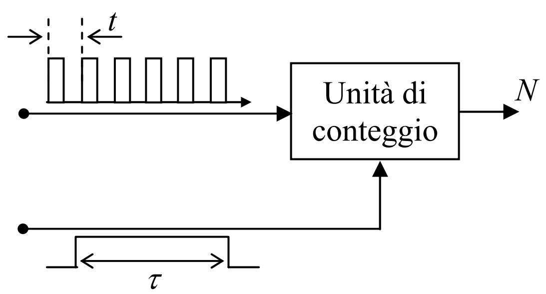
CAPITOLO 4
MISURAZIONI NEL DOMINIO DEL TEMPO CON CONTATORE NUMERICO

Misurare il tempo che intercorre tra due eventi significa confrontare due intervalli di tempo, quello oggetto della misurazione e uno campione, preso come riferimento. Scelto un generatore di impulsi stabile in frequenza, la misurazione può avvenire contando il numero di impulsi che occorrono nell'intervallo di tempo da misurare.
Analogamente, la misurazione della frequenza di un segnale periodico può essere condotta contando il numero di oscillazioni del segnale che si verificano in un intervallo di tempo campione. In questo caso, se l'intervallo di tempo di riferimento è di durata un secondo, il valore numerico rappresentativo del conteggio effettuato esprime direttamente la frequenza in hertz, altrimenti occorre dividere il numero di cicli contati per l'intervallo scelto come riferimento. Ad esempio, se in un tempo campione T_c=10ms sono contati N=100 cicli, allora la frequenza incognita vale f_x=10kHz.

Per poter effettuare tali misurazioni è necessario disporre di un intervallo di tempo campione, di istanti di tempo rappresentativi del misurando e di uno strumento che sia in grado di contarli.
Lo strumento che risponde a tali requisiti è il ***contatore numerico*** ed è lo strumento principe per l'analisi nel dominio del tempo. Esso prevede il conteggio del numero N di impulsi di periodo t che si verificano durante il tempo di osservazione di durata τ.



- figura 4.1 -

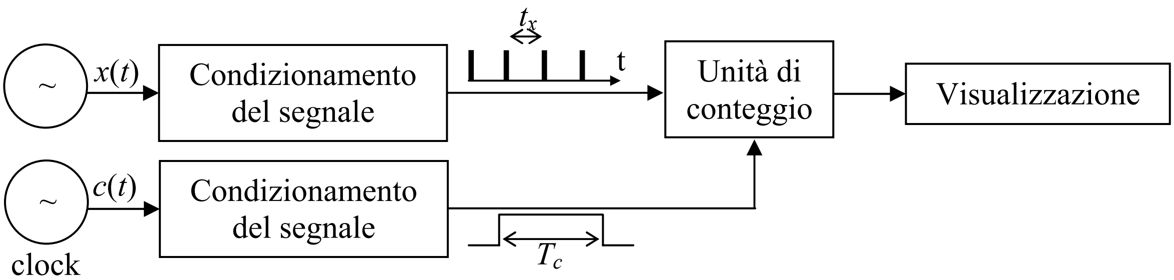
Vale, quindi, la seguente relazione:

$$\tau \approx N \cdot t \tag{4.1}$$

grazie alla quale è possibile ricavare il valore τ una volta nota la durata *t* e il numero di conteggi *N*. La qualità del risultato sarà tanto migliore quanto più $\tau \gg t$; viceversa, la misurazione diventa critica per $\tau \approx t$.

Misurazione diretta di frequenza

Lo schema a blocchi di un sistema di misura per la valutazione, mediante un'operazione di conteggio, della frequenza incognita di un segnale è il seguente:



- figura 4.2 -

dove:

- ***x(t)*** è il segnale di frequenza incognita applicato in ingresso al sistema di misura.

- Il blocco di ***condizionamento del segnale*** *x(t)* modifica le caratteristiche del segnale in ingresso per facilitare le operazioni dell'***unità di conteggio***. Esso genera un impulso di tensione ad ogni ciclo del segnale. La frequenza degli impulsi generati dal blocco di condizionamento è, quindi, proprio la frequenza del segnale *x(t)*.

- Il ***clock*** è un oscillatore, ovvero un dispositivo in grado di fornire un segnale *c(t)* che oscilla ad una frequenza nota e molto stabile nel tempo.

- Il blocco di ***condizionamento del segnale*** $c(t)$ genera un segnale rettangolare la cui durata T_c, detto anche *tempo di gate* o *di porta*, rappresenta l'intervallo di tempo campione. Il fronte di salita e quello di discesa del segnale *c(t)* sono utilizzati per generare rispettivamente il segnale di *start* e quello di *stop*. Il segnale di ***start*** abilita l'inizio del conteggio, quello di ***stop*** lo disabilita.

- L'***unità di conteggio*** effettua il conteggio del numero di impulsi in ingresso che occorrono durante il *tempo di gate*. La cifra viene poi resa disponibile all'utente dal blocco di ***visualizzazione***.

Scelto il *tempo di gate* T_c e contati *N* impulsi, si ha $T_c \underset{q}{=} NT_x$, da cui la relazione

$$f_x \underset{q}{=} \frac{N}{T_c} \tag{4.2}$$

che prende il nome di **relazione caratteristica della misurazione diretta di frequenza con contatore numerico**. Il simbolo "q" sta ad indicare che l'uguaglianza è vera nel senso della *quantizzazione* poiché il numero di cicli di segnale contenuti in T_c può non essere un intero. Se, ad esempio, il *tempo di gate* comprende un numero *N* di periodi del misurando più una frazione, a cui non è associato alcun impulso, si verifica un errore di conteggio che, in valore assoluto, può al più essere pari a T_x.

Dalla relazione (4.2) si osserva che la frequenza viene espressa come multiplo di una quantità elementare, $\Delta f=1/T_c$, che prende il nome di ***risoluzione in frequenza per misurazioni dirette di frequenza***.
Per misurare la frequenza di 1Hz occorre scegliere un *tempo di gate* di durata almeno un secondo, poiché la durata del ciclo del segnale è esattamente un secondo. Questo è il motivo per cui Δf rappresenta la risoluzione: la più grande durata di un ciclo che si riesce a misurare con un *tempo di gate* di un secondo è quella relativa alla frequenza di 1Hz. Se, invece, la frequenza fosse di 0,5Hz il contatore potrebbe non fornire alcun risultato poiché potrebbe non vedere l'impulso associato al ciclo. Per ottenere una migliore risoluzione occorre aumentare il tempo di gate.

L'intervallo campione è, generalmente, pari ad 1s, ma sono possibili anche altri valori. Gli oscillatori naturali sono molto stabili in frequenza nell'intorno dei MHz; per ottenere un intervallo stabile di durata un secondo, il blocco di condizionamento del segnale *c(t)* effettua una divisione in frequenza, e, per tale motivo, si configura come un sistema capace di trasferire la stabilità nel tempo. Se la frequenza di clock è, ad esempio, $f_c=1/t_c$=10MHz, per avere un *tempo di gate* di un secondo bisogna effettuare una divisione in frequenza per $N_d=10^7$.

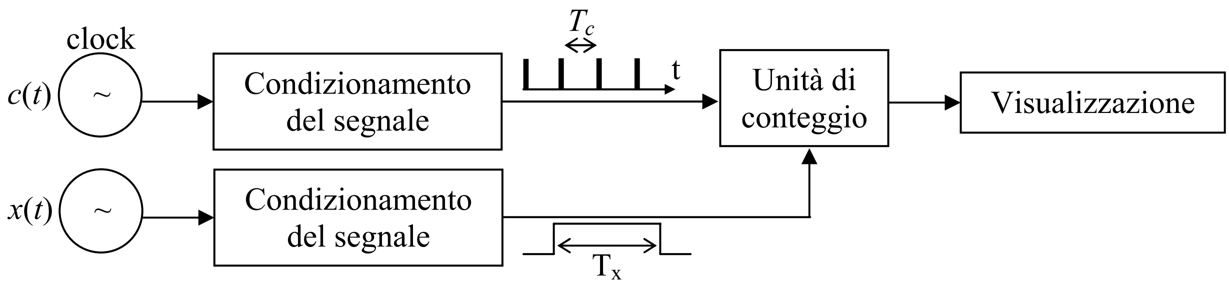
In una misurazione diretta di frequenza, la ***risoluzione relativa*** è definita come il rapporto $\Delta f/f_x$, per cui valgono le relazioni:

$$\frac{\Delta f}{f_x} = \frac{1}{T_c} \cdot \frac{1}{f_x} = \frac{1}{T_c} \cdot \frac{T_c}{N} = \frac{1}{N} \qquad (4.3)$$

Da cui si evince che la risoluzione relativa migliora all'aumentare del numero dei conteggi e, per un fissato valore di T_c, al crescere di f_x.

Misurazione diretta di periodo

La misurazione diretta di periodo è effettuata mediante lo stesso principio usato per la misurazione diretta di frequenza dove, funzionalmente, sono invertiti i ruoli tra i segnali $x(t)$ e $c(t)$: il segnale di ingresso $x(t)$ definisce l'intervallo di tempo campione mentre gli impulsi da contare sono generati dal clock, come riportato in figura 4.3.

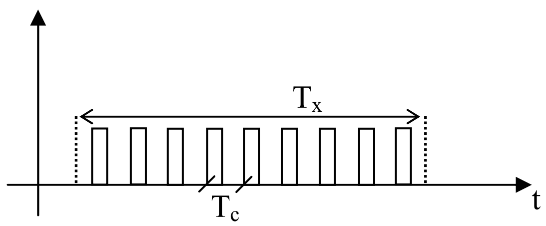


- figura 4.3 -

Per tale sistema di misura vale la relazione:

$$T_x \underset{q}{=} N \cdot T_c \qquad (4.4)$$

che prende il nome di ***relazione caratteristica della misurazione diretta di periodo con contatore numerico***.



- figura 4.4 -

T_x è espresso come multiplo intero di T_c, e pertanto T_c rappresenta il massimo errore che si può commettere nella valutazione del periodo. L'intervallo tra due impulsi rappresenta la minima quantità apprezzabile, ovvero la risoluzione assoluta, e vale: $\Delta T = T_c$.

La risoluzione relativa è definita come il rapporto $\Delta T/T_x$, per cui valgono le relazioni:

$$\frac{\Delta T}{T_x} = \frac{T_c}{T_x} = \frac{T_c}{NT_c} = \frac{1}{N} \tag{4.5}$$

In esse si nota che la risoluzione relativa migliora all'aumentare del numero di impulsi contati e, per un fissato valore di T_c, al crescere di T_x.

Tempo di misura

Si è già definito nel capitolo I il ***tempo di misura*** come il tempo che uno strumento impiega per effettuare una misurazione e presentare il valore misurato.
Per un contatore numerico ideale, il tempo di misura coincide con il tempo di gate ed è pari o all'intervallo campione T_c o al periodo del segnale incognito, a seconda che si tratti rispettivamente di una misurazione diretta di frequenza o di periodo.

Si è anche visto come il sistema di misura vada in crisi per valori del periodo degli impulsi da contare prossimi al tempo di osservazione. Tale problema è stato risolto, nella misurazione diretta di frequenza, utilizzando appositi divisori di frequenza in modo da aumentare il tempo di gate.

Nella misurazione diretta di periodo, invece, per segnali con periodo prossimo al periodo di clock, è possibile aumentare il tempo di gate scegliendolo pari ad M periodi del segnale incognito.
In tal caso si ha:

$$M \cdot T_x \underset{q}{=} N \cdot T_c \Rightarrow T_x \underset{q}{=} N \cdot \frac{T_c}{M} \tag{4.6}$$

dove T_c e M sono fissati in fase di configurazione dello strumento e scelti in funzione di quanti cicli del segnale si vuole considerare.

Il risultato di misura T_x è espresso come multiplo intero della quantità elementare ΔT data da

$$\Delta T = \frac{T_c}{M} \tag{4.7}$$

che risulta M volte più piccola della corrispondente quantità peculiare della condizione operativa che prevede tempo di gate pari a T_x.

Grazie a tale strategia, la risoluzione relativa, pur conservando la stessa espressione del caso con tempo di gate pari a T_x, risulta migliore in quanto il numero di conteggi N si riferisce ad un tempo maggiore di M volte il periodo T_x:

$$\frac{\Delta T}{T_x} = \frac{T_c}{M} \cdot \frac{M}{N \cdot T_c} = \frac{1}{N} \tag{4.8}$$

Si noti che entrambe le soluzioni viste sono utilizzate per migliorare la risoluzione di misura anche quando la condizione non è critica.

Contatori reciproci

Per un fissato valore della frequenza $f_c = 1/T_c$ del segnale di clock, e scelto un valore T_m del tempo di misura o di gate, è lecito domandarsi quale delle due misurazioni, diretta di periodo o di frequenza, è più conveniente effettuare per garantire una migliore risoluzione relativa.
Si considerino a tale scopo la risoluzione assoluta e relativa che caratterizzano la misura diretta di frequenza:

$$\Delta f = \frac{1}{T_c} \tag{4.9}$$

$$\frac{\Delta f}{f_x} = \frac{1}{T_m} \cdot \frac{1}{f_x} = \frac{1}{N_1} \tag{4.10}$$

e la risoluzione assoluta e relativa che caratterizzano la misurazione diretta di periodo:

$$\Delta T = \frac{T_c}{M} \tag{4.11}$$

$$\frac{\Delta T}{T_x} = \frac{T_c}{T_m} = \frac{1}{N_2} \tag{4.12}$$

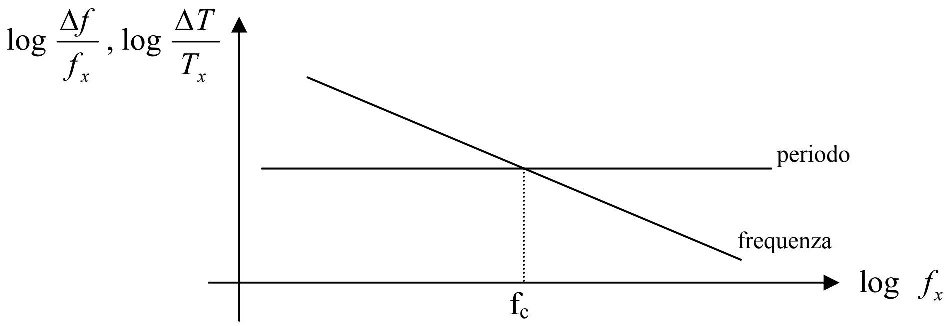
Per una misurazione diretta di frequenza e di periodo, valgono rispettivamente le relazioni:

$$T_m = T_c \tag{4.13}$$

$$T_m = M \cdot T_x \tag{4.14}$$

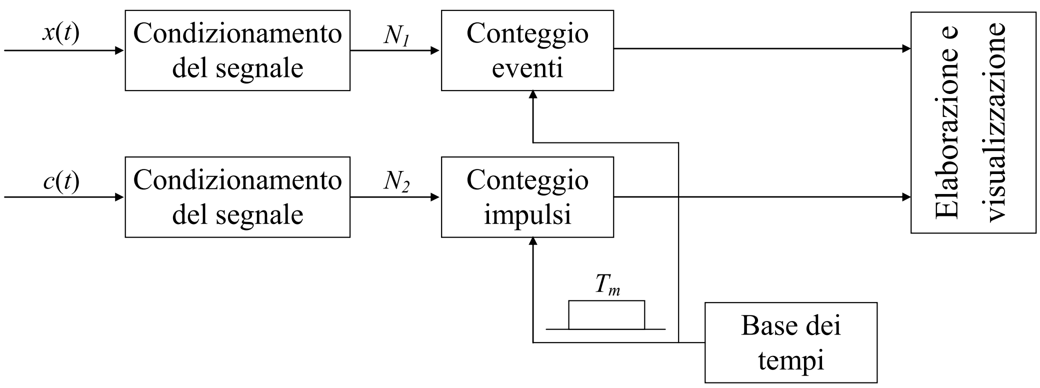
Con N_1 ed N_2 si è indicato il numero di conteggi che si verificano rispettivamente nella misurazione di frequenza e di periodo.

Riportando sul grafico di figura 4.5 la risoluzione relativa per entrambe le metodologie, è possibile notare che, per garantire la migliore risoluzione relativa occorre effettuare misurazioni di periodo per frequenze inferiori a f_c, e misurazioni di frequenza per frequenze maggiori di f_c.



- figura 4.5 -

Gli strumenti di misura che consentono di effettuare entrambe le misurazioni, sia di periodo sia di frequenza, prendono il nome di ***contatori reciproci***. Essi contano il numero di eventi associati al segnale di ingresso $x(t)$ (di frequenza f_x) ed il numero di impulsi associati al segnale di riferimento $c(t)$ (di frequenza f_c), che si verificano durante un dato tempo di misura, T_m (figura 4.6).



- figura 4.6 -

Inoltre, indipendentemente dalla grandezza da misurare, il contatore reciproco decide per la misura a minima risoluzione a seguito del confronto tra il numero di conteggi, N_1, che caratterizzerebbero una misurazione diretta di frequenza con quelli, N_2, peculiari di una misurazione diretta di periodo: se risulta $N_1>N_2$ viene operata una misurazione di frequenza, altrimenti una misurazione di periodo, come indicato dalle seguenti relazioni:

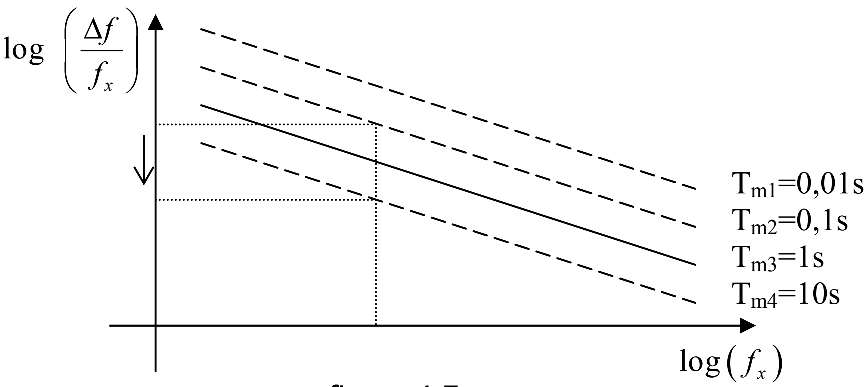
$$\begin{aligned} N_1 > N_2 \;\Rightarrow\; f_x \underset{q}{=} \frac{N_1}{T_m} \\ N_1 < N_2 \;\Rightarrow\; T_x \underset{q}{=} N_2 \cdot \frac{T_c}{N_1} \end{aligned} \tag{4.15}$$

Il contatore visualizza il valore della grandezza richiesta, eseguendo eventualmente il reciproco del valore misurato. Se, ad esempio, il contatore effettua una misurazione di frequenza, verrà visualizzato il valore misurato se è stata richiesta una misura di frequenza, altrimenti verrà visualizzato il suo reciproco.

Grafici universali

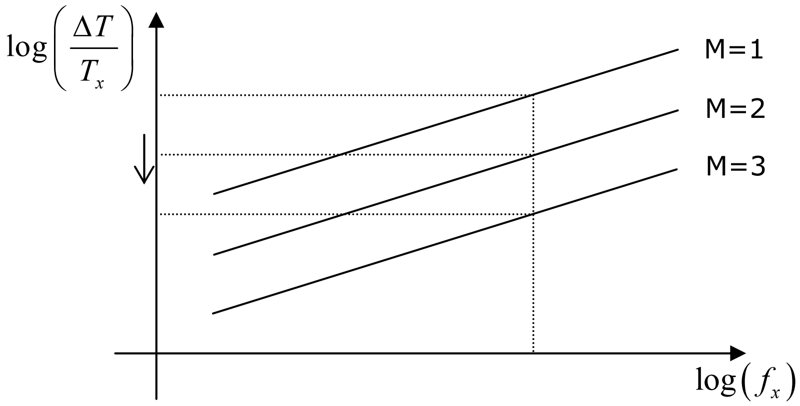
Allo scopo di determinare agevolmente la risoluzione relativa per una data misurazione, sia essa di periodo o di frequenza, i costruttori forniscono dei ***grafici universali***, che ne riportano l'andamento in funzione del tempo di misura.

Il diagramma legato alla misurazione di frequenza (figura 4.7), ad esempio, riporta diversi tempi di misura, da T_{m1} a T_{m4}. Quando il tempo di misura è un secondo allora il legame tra la f_x e la risoluzione relativa ad essa associata è di tipo diretto, perché vale proprio $1/f_x$.
Dallo stesso diagramma si può notare che all'aumentare del tempo di misura migliora la risoluzione perché si possono contare più impulsi.



- figura 4.7 -

Le curve a tempo di misura costante (in scala logaritmica sono delle rette) sono tipicamente parametrizzate per multipli di 10.



- figura 4.8 -

Altro grafico universale, legato questa volta al periodo, è riportato in figura 4.8 dove le rette sono parametrizzate rispetto al numero *M* di periodi del segnale di riferimento che è stato scelto per fissare il tempo di misura.

Anche qui si può notare che all'aumentare del numero di periodi migliora la risoluzione, in accordo con la considerazione che in un intervallo di misura maggiore sono presenti più conteggi e l'errore relativo, quindi, decresce.

Incertezze nelle misure eseguite con contatori

L'obiettivo è di pervenire all'incertezza sulla misura a partire dalle incertezze sul numero di conteggi *N* e sulla durata dell'intervallo temporale T_c.

Secondo l'approccio *deterministico* si suppone di conoscere esattamente l'intervallo δ in cui sono presenti i valori veri di *N* e di T_c.

Data una relazione funzionale tra il misurando *y* ed *n* variabili (grandezze da cui *y* dipende)

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{4.16}$$

l'approccio deterministico afferma che l'intervallo δ si ottiene mediante la seguente relazione:

$$\delta y = \left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\right| \delta x_1 + \left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\right| \delta x_2 + \ldots + \left|\frac{\partial f}{\partial x_n}\right| \delta x_n \tag{4.17}$$

La somma (4.17) non è un intervallo con un livello di fiducia, ma è l'insieme dei valori tra i quali c'è il misurando; il valore assoluto, pur ignorando il segno sulle singole incertezze, garantisce di trattare il caso peggiore.

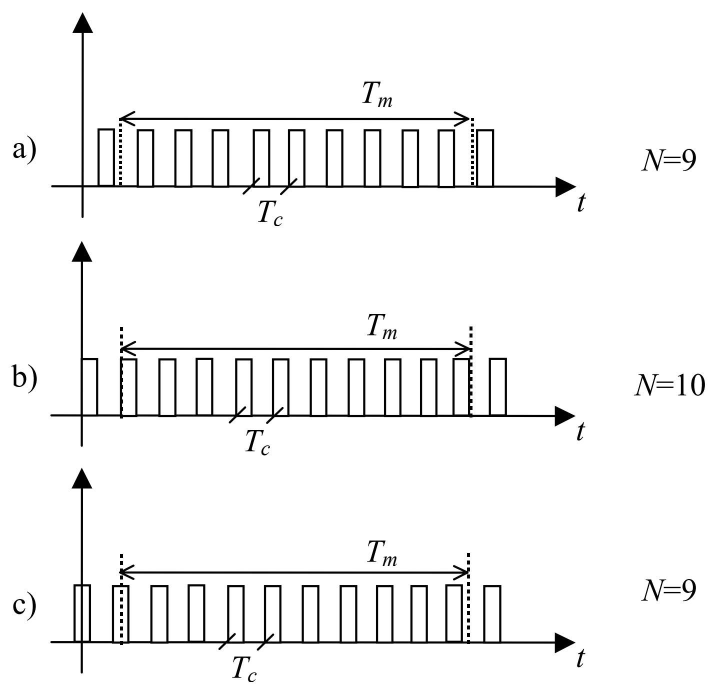
Applicando questa legge alla f_x nella (4.2) si ricava:

$$\delta f_x = \frac{\delta N}{T_c} + \frac{N}{T_c^2}\delta T_c \tag{4.18}$$

ed in termini relativi:

$$\frac{\delta f_x}{f_x} = \frac{\delta N}{T_c}\frac{1}{f_x} + \frac{N}{T_c^2}\frac{\delta T_c}{f_x} = \frac{\delta N}{N} + \frac{\delta T_c}{T_c} \tag{4.19}$$

È possibile notare che l'incertezza relativa è data dal contributo di due termini: quello dovuto all'operazione di conteggio e alla stabilità della base dei tempi.



- figura 4.9 -

Si è già detto che il tempo di gate T_m non è, in generale, un multiplo intero di T_c, a causa delle diverse condizioni che si possono verificare. La figura 4.9 riporta alcuni dei casi di indeterminazione sul conteggio ed evidenzia che quest'ultima è al più di una unità.

Risulta quindi:

$$\frac{\delta f_x}{f_x} = \frac{1}{N} + \frac{\delta T_c}{T_c} \tag{4.20}$$

Nel caso di singola misura, l'incertezza da attribuire al misurando è quella relativa a ±1 conteggi. Infatti, se il valore letto è proprio il numero *N* di conteggi, ad esempio *N*=9, sapendo che al più si sbaglia di 1 conteggio, allora il misurando sarà compreso tra *N*=8 ed *N*=9, oppure tra *N*=9 ed *N*=10.

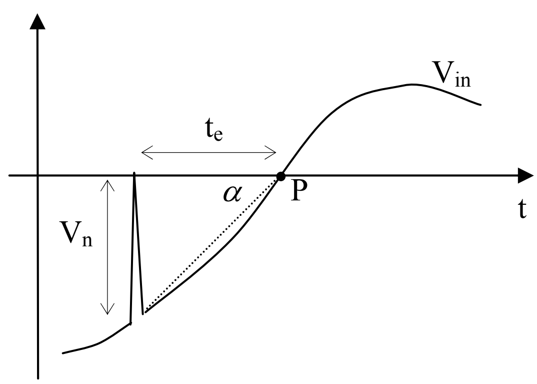
Per quanto concerne il secondo contributo ci si affida alla stabilità dell'oscillatore. Se non termostatato, esso può garantire valori dell'ordine di $10^{-5} \div 10^{-6}$; se termostatato, la sua stabilità si attesta intorno a $10^{-8} \div 10^{-9}$.
Si osserva che non è utile aumentare la risoluzione di misura quando l'incertezza associata al conteggio ha lo stesso peso dell'incertezza associata al clock, che rappresenta, in questo caso, il limite inferiore per la risoluzione.

Valutando l'incertezza nella misurazione del periodo, si riscontrano tre contributi, due simili ai precedenti (incertezza di conteggio, o di quantizzazione, e stabilità dell'oscillatore) più un terzo legato al rumore sul segnale di ingresso. Complessivamente si ricava:

$$\frac{\delta T_x}{T_x} = \frac{1}{N} + \frac{\delta T_c}{T_c} + \frac{2t_e}{T_x} \tag{4.21}$$

dove si ricorda che vale $T_x \underset{q}{=} N \cdot \frac{T_c}{M}$.

In questo caso, T_m non è un multiplo di un intervallo generato da circuiti dello strumento di misura a partire da un segnale interno, bensì un multiplo del periodo del segnale di ingresso. Queste condizioni favoriscono l'insorgenza di incertezza perché sul segnale di ingresso può essere presente un disturbo quale uno "spike", come in figura 4.10, che altera la corretta occorrenza degli impulsi che scandiscono l'inizio o la fine di un periodo.



- figura 4.10 -

Peggiore è il rapporto segnale rumore, maggiore è l'incertezza di misura.

Analiticamente, l’entità dell’incertezza legata alla presenza di rumore (figura 4.9) è data da:

$$t_e = V_n \cdot cotg\alpha = \frac{V_n}{\left|\frac{dV_{in}}{dt}\right|_p} \tag{4.22}$$

nell’ipotesi che il passaggio per lo zero con pendenza positiva sia stato scelto come evento per la generazione degli impulsi.

Il senso di tale contributo legato al tempo t_e deriva dalla possibilità che commutazioni spurie legate al rumore attivino eventi di start (inizio conteggio) o di stop (fine conteggio), alterando il numero di conteggi e pregiudicando la bontà della misura.

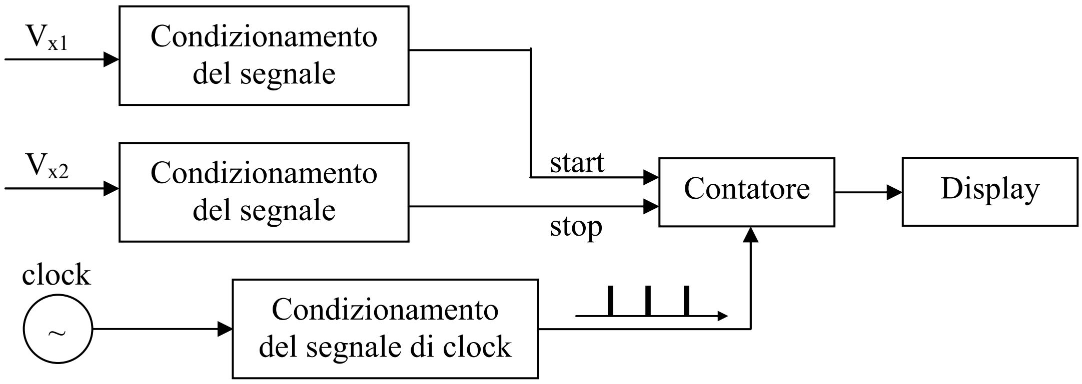
Si osserva che questo contributo è minimo quando è massima la derivata del segnale; questa condizione si verifica, per una sinusoide, in tutti i punti in cui la forma d’onda incontra l’asse dei tempi.

Più in generale, il livello prescelto, detto anche di *trigger*, è quello che massimizza la derivata e che permette, quindi, di ridurre il contributo di t_e.

L’aleatorietà del rumore impedisce di pensare ad una compensazione delle incertezze legate agli eventi di start e stop.

Misurazione di un intervallo di tempo

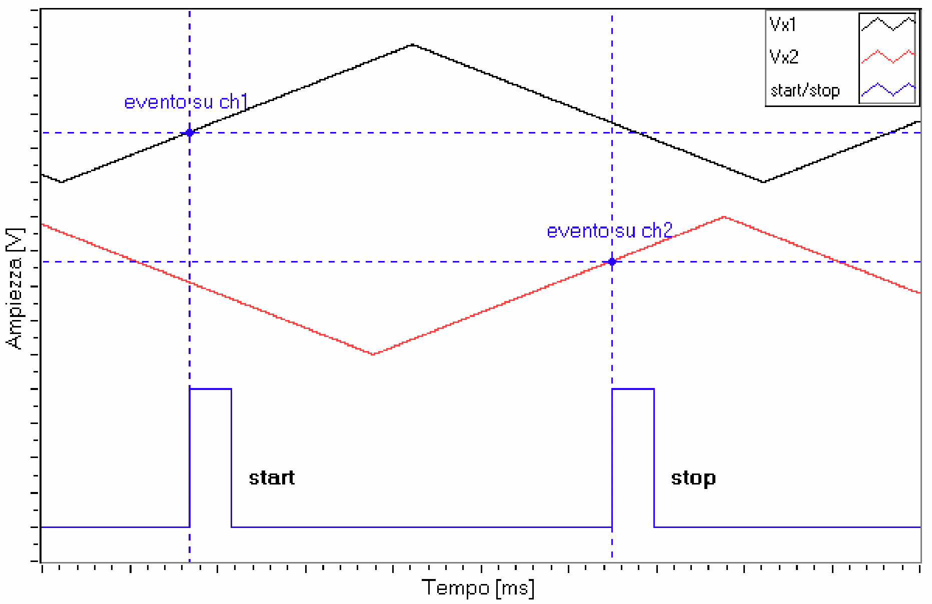
Per misurare un intervallo di tempo è necessario definire due condizioni, o eventi, rappresentativi dei due istanti che ne stabiliscono l’inizio e la fine. Queste condizioni sono scelte in modo opportuno e in funzione delle grandezze fisiche che partecipano alla definizione dell’intervallo di tempo che si vuole misurare. Per misurare, ad esempio, il tempo che occorre ad un segnale elettrico per propagarsi lungo un cavo di lunghezza *L*, è possibile scegliere come inizio dell’intervallo di misura l’istante in cui il segnale inizia a propagarsi (primo evento) e come fine dell’intervallo l’istante in cui il segnale ha raggiunto il punto a distanza *L* (secondo evento). Per riconoscere il verificarsi di un evento è necessario associare ad esso una o più informazioni, legate tra loro anche da condizioni logiche. Nel nostro esempio, è possibile associare ad entrambi gli eventi due informazioni: passaggio per un livello di tensione (condizione A) con una certa pendenza (condizione B). Se si applicano due sensori, S_1 ed S_2, rispettivamente nei punti di ascissa x=0 ed x=*L*, punti che individuano l’inizio e la fine della propagazione, allora la misurazione inizierà quando si verifica l'evento C=(A and B) in ingresso a S_1, e terminerà col verificarsi di C sul segnale in ingresso a S_2.



- figura 4.11 -

Lo schema a blocchi di un sistema usato per misurare un intervallo di tempo è riportato in figura 4.11, dove i due blocchi di condizionamento del segnale (che individuano i due canali di ingresso) consentono di definire le condizioni per il verificarsi dei due eventi, uno sul segnale V_{x1} e l'altro sul segnale V_{x2}.

Il verificarsi dell'evento C su V_{x1} determina la generazione del segnale di start, dando inizio al conteggio degli impulsi di clock; il conteggio, e quindi la misurazione, procede fino a quando si verifica l'evento C generato su V_{x2}, che ne determina la fine mediante il comando di stop.



- figura 4.12 -

L'intervallo di tempo misurato è:

$$\tau \underset{q}{=} N \cdot T_c \qquad (4.23)$$

dove N è il numero di impulsi contati e T_c è il periodo del segnale del clock. La risoluzione assoluta è dunque $\Delta\tau=T_c$ mentre quella relativa è $\Delta\tau/\tau=T_c/\tau$.

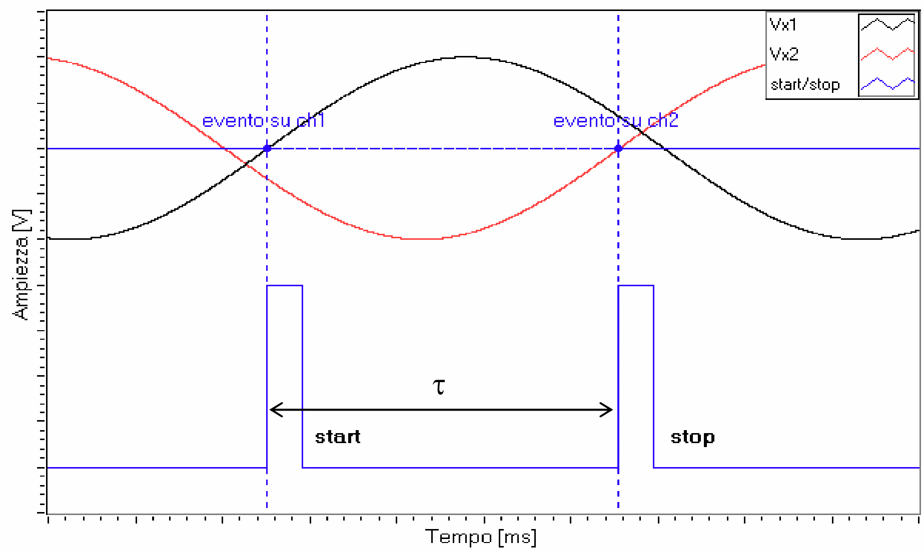
Dette δT_c, $\delta N=1$, $t_{e,start}=t_{e,stop}=t_e$, rispettivamente le incertezze su T_c, su N, sullo start e sullo stop, l'incertezza relativa, nell'ipotesi che non siano presenti altri contributi, risulta pari a:

$$\frac{\delta\tau}{\tau} = \frac{1}{N} + \frac{\delta T_c}{T_c} + \frac{2t_e}{\tau} \qquad (4.24)$$

Per migliorare la risoluzione, esistono opportune soluzioni circuitali capaci di prolungare di un <u>fattore noto</u> l'intervallo incognito da misurare.

Misurazione di sfasamento tra due segnali isofrequenziali

Lo sfasamento tra due segnali isofrequenziali (a media nulla) può essere ottenuto misurando l'intervallo di tempo, τ, che intercorre tra un passaggio per lo zero con una certa pendenza del primo segnale ed il primo passaggio per lo zero consecutivo al precedente, con la stessa pendenza, sul secondo segnale.



- figura 4.15 -

Noto il periodo T dei due segnali, si applica la nota relazione:

$$\varphi = 2\pi \cdot \tau / T \tag{4.25}$$

In genere, occorre misurare sia il periodo T sia l'intervallo temporale τ. In termini di conteggi si può scrivere:

$$\varphi \underset{q}{=} 2\pi \frac{NT_c}{MT_c} = 2\pi \frac{N}{M} \tag{4.26}$$

Nell'ipotesi di stabilità dell'oscillatore è lecito semplificare nella (4.26) i due termini T_c, ovvero è necessario supporre che nel tempo in cui si sono effettuate le misurazioni non sia variato il periodo del clock (stabilità *a breve termine*).

La risoluzione assoluta è legata sia alla variazione di N sia alla variazione di M, ma le informazioni non possono essere separate; esse sono invece legate dalla relazione:

$$\Delta\varphi = 2\pi \left(\frac{N \pm 1}{M \pm 1} - \frac{N}{M} \right) \tag{4.27}$$

Nel caso peggiore, cioè incremento unitario al numeratore e decremento unitario al denominatore, la risoluzione assoluta diventa:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= 2\pi \left(\frac{N+1}{M-1} - \frac{N}{M} \right) = 2\pi \left(\frac{M+N}{M^2 - M} \right) = 2\pi \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right) \frac{MN}{M^2 - M} = \\ &= 2\pi \frac{N}{M} \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right) = \varphi \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right) \end{aligned} \tag{4.28}$$

La validità del penultimo passaggio nella (4.28) è affidata alla ragionevole ipotesi che M»1, in quanto in ogni periodo vengono considerati un numero elevato di conteggi.

Si osserva che $1/M$ e $1/N$ sono le risoluzioni relative delle misurazioni rispettivamente di τ e del periodo T, pertanto la risoluzione assoluta della misurazione di sfasamento è data dal prodotto dello sfasamento per la somma delle risoluzioni relative delle due misurazioni coinvolte.

L'incertezza relativa associata a questa misura vale:

$$\frac{\delta(\varphi)}{\varphi} = \frac{1}{N} + \frac{1}{M} + \frac{2t_{e1}}{\tau} + \frac{2t_{e2}}{T} \tag{4.29}$$

dove sono riportati i contributi delle incertezze relative ai conteggi e al rumore presente durante la misurazione sia di τ sia di *T*.

L'incertezza assoluta è ricavata moltiplicando l'incertezza relativa per φ, ed è pari a:

$$\delta(\varphi) = \text{risoluzione assoluta} + \varphi\left(\frac{2t_{e1}}{\tau} + \frac{2t_{e2}}{T}\right) \tag{4.38}$$