

CAPITOLO 7

MISURAZIONI NEL DOMINIO DELLA FREQUENZA CON ANALIZZATORE DI SPETTRO

Il capitolo precedente ha presentato le modalità con cui analizzare nel dominio del tempo un segnale di tensione mediante l'oscilloscopio digitale.

L'**analizzatore di spettro** è strumento preposto a svolgere le stesse funzioni nel dominio della frequenza. Esso è uno degli strumenti più utili ai fini dell'analisi dei segnali nell'ambito dell'ingegneria.

Gli analizzatori di spettro si dividono in due categorie principali, legate a diverse filosofie operative e costruttive. La prima prevede il trattamento completamente analogico del segnale di ingresso, mentre la seconda campiona il segnale per poi elaborarlo numericamente mediante algoritmi che implementano la Fast Fourier Transform (FFT). Gli analizzatori di spettro, inoltre, si diversificano anche per il tipo di segnale osservato, transitorio o periodico.

Di seguito sono presentate dapprima le soluzioni analogiche, per segnali transitori e/o periodici, e poi quella numerica.

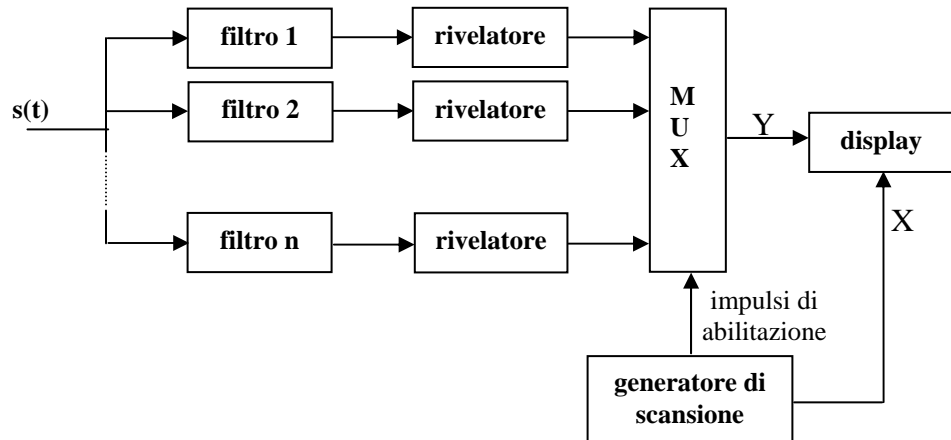
Analizzatore di spettro real time

I segnali transitori, in quanto dotati di banda illimitata, sono caratterizzati da un numero teoricamente infinito di componenti spettrali.

Nell'ipotesi, abbastanza verosimile, che queste componenti siano trascurabili da un certo valore di frequenza in poi, si può ritenere che lo spettro del segnale sia contenuto in un campo finito di frequenze.

Quando si è interessati all'analisi di una componente spettrale ad una certa frequenza è possibile usare un filtro centrato alla frequenza di interesse per recuperare il solo contenuto informativo desiderato. Tuttavia, se il numero di componenti di interesse aumenta (come nel caso di segnali transitori), non è opportuno ritenere di poter eseguire numerose operazioni di filtraggio in tempi diversi, per poi collezionare queste informazioni come unico risultato di misura; tale risultato potrebbe, infatti, essere uno specchio poco fedele del segnale in analisi.

È necessaria una soluzione di misura che esegua contemporaneamente varie operazioni di filtraggio a differenti frequenze: l'**analizzatore di spettro real time** (figura 7.1).



- figura 7.1 -

Relativamente a questa soluzione, si osserva che i filtri passa-banda lavorano in parallelo. La banda passante di ciascun filtro, ovvero la risoluzione in frequenza del filtro, è tale da evitare eventuali sovrapposizioni con le bande adiacenti.

A valle dei filtri sono presenti rilevatori che restituiscono un segnale continuo di valore pari al valore efficace del segnale al loro ingresso. In ingresso al multiplexer, quindi, vi saranno vari livelli di tensione, ciascuno dei quali rappresenta l'ampiezza dello spettro del segnale di ingresso in una ben precisa banda di frequenze. Il generatore di scansione stabilisce per ogni istante di tempo quale uscita dei rivelatori deve essere visualizzata.

Visualizzare lo spettro di un segnale significa operare su di un diagramma frequenze (asse orizzontale) - ampiezze (asse verticale). Operando una scansione orizzontale dello schermo (come nel caso degli oscilloscopi) occorre, quindi, creare una corrispondenza tra tempo di scansione e campo di frequenze e, più specificatamente, tra istanti di tempo di scansione e valori di frequenze di analisi. Per l'analizzatore in questione, ciò si traduce nell'abilitare, tramite lo stesso generatore di scansione, l'uscita di ciascun rivelatore in istanti di tempo differenti; è possibile così creare una corrispondenza tra questi istanti e le frequenze centrali dei filtri il cui rivelatore è stato abilitato nel medesimo istante.

Questo strumento è particolarmente indicato per l'analisi dei segnali le cui caratteristiche spettrali evolvono nel tempo, in quanto, come già detto, consente il prelievo contemporaneo di tutte le informazioni dello spettro.

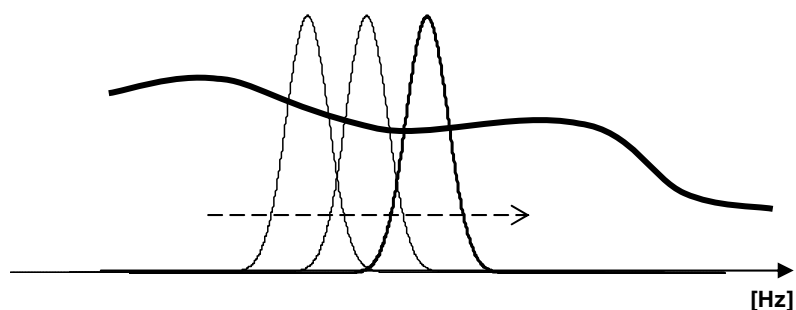
Tuttavia, la richiesta di una sempre maggiore risoluzione spinge verso l'utilizzo di un numero crescente di filtri, di qualità sempre superiore (banda stretta), con conseguente aggravio dei costi dell'analizzatore. Inoltre, i filtri peggiorano in risoluzione all'aumentare della frequenza, cosicché non è perseguibile la strategia di realizzare un analizzatore di spettro real time in un range di frequenze molto ampio, non solo per i costi ma anche per la qualità del risultato.

Ciò spiega il perché questa soluzione non è molto diffusa e le sue realizzazioni trovano giustificazione in applicazioni specifiche.

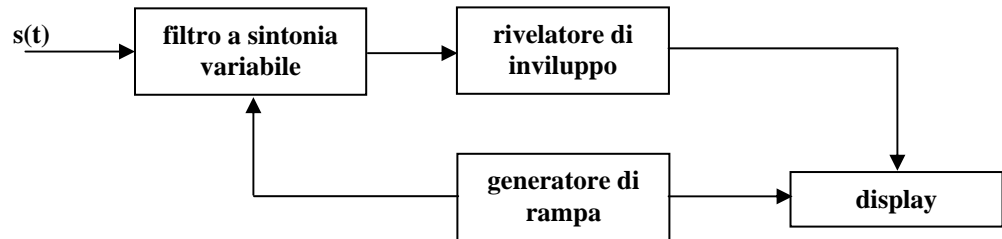
Analizzatori di spettro sweep-tuned

Per analizzare lo spettro di un segnale periodico una prima soluzione proposta è quella basata sul **filtro a sintonia variabile** (figura 7.2). Quest'unico filtro esamina un'ampia gamma di frequenze e si avvale di un controllo in tensione, talvolta esterno allo strumento, per regolare la propria frequenza centrale. Lo schema a blocchi di un tale analizzatore è mostrato in figura 7.3. Essa mostra, tra l'altro, la presenza del blocco "rivelatore di involuppo", preposto al recupero dell'involuppo del segnale in uscita al filtro.

La rampa ottenuta dal generatore di scansione stabilisce il tempo di filtraggio, e regola il valore della frequenza che di volta in volta è analizzata. Nel tempo T , necessario per scandire tutto il display, viene analizzata una gamma di frequenze che vanno da f_{0min} a f_{0max} , dove f_0 è la frequenza a cui è centrato il filtro.



- figura 7.2 -



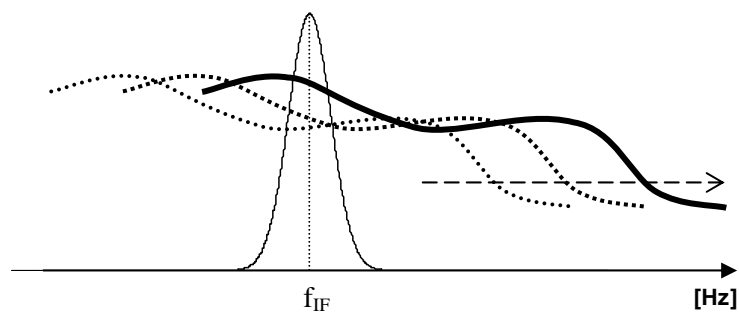
- figura 7.3 -

le prestazioni di questo analizzatore sono fortemente limitate dall'impossibilità di mantenere costante la risoluzione del filtro sull'intero campo di frequenze di analisi. In particolare, maggiore è la frequenza centrale del filtro, meno spinta sarà la sua risoluzione.

Analizzatori di spettro a supereterodina

Per superare i limiti evidenziati dalle soluzioni precedenti, si ricorre alla tecnica di **supereterodina**.

Questa soluzione prevede un filtro passa-banda a frequenza intermedia f_{IF} fissa, ed una modulazione del segnale da analizzare, in modo che il suo spettro si sposti lungo l'intero asse delle frequenze, come riportato in figura 7.4. In pratica, l'effetto della modulazione è di traslare ciascuna componente dello spettro alla frequenza f_{IF} , e ciò è ottenuto mediante un segnale modulante di tipo sinusoidale con frequenza variabile linearmente nel tempo.



- figura 7.4 -

Il campo di frequenze richieste all'oscillatore locale per la corretta modulazione è generalmente indicato con $f_{o\ min} \div f_{o\ max}$, dove:

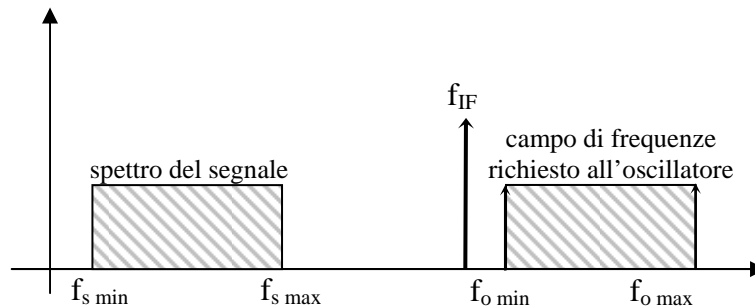
- $f_{o\ min}$ è quel valore di frequenza che trasla a f_{IF} la componente a più bassa frequenza dello spettro del segnale;
- $f_{o\ max}$ è quel valore di frequenza che trasla a f_{IF} la componente a più alta frequenza superiore dello spettro del segnale.

Analiticamente, detta f_s la frequenza della generica componente dello spettro del segnale, risulta:

$$f_s = f_o - f_{IF} \quad (7.1)$$

ed in particolare $f_{s\ min} = f_{o\ min} - f_{IF}$ e $f_{s\ max} = f_{o\ max} - f_{IF}$.

Graficamente la situazione è rappresentata in figura 7.5.



- figura 7.5 -

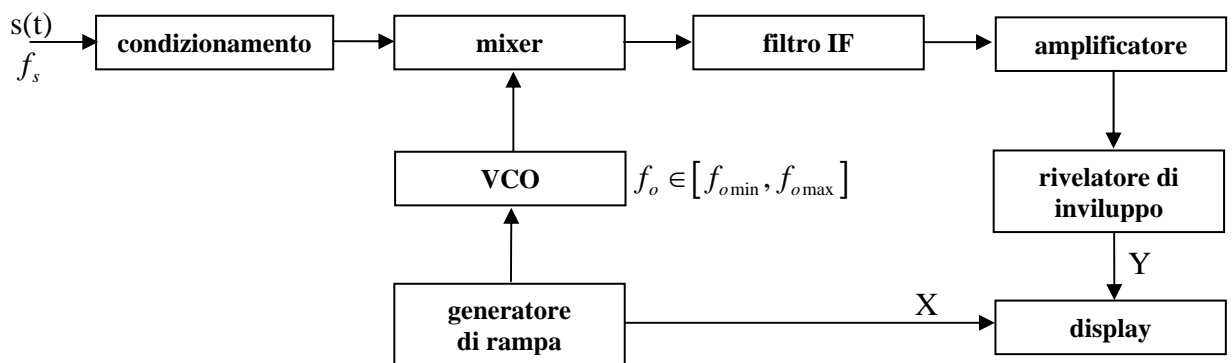
Lo schema a blocchi dell'analizzatore di spettro a supereterodina è riportato in figura 7.6.

Sia, per semplicità, $s(t) = S_M \cos(2\pi f_s t)$ il segnale di ingresso da analizzare. In uscita al VCO è presente un segnale, $v(t) = V_M \sin(2\pi f_o t)$, con frequenza f_o variabile linearmente nel tempo. I segnali $s(t)$ e $v(t)$ producono in uscita al mixer la somma di due segnali sinusoidali, rispettivamente di frequenza $f_o - f_s$ e $f_o + f_s$.

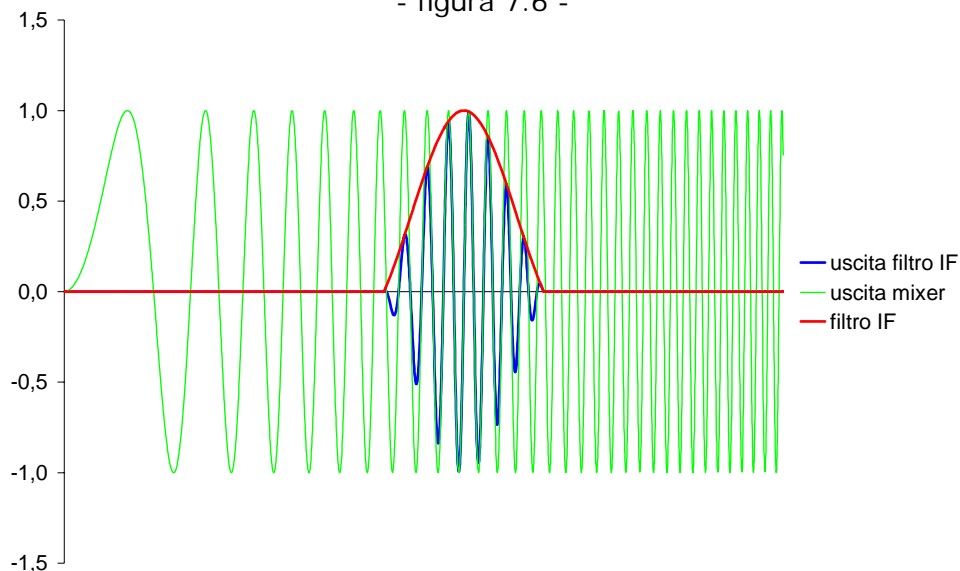
Per gli istanti t per cui risulta $f_o \pm f_s \neq f_{IF}$, non viene visualizzata alcuna traccia sul display. Viceversa, se per un certo istante t^* risulta $f_o \pm f_s = f_{IF}$, allora in corrispondenza di tale istante viene visualizzato il segnale in uscita al rivelatore di involuppo.

Il funzionamento dell'analizzatore di spettro a supereterodina è, pertanto, il seguente. Il generatore di rampa stabilisce la velocità con cui sono fornite dall'oscillatore locale le diverse frequenze f_o mediante le quali è modulato il segnale $s(t)$; quando la f_o è tale da soddisfare il legame tra la frequenza centrale f_{IF} del filtro ed il segnale $s(t)$, sullo schermo viene visualizzato un singolo tono.

Se il segnale di ingresso è dotato di uno spettro composto, la visualizzazione dei diversi toni avviene in corrispondenza di un insieme di f_o appartenenti a $[f_{o\min}, f_{o\max}]$. La figura 7.7 descrive qualitativamente il funzionamento del circuito di figura 7.6, dove, per semplicità, si è riportata solo una delle due componenti sinusoidali in uscita al mixer (in verde), ad esempio quella a frequenza $f_o + f_s$, che è inviata al filtro a frequenza intermedia (il modulo della risposta in frequenza del filtro IF è riportato in rosso), fornendo il segnale riportato in blu. Quest'ultimo, grazie al rivelatore di involuppo, produce un segnale la cui forma d'onda è, a meno di un fattore di scala, la riproduzione del modulo della risposta in frequenza del filtro IF.



- figura 7.6 -



- figura 7.7 -

Il segnale di tensione grazie al quale il pennello elettronico spazzola da sinistra verso destra tutto lo schermo è fornita, anche in questa configurazione, dal generatore di rampa. Pur avvenendo tutto il processo di analisi nel dominio del tempo, l'asse delle ascisse risulta comunque tarato in frequenza, in virtù del legame esistente tra il tempo e la frequenza in uscita al VCO. Tuttavia, essendo fissata la relazione $f_s = f_o - f_{IF}$, la lettura sull'asse è da intendersi come frequenza del segnale, e non come quella del VCO.

I vantaggi della soluzione a supereterodina sono:

1. l'uso del solo filtro a frequenza intermedia fissa consente di risolvere il problema della perdita di risoluzione alle alte frequenze; cambiando la sua banda è, inoltre, possibile ottenere diverse risoluzioni;
2. gli amplificatori che lavorano in frequenza possono esibire elevate prestazioni;
3. è possibile scandire un ampio campi di frequenze.

La frequenza immagine

Per un dato valore di f_o , più componenti spettrali del segnale possono essere traslate a f_{IF} . Ciò è vero in virtù del fatto che la relazione (7.1) si specializza, nel caso più generale, in

$$f_{IF} = |mf_o \pm nf_s| \quad (7.2)$$

Particolarmente significativo è il caso della frequenza immagine. Data una componente spettrale di frequenza f_{x1} , e fissato il valore di f_o che soddisfa la (7.1), ovvero

$$f_{IF} = f_o - f_{x1} \quad (7.3)$$

può essere, infatti, presente nel segnale una componente a frequenza f_{x2} (immagine) tale che:

$$f_{IF} = f_{x2} - f_o \quad (7.4)$$

In questo caso, l'uscita del filtro f_{IF} , nell'istante di tempo in cui la frequenza del segnale fornito dal VCO è pari a f_o , risulta somma di due contributi: quello relativo alla

componente di interesse del segnale e quello relativo alla frequenza immagine. L'informazione estratta dal filtro può, quindi, essere poco significativa.

Siano note, ad esempio, le seguenti informazioni:

$$f_{IF}=1\text{MHz e } f_o=1,1\text{MHz}$$

con f_{IF} frequenza di centro immagine e f_o una frequenza dell'oscillatore locale.

In tal caso le frequenze

$$f_{s1}=100\text{kHz e } f_{s2}=2,1\text{MHz}$$

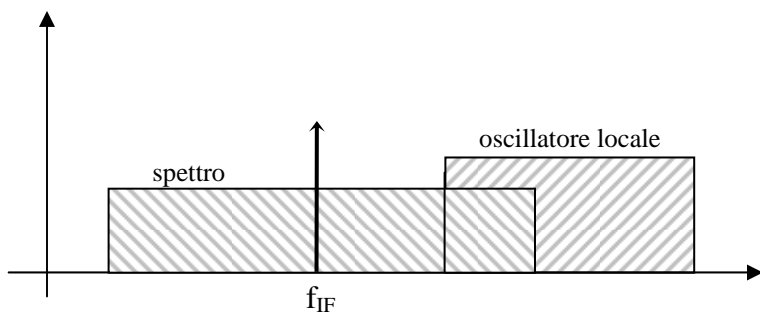
danno luogo contemporaneamente alla stessa frequenza intermedia.

La gamma di frequenze immagine è collocata come in figura 7.9 e raccoglie tutte le frequenze che soddisfano la relazione:

$$f_{IM} = f_o + f_{IF} \quad (7.5)$$

al variare della frequenza dell'oscillatore locale da $f_{o \min}$ a $f_{o \max}$.

Occorre dunque evitare che si verifichi una situazione come quella rappresentata in figura 7.8, sicura causa di sovrapposizione di repliche in frequenza.

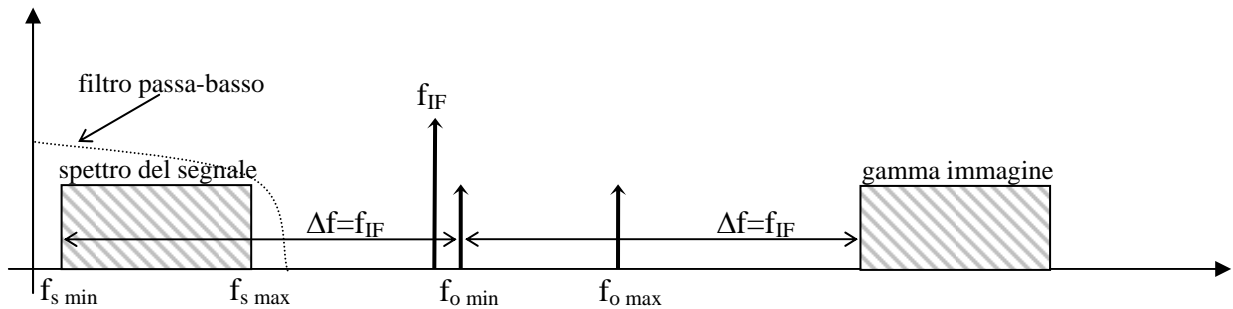


- figura 7.8 -

È cura del progettista, quindi, garantire che lo spettro del segnale di ingresso sia confinato in una certa banda, che la frequenza intermedia sia posta ad un valore maggiore del limite superiore dello spettro del segnale e che il campo di frequenze

dell'oscillatore locale sia localizzato al di sopra della f_{IF} , così come nelle figure 7.5 e 7.9.

Da ciò la necessità di un filtraggio passa-basso in ingresso (una delle peculiarità del blocco di condizionamento).



- figura 7.9 -

Specifiche di un analizzatore di spettro a supereterodina

I principali parametri di un analizzatore di spettro a supereterodina sono:

1. **Range di frequenza** – intervallo di frequenze analizzabili dallo strumento; gli analizzatori di spettro consentono, mediante il comando *span*, di analizzare porzioni di intervalli e, mediante il comando *center frequency*, di centrare sullo schermo la frequenza desiderata; la loro combinazione permette di studiare il segnale nell'intervallo desiderato;
2. **Risoluzione in frequenza** – banda a -3dB del filtro a frequenza intermedia; è la capacità di distinguere due toni della stessa ampiezza prossimi tra loro; sovente la risoluzione è regolabile, da un valore minimo ad uno massimo. È spesso indicata con *RBW*.
3. **Selettività** – capacità di distinguere componenti con diversa ampiezza a frequenze prossime tra loro; essa si indica con

$$S = \frac{B_{-60dB}}{B_{-3dB}} \quad (7.6)$$

in accordo con la convenzione di imputare alta selettività a bassi valori di S ;
 il rapporto è il fattore di forma del filtro: indica quanto sono ripidi i suoi fronti
 per garantire la visualizzazione di un eventuale tono di ampiezza ridotta vicino a
 quello presente in f_{IF} ;

4. **Range dinamico** – massima differenza di ampiezza ammissibile tra due componenti affinché possano essere visualizzati distintamente;
5. **Sensibilità** – minima ampiezza che il segnale in ingresso deve avere per poter essere analizzato.

I decibel

Spesso l'amplificatore a valle del filtro IF di figura 7.6 è di tipo logaritmico; ciò consente di aumentare il range di ampiezza visualizzabile. Non è consigliabile, tuttavia, utilizzare la scala in decibel per rappresentare le ampiezze, ma lo è per le potenze. Detto A il rapporto di due potenze P_1 e P_2 , il suo valore espresso in decibel è dato da:

$$A_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \quad (7.7)$$

Ipotizzando che le potenze siano dissipate dalle tensioni V_1 e V_2 sulla stessa resistenza R , si ha:

$$A_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{V_1^2 R}{R V_2^2} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{V_1}{V_2} \right) \quad (7.8)$$

Pertanto, esprimere un rapporto di tensioni in dB significa aver ipotizzato che le due tensioni dissipino la stessa potenza sulla medesima resistenza.

L'unità di misura più diffusa negli analizzatori di spettro è il **dBm**. Esso è definito come:

$$P_{dBm} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{1mW} \right) \quad (7.9)$$

e fornisce una informazione sulla potenza rispetto al riferimento di 1mW.

Una diffusa unità di misura, che prescinde dalle potenze, è il **dBV**. Un valore ha un'ampiezza pari ad A volt è equivalente in dBV tramite la seguente relazione:

$$A_{dBV} = 20 \log_{10} \left(\frac{A}{1V} \right) \quad (7.10)$$

e fornisce il valore di tensione in dB, riferendo la tensione misurata ad 1V.

È sempre possibile creare, quindi, una unità di comodo che sia riferita ad un'unità di riferimento. Ad esempio, è possibile definire un dBT (dB tesla) per una misura di campo elettromagnetico in riferimento ad 1T, oppure un dBA (dB ampere) per una valutazione di intensità di corrente elettrica in riferimento a 1A. Si deve solo prestare attenzione ad utilizzare un fattore moltiplicativo, associato al logaritmo, che è 10 per le misure di potenze e 20 negli altri casi.

Il principale vantaggio che si ottiene nel rappresentare una grandezza in decibel è la velocità dei processi computazionali: lavorare con i logaritmi consente di avvalersi di utili proprietà, quali quelle del prodotto e della differenza.

Si supponga, ad esempio, di voler conoscere il rapporto delle ampiezze di due componenti spettrali di un segnale, di cui una è la fondamentale. Questo rapporto prende il nome di **livello armonico**. La sua valutazione è immediata perché l'asse delle ordinate del display di un analizzatore di spettro può essere tarato in decibel; la differenza dei rispettivi valori fornisce, infatti, l'informazione cercata perché coincide, a meno di una divisione per un fattore noto (10 o 20) ed un antilogaritmo, con il rapporto desiderato.

Infine, è possibile effettuare, specificando il valore di una resistenza R , una conversione dBm-dBV. La legge di trasformazione è la seguente:

$$P_{dBm} = V_{dBV} + 10 \log \left(\frac{1}{0,001 \cdot R} \right) \quad (7.11)$$

Ad esempio, per $R=150\Omega$ risulta:

$$P_{dBm} = V_{dBV} + 8,24$$

Analizzatori di spettro numerici

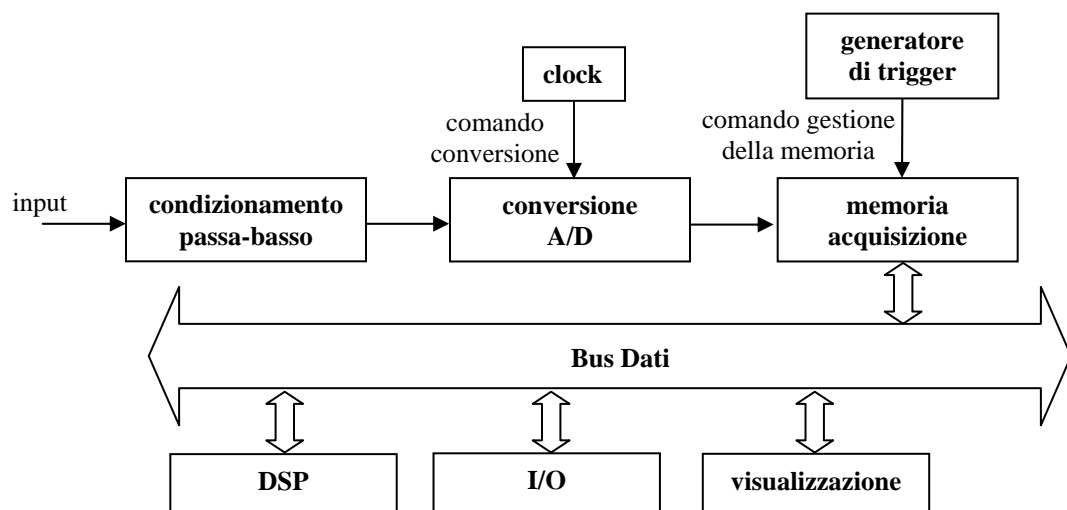
Un analizzatore numerico basa il suo principio di funzionamento sulla nota trasformata di Fourier discreta (**DFT**).

Il segnale analogico in ingresso $x(t)$ viene dapprima campionato e convertito in forma numerica, dando origine ad una sequenza finita (N) di campioni. Tale sequenza, ossia il segnale tempo-discreto $x(n)$ viene poi elaborato applicando la nota relazione che caratterizza le DFT:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j \frac{2\pi n k}{N}} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (7.12)$$

Questa espressione fornisce una versione campionata dello spettro del segnale, ossia restituisce i valori, in termini di modulo e fase oppure di parte reale e parte immaginaria, che lo spettro assume in corrispondenza di determinate frequenze equispaziate.

La possibilità di calcolare la DFT del segnale $x(n)$ deriva dall'esistenza di un particolare algoritmo, noto come **FFT** (**F**ast **F**ourier **T**ransform), che consente di calcolare la suddetta trasformata in modo estremamente efficiente, in particolare quando il numero N di campioni è una potenza di base 2: ad esempio, sono molte diffuse le FFT a 1024 punti, cioè il calcolo dello spettro di $x(t)$ in 1024 frequenze distinte.



- figura 7.10 -

L'analizzatore di spettro numerico, figura 7.10, presenta una soluzione circuitale che, nello stadio di ingresso, è molto simile a quella dell'oscilloscopio numerico: anche qui, infatti, troviamo un circuito adattatore di ingresso (attenuatore variabile seguito da un amplificatore a guadagno fisso), un circuito di campionamento e conversione (sample-hold e convertitore A/D) ed una memoria RAM; a differenza dell'oscilloscopio, però, qui troviamo anche un filtro "passa-basso" la cui funzione verrà descritta nel seguito.

L'analisi del segnale ha inizio con una fase di acquisizione, durante la quale il sample-hold ed il convertitore A/D prelevano, ad istanti equispaziati di T_c , i campioni del segnale da analizzare.

Il dispositivo aritmetico-logico (**DSP**) ha il duplice compito di supervisionare il funzionamento dei vari blocchi e di elaborare i dati memorizzati nella RAM secondo un algoritmo che implementa la trasformata discreta di Fourier.

Il risultato dell'analisi (diagramma di ampiezza e/o di fase) viene visualizzato su di un display.

1° vincolo imposto dal teorema del campionamento

Affinché la successione dei campioni conservi le informazioni del segnale originario (condizione indispensabile per poter risalire allo spettro dai dati campionati) il valore massimo di T_c deve rispettare il primo vincolo stabilito dal teorema del campionamento:

$$f_c = \frac{1}{T_c} > 2B \Rightarrow T_c < \frac{1}{2B} \quad (7.13)$$

dove B è la banda del segnale sotto analisi.

A tal proposito, si ricorda che un analizzatore di spettro può essere predisposto per funzionare in due modi:

- in banda base – viene visualizzato lo spettro partendo dalla componente continua ed arrivando fino alla massima frequenza imposta dalla banda dello strumento;
- in banda selezionata – viene visualizzato lo spettro in una banda di frequenza ristretta.

Proprio per garantire che la condizione (7.13) possa essere verificata, viene inserito nello strumento il filtro "passa-basso" di ingresso: la sua frequenza di taglio, o *stop-*

frequency, viene fissata a metà della frequenza massima di campionamento concessa dal blocco S/H-ADC.

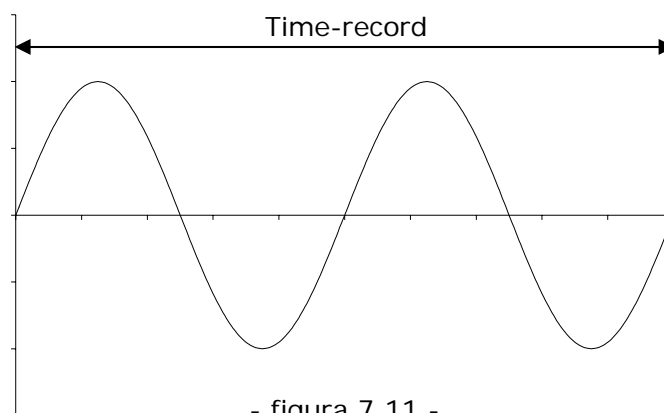
Una scelta errata della frequenza di campionamento del segnale può essere causa del verificarsi del fenomeno dell'*aliasing*, che consiste nella comparsa di segnali "fantasma" sul display. Tuttavia, anche il cambiamento dei limiti di integrazione, dall'infinito al finito, dell'integrale di Fourier

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (7.14)$$

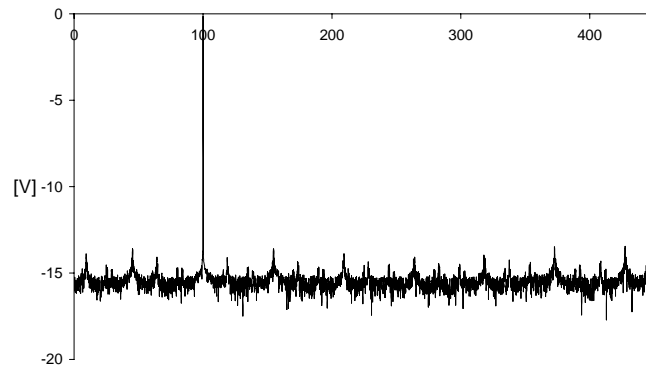
può essere causa di problemi di misura, indicati generalmente con l'espressione *spectral leakage* (dispersione spettrale).

Poiché non è possibile misurare un segnale per un tempo infinito, l'analizzatore cambia i limiti dell'integrazione regolandoli sulla durata del tempo che impiega a raccogliere un blocco di campioni. Questo blocco di campioni è detto *time-record*. La FFT opera sul segnale (periodico) ottenuto come replicazione della porzione acquisita nel *time-record*. Se il segnale replicato presenta lo stesso andamento del segnale originario non si hanno problemi di *spectral leakage*. Se invece ciò non accade, per ridurre gli effetti dello *spectral leakage*, si rende necessario l'uso di una "finestratura".

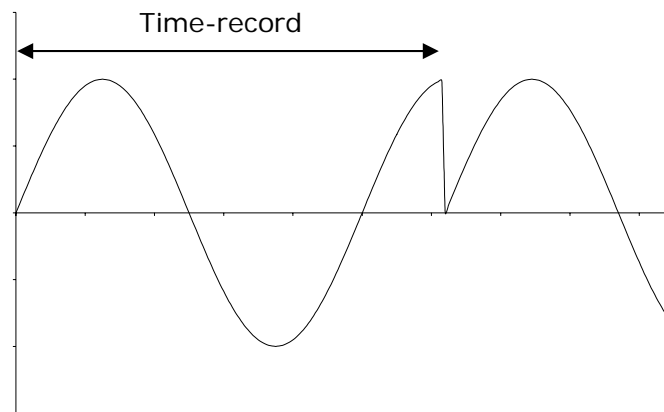
Se il *time-record* contiene un numero intero di cicli del segnale in ingresso (figura 7.11), supposto periodico, la forma d'onda risultante dal processo di replicazione coincide con il segnale originario, e, di conseguenza, l'analisi con FFT è esente da problemi dovuti allo *spectral leakage* (figura 7.12).



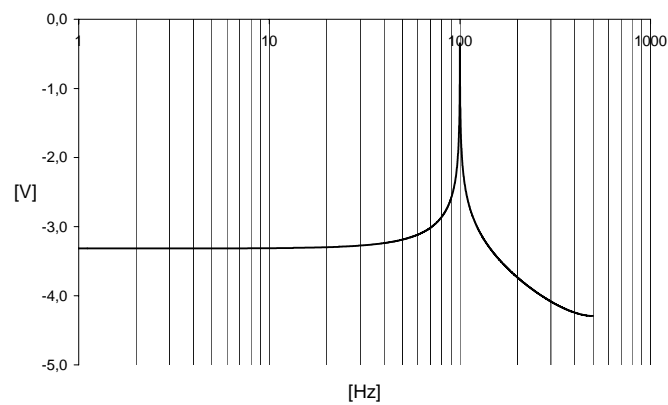
- figura 7.11 -



- figura 7.12 -



- figura 7.13 -



- figura 7.14 -

Se, invece, la forma d'onda acquisita non è periodica nel time-record (figura 7.13), si avvertono gli effetti dello *spectral leakage* (figura 7.14). Il segnale ottenuto dalla

replicazione presenta, infatti, delle discontinuità agli estremi di ciascuna porzione replicata (figura 7.13).

Gli analizzatori a FFT usano il metodo della finestrazione per ridurre l'effetto del leakage, e quindi migliorando i risultati nel dominio della frequenza.

Le diverse funzioni finestra hanno diversi vantaggi ed è importante scegliere quella adeguata ad ogni misurazione.

Ad esempio, la finestra *uniforme* (o rettangolare, o non finestra) fornisce la migliore risoluzione in frequenza e scarsa accuratezza in ampiezza; è conveniente quando il misurando segnale acquisito è periodico nel time-record. Questa condizione si riscontra, tuttavia, assai di rado nelle applicazioni pratiche.

Più spesso si adottano finestre dotate di spettri caratterizzati da un "lobo" centrale più ampio e "lobi" laterali poco pronunciati. Una tra le più comuni è quella di *Hanning*, il cui andamento è espresso dalle relazioni:

$$\begin{aligned}
 w(t) &= 0 && \text{per } t < 0 \text{ e } t > T_0 \\
 w(t) &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right) && \text{per } 0 \leq t \leq T_0
 \end{aligned}
 \tag{7.15}$$

Questa finestra determina ancora problemi di *spectral leakage* qualora la durata del time-record non sia multiplo del periodo del segnale ma, grazie alla modesta ampiezza dei lobi laterali del suo spettro, le ampiezze delle componenti spettrali introdotte sono estremamente inferiori a quelle che possono essere determinate dalla finestra rettangolare.

Per quanto concerne la risoluzione, essa dipende dalla durata della finestra temporale. La risoluzione in frequenza (espressa in Hz) è pari al reciproco della durata della finestra T_0 (espresso in secondi).