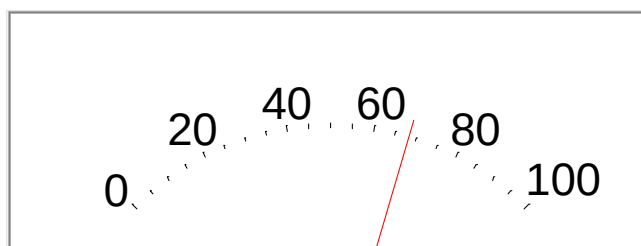
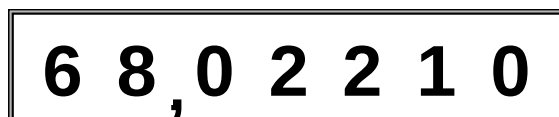


CAPITOLO 5**MISURAZIONI NEL DOMINIO DELLE AMPIEZZE CON VOLTMETRO NUMERICO****La strumentazione numerica**

La strumentazione numerica è largamente diffusa e costituisce la maggior parte di quella attualmente in uso per i vantaggi che essa offre rispetto a quella analogica. Uno dei vantaggi è che il risultato della misurazione è rappresentato in forma numerica mediante un visualizzatore anch'esso numerico: ciò permette di superare i classici problemi legati ai visualizzatori ad indice con scala graduata, come quelli, ad esempio, mostrati in figura 5.1.



- figura 5.1 – visualizzatore ad indice con scala lineare



- figura 5.2 – visualizzatore numerico

Il visualizzatore numerico presenta alcune caratteristiche salienti:

1. la lettura è diretta, più agevole ed immediata: il risultato della misura, riportato sul visualizzatore numerico, è esente dall'errore di parallasse che si rischia di commettere leggendo da indicatori graduati, come accade con gli strumenti analogici con visualizzatore ad indice;
2. lo strumento può essere fissato in qualunque posizione senza che vari l'indicazione sul visualizzatore.

Sono altresì presenti alcuni svantaggi come la difficoltà di osservare la variazione di una grandezza fisica nel tempo: è, infatti, più agevole seguire un ago su di una scala graduata piuttosto che il cambiamento nel tempo delle cifre su di un visualizzatore.

Altri vantaggi, non meno importanti, di uno strumento numerico sono:

1. la robustezza dello strumento è superiore a quella di qualunque altro con equipaggio mobile e consente di sopportare maggiormente urti e vibrazioni;
2. è possibile effettuare l'elaborazione in automatico di più osservazioni, interfacciando lo strumento con un Personal Computer.

Gli strumenti numerici sono definiti tali non solo per la modalità con cui viene presentato il risultato, ma anche per come elaborano le grandezze elettriche. Essi sono costituiti da un insieme di blocchi funzionali tra i quali assume un ruolo fondamentale il **convertitore analogico/digitale (A/D)**. L' A/D è un dispositivo in grado di trasformare una grandezza attiva in una informazione di tipo numerico o digitale. In un multimetro numerico di nuova generazione, ad esempio, i segnali vengono condizionati e inviati ad un blocco A/D che effettua la misurazione. Il valore misurato, rappresentato in numerico, viene inviato ad un processore per determinare come visualizzare correttamente la misura, correggendo eventualmente il valore misurato sulla base dell'elaborazione effettuata. L'operazione di conversione, da analogico in numerico, non è immediata ma necessita di un **tempo di conversione**.

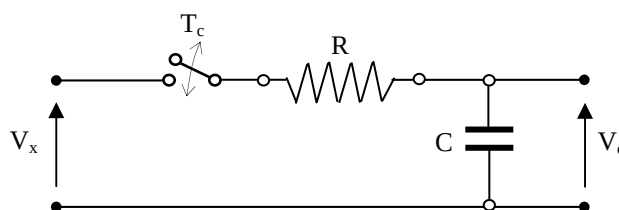
Affinché le informazioni abbiano significato, è necessario che il segnale sia costante per un tempo almeno pari a quello di conversione: solo in questo modo è garantita la corrispondenza attesa tra il valore della grandezza attiva all'inizio della conversione e il valore numerico in uscita. Il segnale che meglio soddisfa questa specifica è il segnale continuo.

Misure nel dominio delle ampiezze

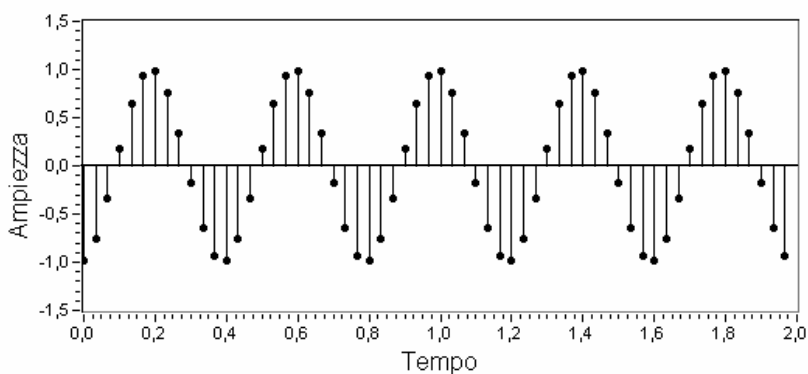
Una prima categoria di strumenti per la misurazione nel dominio delle ampiezze è quella che opera sui valori istantanei.

Questa categoria di strumenti assume un ruolo fondamentale quando si è interessati, ad esempio, alla visualizzazione dell'evoluzione nel tempo del segnale analizzato, oppure quando è necessario estrarre dal segnale particolari informazioni che non sono ricavabili con altri strumenti.

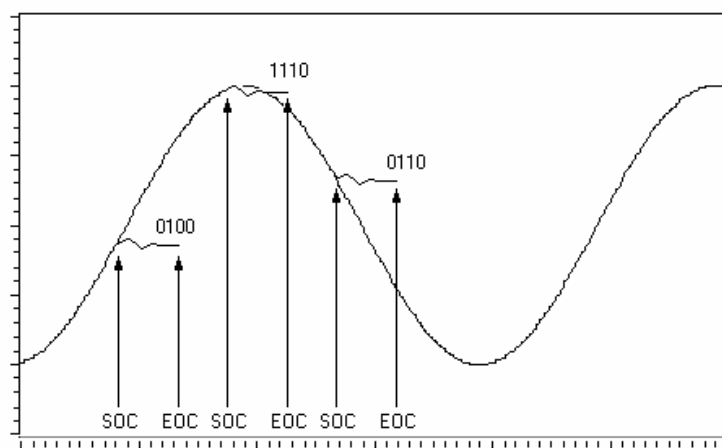
Gli strumenti a valore istantaneo usano la tecnica del campionamento che consiste nel rilevare un certo numero di valori del segnale, i **campioni**, in fissati istanti di tempo. La distanza temporale tra un campione ed il successivo (**tempo di campionamento**) è, nella maggior parte delle applicazioni, costante. Si parla in tal caso di **periodo di campionamento**, e il suo reciproco rappresenta la **frequenza di campionamento**. Il numero dei campioni e la loro distanza temporale sono scelti in modo da restituire una corretta rappresentazione del segnale in esame. La frequenza di campionamento viene scelta in funzione del contenuto spettrale del segnale, e il suo valore massimo è limitato dal tempo di conversione.



- figura 5.3 -



- figura 5.4 – campionamento ideale



- figura 5.5 – campionamento reale

È, inoltre, evidente che durante tale tempo è preferibile che il segnale si mantenga costante all'ingresso dello strumento. A tal fine si utilizzano appositi circuiti, detti **Sample and Hold (S/H)**, che sono preposti al campionamento ed alla *tenuta* del valore assunto dal segnale all'istante di campionamento; la tenuta del valore avviene per un intervallo di tempo costante, noto e non minore del tempo di conversione.

Il principio di funzionamento di un S/H è descritto dal circuito di figura 5.3, dove l'interruttore è pilotato da un segnale di clock di periodo $T_c = hRC$ con $h > 5$ e dove R è la resistenza dell'interruttore.

Per eseguire una acquisizione si attiva il segnale di inizio conversione (**Start Of Conversion**) che chiude l'interruttore permettendo al condensatore di caricarsi fino al valore assunto dal segnale all'istante di inizio conversione (vedere figura 5.5). La carica è ritenuta istantanea poiché la relativa costante di tempo, $\tau = RC$, viene dimensionata in modo tale da risultare molto piccola rispetto alla dinamica del segnale. Dopo un tempo pari a 5 o 6 volte la costante di tempo, l'interruttore viene aperto interrompendo il flusso di corrente e consentendo al condensatore di rimanere carico per un tempo, detto *tempo di hold*. Durante questo tempo, il blocco A/D preleva il segnale ai capi del condensatore e lo converte in numerico.

Il prezzo che si paga nell'effettuare misurazioni di valore istantaneo è che i campioni sono soggetti ai disturbi sovrapposti al segnale: un eventuale spike che interviene in concomitanza dell'istante di campionamento non può essere in nessun modo evitato o attenuato.

Circuiti S/H con tempi di campionamento molto brevi sono sovente utilizzati in quegli strumenti, come i sistemi di acquisizione dati, aventi una frequenza di campionamento molto elevata al fine di poter acquisire ed esaminare segnali dal contenuto spettrale molto ricco.

Il valore della frequenza di campionamento viene scelto in modo da rispettare il “teorema del campionamento” che suggerisce il limite inferiore della frequenza con cui si deve campionare il segnale, e cioè imponendo che debba essere verificata la disuguaglianza:

$$f_c \geq 2 f_i \quad (5.1)$$

dove f_c è la frequenza di campionamento, e f_i è la frequenza del segnale in ingresso.

Se tale relazione non è soddisfatta lo spettro del segnale campionato risulta affetto da *aliasing*, ossia si verifica la sovrapposizione in frequenza delle repliche del segnale originario, centrate a frequenze multiple di quelle di campionamento, con modifica dello spettro originario e relativa perdita del contributo informativo. Nessun tipo di filtraggio può, in tale situazione, recuperare lo spettro del segnale di partenza.

Una seconda categoria di strumenti per la misurazione nel dominio delle ampiezze è costituita da quegli strumenti che operano su valori non istantanei, ad esempio su valori medi.

In essi si premette al convertitore A/D, invece del S/H, un blocco di condizionamento che restituisce un segnale analogico e continuo il cui valore è direttamente legato alla grandezza non istantanea che si desidera misurare.

L'ultima categoria di strumenti comprende quelli specificatamente preposti alla misurazione dell'ampiezza di un segnale continuo.

Per questi ultimi risulta sufficiente un convertitore A/D al cui ingresso viene direttamente applicato il segnale, a meno che non siano necessarie operazioni di amplificazione o attenuazione. Esistono, infatti, diverse tecniche che consentono di garantire elevate reiezioni ai disturbi.

Voltmetri numerici

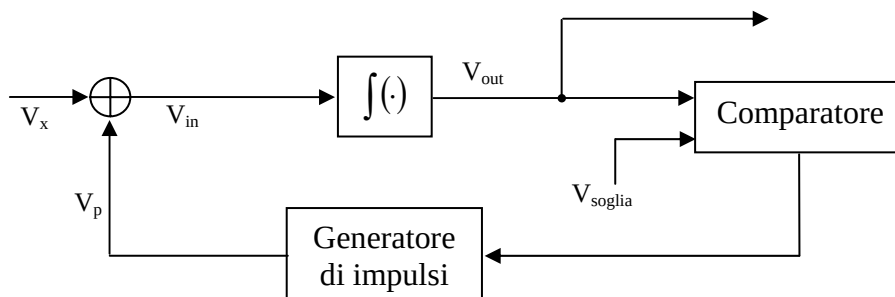
I voltmetri numerici sono strumenti che operano nel dominio delle ampiezze e sono fondamentalmente misuratori di tensioni continue. Come si vedrà successivamente, anche le misurazioni di ampiezza su segnali variabili nel tempo sono riconducibili a misure di ampiezza su segnali continui mediante appositi circuiti di condizionamento.

Voltmetro a semplice integrazione (a conversione tensione-frequenza)

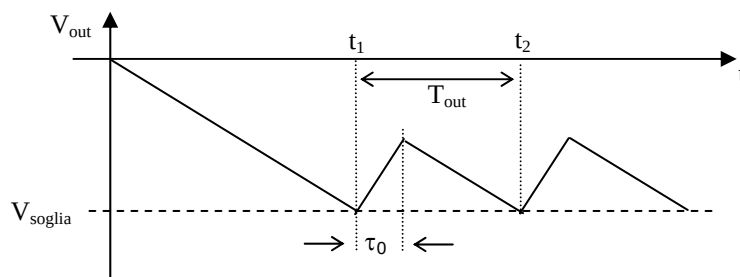
Il principio di funzionamento è descritto dallo schema di figura 5.6 e dal diagramma di figura 5.7 che riporta l'andamento dell'uscita V_{out} nel tempo, nell'ipotesi che essa sia inizialmente nulla.

In ingresso al voltmetro è applicata una tensione continua $V_x > 0$, che è sommata ad un segnale V_p , inizialmente di valore nullo, ed inviata ad un blocco integratore. Quest'ultimo è costituito da un circuito comprendente dei componenti passivi ed un

amplificatore operazionale montato in configurazione invertente. L'uscita dell'integratore è, dunque, un segnale di tensione linearmente decrescente nel tempo.

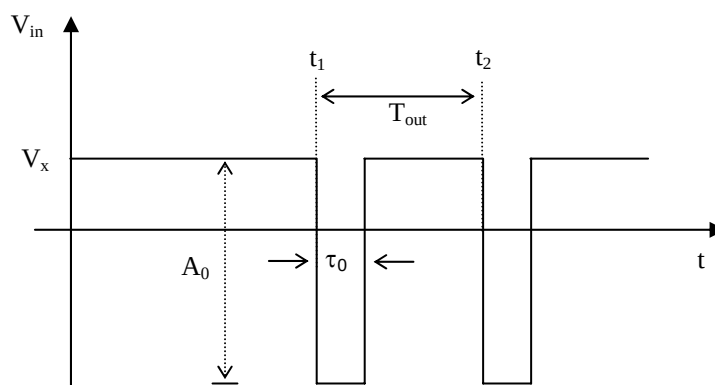


- figura 5.6 -



- figura 5.7 -

Quando V_{out} raggiunge il valore V_{soglia} , il comparatore fornisce un segnale che abilita la generazione di un impulso negativo V_p di ampiezza A_0 e di durata τ_0 con $|A_0| > |V_{x,max}|$. Il segnale V_{in} (figura 5.8) è quindi negativo per cui l'uscita dell'integratore è una rampa a pendenza positiva.



- figura 5.8 -

Una volta esaurito l'impulso, viene nuovamente integrato il solo segnale V_x , per una durata che consente all'uscita dell'integratore di raggiungere V_{soglia} , analogamente a quanto visto prima. Il ciclo si ripete con l'abilitazione alla generazione di un nuovo impulso.

A meno del tratto iniziale, si può osservare che il segnale V_{out} è periodico di periodo T_{out} e frequenza $f_{out}=1/T_{out}$.

Come si vedrà in seguito, esiste una diretta proporzionalità tra V_x ed f_{out} , ed è per questo motivo che il voltmetro a *semplice integrazione* è anche noto come voltmetro a *conversione tensione-frequenza*.

Il principale vantaggio dei voltmetri a semplice integrazione, e in generale di tutti gli strumenti che eseguono una conversione del misurando in una frequenza, è che per determinare il valore del misurando si effettua una misurazione di frequenza. È, infatti, noto che questa misurazione, oltre che più agevole, può essere caratterizzata da risoluzioni molto spinte.

La periodicità del segnale in uscita consente di scrivere:

$$\int_{T_{out}} V_{in}(t) dt = V_{out}(t_2) - V_{out}(t_1) = 0 \quad (5.2)$$

Dalla relazione (5.2) è possibile evidenziare che il contributo dell'integrale di V_x sul periodo T_{out} è pari a quello dell'integrale dell'impulso sul solo intervallo τ_0 .

$$\int_{\tau_0} (V_x - A_0) dt + \int_{T_{out}-\tau_0} V_x dt = 0 \Rightarrow (V_x - A_0)\tau_0 + V_x(T_{out} - \tau_0) = 0$$

da cui:

$$V_x = \frac{A_0 \tau_0}{T_{out}} = A_0 \tau_0 \cdot f_{out} \quad (5.3)$$

che è la relazione che lega il misurando alla frequenza del segnale in uscita all'integratore.

Lo strumento di misura si completa poi con un contatore numerico (figura 3.1) che esegue la misura diretta di frequenza del segnale di uscita V_{out} . Pertanto nello strumento si può distinguere una prima parte che è preposta alla conversione della tensione in frequenza ed una seconda parte che esegue la misurazione di frequenza.

È evidente che il legame tra V_x e la frequenza del segnale V_{out} è di proporzionalità solo se il prodotto $A_0 \tau_0$ è costante durante tutto il tempo di misura. In particolare si

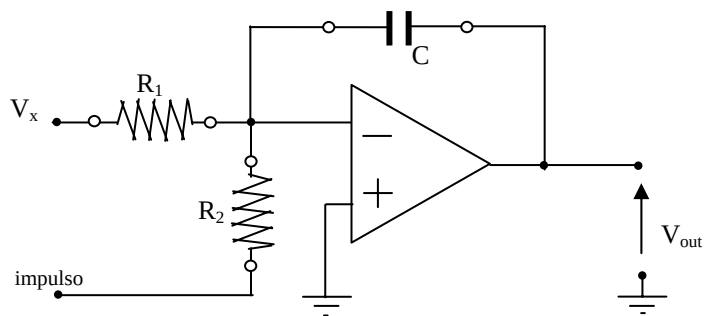
può parlare di frequenza, con riferimento al segnale V_{out} , solo se detto prodotto è rigorosamente costante.

Si richiede, quindi, che gli impulsi forniti dal segnale siano, in relazione alla loro area, non solo calibrati, per poter rendere operativa la relazione (5.3), ma anche stabili.

Oltre questo termine è da considerare il contributo dei componenti passivi che realizzano il blocco integratore, ovvero delle resistenze in ingresso all'operazionale, viste da V_x e dall'impulso, e del condensatore.

In particolare, per quanto concerne il contributo delle resistenze, detta R_1 la resistenza vista da V_x e detta R_2 quella vista dall'impulso, il misurando V_x è legato alla frequenza f_{out} dalla seguente legge:

$$V_x = \frac{R_1}{R_2} A_0 \tau_0 \cdot f_{out} \quad (5.4)$$



- figura 5.9 -

Per determinare la risoluzione con cui si valuta il misurando, si riscrive la relazione (5.4) nel senso della quantizzazione:

$$V_x = \frac{R_1}{R_2} A_0 \tau_0 \frac{N}{T_c} \quad (5.5)$$

La risoluzione, generalmente indicata con ΔV_x , è fornita dalla (5.5) ponendo $N=1$.

Valutazione dell'incertezza di misura

Applicando la legge di propagazione delle incertezze con approccio deterministico alla (5.5) risulta:

$$\frac{\delta V_x}{V_x} = \frac{\delta(A_0 \tau_0)}{A_0 \tau_0} + \frac{\delta(R_1/R_2)}{R_1/R_2} + \frac{1}{N} + \frac{\delta T_c}{T_c} \quad (5.6)$$

dove si riconoscono i contributi dei vari termini che sono legati rispettivamente alle incertezze relative all'area dell'impulso, al rapporto delle resistenze, al conteggio e alla stabilità del clock.

Per ridurre i primi due contributi sono richiesti:

1. impulsi calibrati e fortemente stabili;
2. elevata precisione sul rapporto R_1/R_2 .

Gli ultimi due contributi riguardano la misurazione diretta di frequenza e sono, rispettivamente, l'incertezza di quantizzazione e l'incertezza sulla base dei tempi.

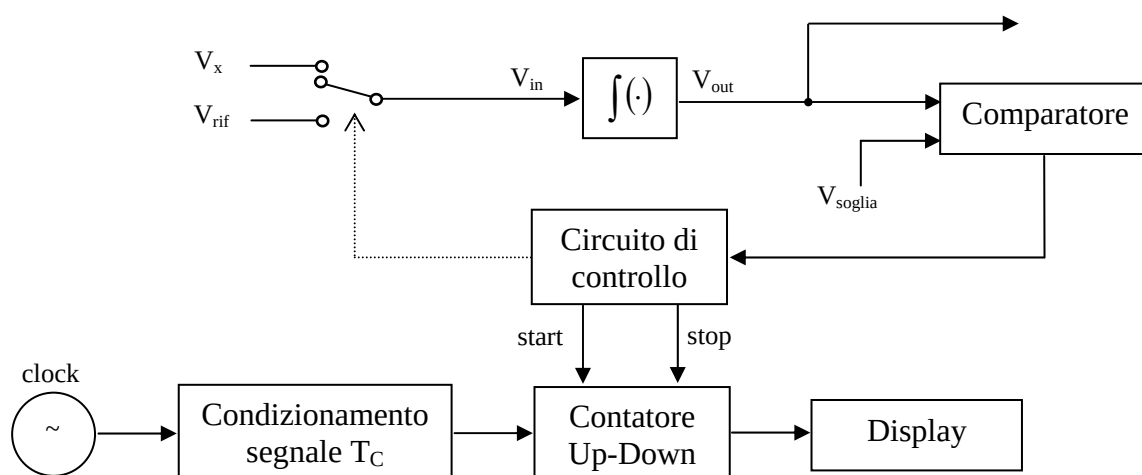
Per ridurre l'incertezza legata a questi contributi è richiesto:

1. un tempo di misurazione sufficientemente lungo;
2. un clock molto stabile.

È, altresì, richiesta la costanza del valore sia del rapporto R_1/R_2 sia della capacità, almeno durante la misurazione (stabilità a breve termine).

Voltmetro a doppia rampa (a conversione tensione-tempo)

Il voltmetro a doppia rampa è una soluzione di misura più complessa del voltmetro a semplice integrazione, e può garantire prestazioni migliori in quanto l'incertezza di misura non dipende dall'area dell'impulso e dal rapporto delle resistenze.



- figura 5.10 -

In relazione alla figura 5.10, V_x è una tensione continua e positiva, e V_{rif} è una tensione di riferimento generata internamente allo strumento e di segno opposto al

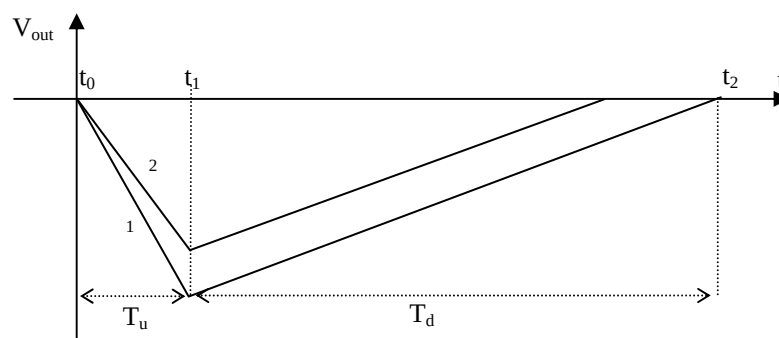
misurando. Il commutatore, pilotato da un circuito di controllo, seleziona la tensione da integrare. L'uscita del blocco di integrazione viene comparata con una tensione V_{soglia} posta al potenziale zero, preso come riferimento. L'uscita del comparatore va in ingresso al circuito di controllo, che determina, oltre al segnale con cui si pilota l'interruttore, i due istanti di *start* e di *stop* fra i quali è abilitato il conteggio.

In figura 5.11 è rappresentata l'uscita dell'integratore V_{out} al variare del tempo, nell'ipotesi che essa sia inizialmente nulla.

All'istante iniziale t_0 il commutatore seleziona la tensione continua V_x da inviare in ingresso all'integratore (si faccia riferimento, per semplicità, alla figura 5.9). In virtù della configurazione invertente dell'amplificatore operazionale l'andamento di V_{out} è una rampa decrescente che termina in t_1 , istante stabilito in fase di progettazione. L'intervallo di integrazione $T_u = t_1 - t_0$ è chiamato "tempo di up", ed è il tempo di carica del condensatore. In questo modo la carica elettrica accumulata nel condensatore è proporzionale alla V_x .

All'istante t_1 il circuito di controllo consente la commutazione dell'interruttore per l'integrazione della V_{rif} , e abilita l'inizio dei conteggi mediante il comando di start. Il conteggio dura il tempo necessario, detto "tempo di down" ($T_d = t_2 - t_1$), alla rampa per raggiungere il valore zero nell'istante t_2 . Il comparatore fornisce al circuito di controllo il segnale per l'abilitazione dello stop al conteggio. Sono, dunque, contati solo i conteggi appartenenti all'intervallo T_d .

È bene osservare che in questa fase, che corrisponde alla scarica del condensatore, la rampa assume pendenza di segno opposto a quello della fase precedente (V_x e V_{rif} hanno infatti segno opposto).



- figura 5.11 -

Le fasi di carica e scarica del condensatore avvengono con la stessa costante di tempo RC . La tensione ai capi del condensatore fino all'istante t_1 dipende solo da V_x ; ad essa è imputabile la pendenza del tratto tra t_0 e t_1 : se la V_x diminuisce anche la pendenza del segmento "1" diminuisce, e la carica avviene con andamento

rappresentato dal segmento “2”; viceversa, quando la V_x aumenta la pendenza aumenta.

Il nome di “convertitore tensione-tempo” deriva dalla considerazione che la durata T_d della fase di scarica dipende solo dalla V_x , essendo costante la pendenza della rampa. Ogni variazione del misurando si ripercuote, quindi, in una variazione di T_d e, di conseguenza, in un diverso numero di conteggi attraverso i quali si risale a V_x .

Analiticamente risulta:

$$\int_{T_u} V_x dt + \int_{T_d} V_{rif} dt = 0$$

$$V_x T_u = |V_{rif}| T_d \Rightarrow V_x = |V_{rif}| \frac{T_d}{T_u} \quad (5.7)$$

Si osservi che i valori di V_{rif} e T_u sono noti come pure il loro rapporto; per valutare V_x occorre, quindi, solo misurare T_d .

Occorre, ancora, osservare che per il voltmetro a semplice integrazione la costante di proporzionalità tra il misurando e la grandezza effettivamente misurata è l'area dell'impulso, mentre nel voltmetro a doppia rampa è una tensione. Ciò rende particolarmente gradita questa soluzione circuitale, perché è più semplice garantire la stabilità della sola tensione piuttosto che quella di un'area, prodotto di una tensione per un tempo.

Il tempo T_u è scelto pari ad un multiplo intero di periodi di clock ed è valida la relazione:

$$T_u = N \cdot T_c \quad (5.8)$$

dove T_c è il periodo di clock.

Per migliorare la sincronizzazione tra i due conteggi relativi alla fase di up e a quella di down, e contenere così l'incertezza di quantizzazione, si usa un *contatore up-down* che è in grado di incrementare e decrementare il numero di conteggi. Questo contatore viene caricato, all'inizio della misurazione, con il numero intero N_u tale che risulti $T_u = N_u T_c$. Con il procedere della misurazione, questo numero viene decrementato fino ad annullarsi proprio all'istante t_1 , che rappresenta la fine del primo processo di integrazione e l'inizio del secondo. Con l'inizio della seconda fase di integrazione, il contatore comincia ad incrementare conteggi. In questo modo l'istante t_1 è esattamente sincronizzato con l'inizio di un periodo di clock. Ciò consente di ottenere che:

$$N_d T_c \leq T_d \leq (N_d + 1) T_c \quad (5.9)$$

condizione sicuramente più vantaggiosa di $(N_d - 1)T_c \leq T_D \leq (N_d + 1)T_c$, che risulta in assenza di sincronizzazione.

Si può inoltre scrivere:

$$V_x = \left| V_{rif} \right| \frac{N_d T_c}{N_u T_c} \quad (5.10)$$

che evidenzia la dipendenza della misura della tensione incognita dal rapporto dei conteggi.

In ipotesi di stabilità del segnale generato dall'oscillatore di riferimento, almeno nel tempo di misurazione (stabilità *a breve termine*), è lecito semplificare T_c , per cui la costante di proporzionalità è pari alla sola $|V_{rif}|$. Si osservi che l'ipotesi precedente porta ad una condizione di stabilità molto più debole di quella richiesta dal voltmetro a semplice integrazione, dove l'incertezza è riferita ad una stabilità a lungo termine della base dei tempi.

Viene infine richiesta anche una stabilità a breve termine sia di R_1 sia di C .

Risoluzione e tempo di misura

La risoluzione, fissata in fase di progettazione dello strumento, può anche essere scritta come:

$$\Delta V = \frac{V_{rif}}{N_u} \frac{V_x}{q} \frac{1}{N_d} = \frac{FS}{N_{d \max}} \quad (5.11)$$

dove FS è il valore della tensione di fondo scala.

L'ultima uguaglianza tiene conto del fatto che la relazione è vera anche quando in ingresso allo strumento è applicata la tensione di fondo scala, in corrispondenza della quale si osservano il maggior numero di conteggi ($N_{d \max}$).

Pertanto, fissati il fondo scala ed il numero massimo di conteggi, risulta determinato il valore della risoluzione.

Il tempo di misura T_{mis} dello strumento è dato dalla relazione:

$$T_{mis} = (N_u + N_d) \cdot T_c \quad (5.12)$$

Per esprimere il tempo di misura in funzione della risoluzione, si può scrivere:

$$T_{mis} = \left[\frac{V_{rif} \cdot N_{d\max}}{FS} + \frac{V_x \cdot N_{d\max}}{FS} \right] \cdot T_c = \left[\frac{V_{rif}}{FS} + \frac{V_x}{FS} \right] \cdot T_c N_{d\max} \quad (5.13)$$

Il caso peggiore, ossia il tempo più elevato, è rappresentato da $V_x=FS$. In queste condizioni T_{mis} vale:

$$(T_{mis})_{\max} = \left[\frac{V_{rif}}{FS} + 1 \right] \cdot T_c N_{d\max} \quad (5.14)$$

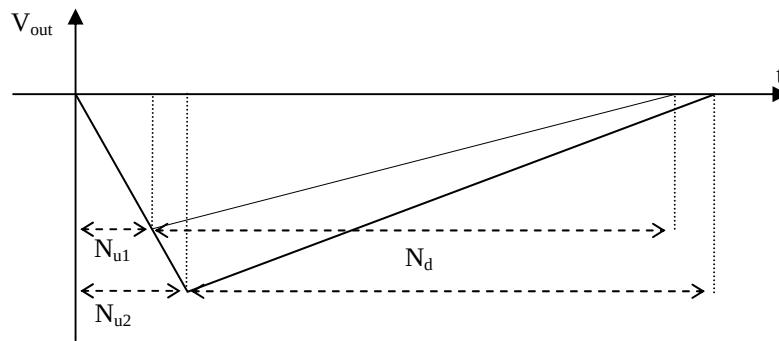
e, una volta fissati i parametri di progetto, risulta essere, praticamente, una costante.

La possibilità di ridurre il tempo di misura massimo senza peggiorare la risoluzione è legato alla sola V_{rif} , ma impone che si operi contemporaneamente anche su N_u per mantenere costante il loro rapporto e, dunque, la risoluzione.

Ridurre la fase di up mantenendo inalterata N_d significa, inoltre, ridurre le pendenze delle rampe nella fase di scarica (figura 5.12).

Nello specifico la scelta di ridurre V_{rif} comporta due tipologie di problemi:

1. il tempo di integrazione del segnale di ingresso diminuisce, con relativa riduzione dell'efficacia di uno dei maggiori benefici dei voltmetri ad integrazione: la reiezione del rumore presente sul misurando;
2. la difficoltà per il comparatore di rilevare il passaggio per lo zero avvenuta al diminuire della pendenza nella fase di down; si crea incertezza sulla determinazione dello zero, che aggiunge incertezza sulla misura di T_d .



- figura 5.12 -

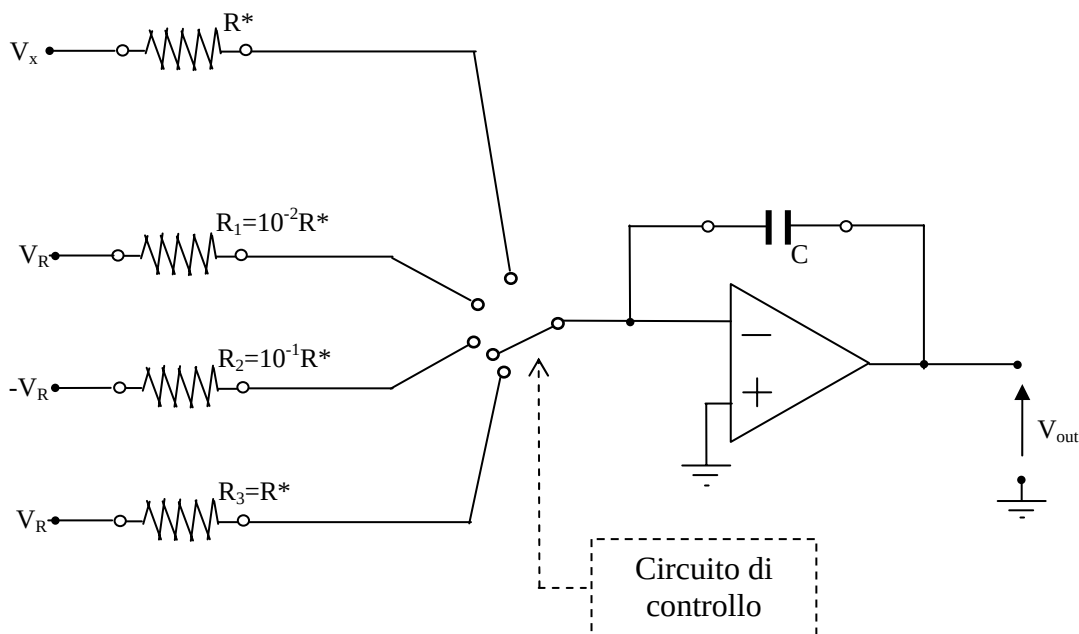
Si preferisce, quindi, non variare la tensione di riferimento, anzi renderla proprio pari ad FS , e trovare invece soluzioni progettuali alternative. Dalle scelte fatte segue che:

$$(T_{mis})_{\max} = 2T_c N_{d\max} = 2T_c \frac{FS}{\Delta V} \quad (5.15)$$

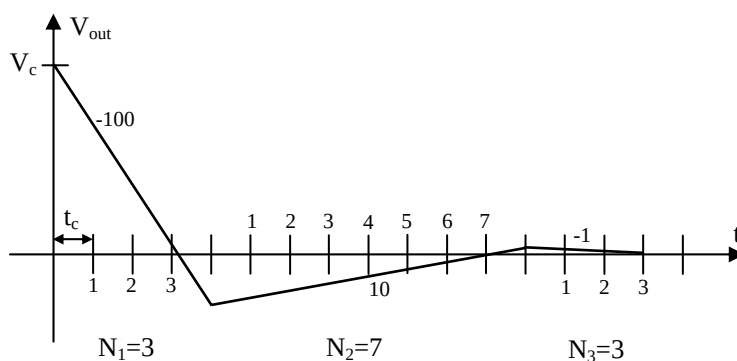
Voltmetro multirampa

Il principio di funzionamento di un voltmetro multirampa prevede una “fase di up” identica a quella vista per il voltmetro a doppia rampa, al termine della quale la tensione ai capi del condensatore del blocco integratore si porta al valore V_c , ed una “fase di down”, che si articola in successivi stadi di scarica e di carica (da qui il nome multirampa), al termine della quale si procede alla determinazione del valore del misurando. Gli stadi di scarica e carica sono caratterizzati da pendenze progressivamente inferiori e multiple tra loro di un fattore noto.

La sezione di ingresso di un voltmetro multirampa è presentata di seguito. L'architettura delle sezioni successive è molto simile a quella di un voltmetro a doppia rampa; la logica di controllo è, però, più complessa.



- figura 5.13 -



- figura 5.14 -

Il vantaggio di questa soluzione, rispetto ad un voltmetro a doppia rampa, è una grossa riduzione dei tempi di misura poiché si riduce il tempo di scarica (T_d) senza modificare quello di carica (T_u). Il tempo di scarica in un voltmetro a doppia rampa è nettamente maggiore; il valore della pendenza (posto pari a -1 in termini normalizzati) in tale fase è infatti sempre inferiore, o al più uguale, a quello delle diverse pendenze di scarica del voltmetro multirampa.

Contare 327 impulsi con pendenza -1, ad esempio, equivale a contare 3 impulsi con una prima rampa di pendenza -100 e gestire poi, come nei punti che seguono, l'intervallo residuo rispetto all'impulso successivo, che non può essere contato con la rampa appena usata.

1. Effettuata la scarica con pendenza -100, si contano gli impulsi di periodo t_c e si arresta il conteggio all'istante t_1 , in corrispondenza del quale la rampa incontra lo zero.
2. La rampa viene arrestata al primo impulso successivo all'istante t_1 . Questo è il punto di partenza per una nuova integrazione a pendenza +10, e per una nuova fase di conteggio che dura fino a quando non viene nuovamente incontrato lo zero (istante t_2).
3. La rampa viene arrestata al primo impulso successivo all'istante t_2 . Questo è il punto di partenza per una nuova integrazione a pendenza -1, e l'inizio di un nuovo conteggio che termina con il passaggio della rampa per lo zero.

Il principio importante è che i pesi dei conteggi esibiti in figura 5.14 sono legati alla ripidità della rampa: $N_1=3$ con rampa a pendenza -100 vuol dire che sono stati contati 300 impulsi con pendenza unitaria.

Il risparmio in termini di tempo è evidente: contare 327 impulsi con un voltmetro a doppia rampa, la cui fase di down presenti la pendenza unitaria che caratterizza l'ultima rampa del voltmetro considerato, equivale a contare $N_1+N_2+N_3+2=19$ impulsi con un multirampa, dove il numero 2 (che è dato dal numero di rampe usate nella "fase di down" decrementato di una unità) è dovuto al fatto che si è atteso un impulso ad ogni passaggio per lo zero, per il cambio di pendenza della rampa.

Se il numero di rampe che caratterizzano la "fase di down" è dispari, la regola per ricavare il numero di conteggi, N_{eq} , di un voltmetro a doppia rampa equivalente, e, quindi, il risultato della misurazione è la seguente:

- N_{eq} ha tante cifre quante sono le rampe nella "fase di down";
- le cifre di posto dispari (prima, terza...), partendo dalla cifra più significativa, coincidono con il numero di conteggi ottenuto durante le rampe di ordine dispari;

- le cifre di posto pari, partendo dalla cifra più significativa, si valutano eseguendo il complemento a 9 del numero di conteggi ottenuto durante le rampe di ordine pari.

Se il numero di rampe che caratterizzano la “fase di down” è pari, la regola per ricavare il numero di conteggi, N_{eq} , di un voltmetro a doppia rampa equivalente, e, quindi, il risultato della misurazione è la seguente:

- N_{eq} ha tante cifre quante sono le rampe nella “fase di down”;
- le cifre di posto dispari (prima, terza...), partendo dalla cifra più significativa, coincidono con il numero di conteggi ottenuto durante le rampe di ordine dispari;
- le cifre di posto pari, partendo dalla cifra più significativa, si valutano eseguendo il complemento a 9 del numero di conteggi ottenuto durante le rampe di ordine pari;
- l'ultima cifra di N_{eq} (meno significativa) si valuta eseguendo il complemento a 10 del numero di conteggi ottenuto durante l'ultima rampa.

Specifiche dei voltmetri numerici in DC

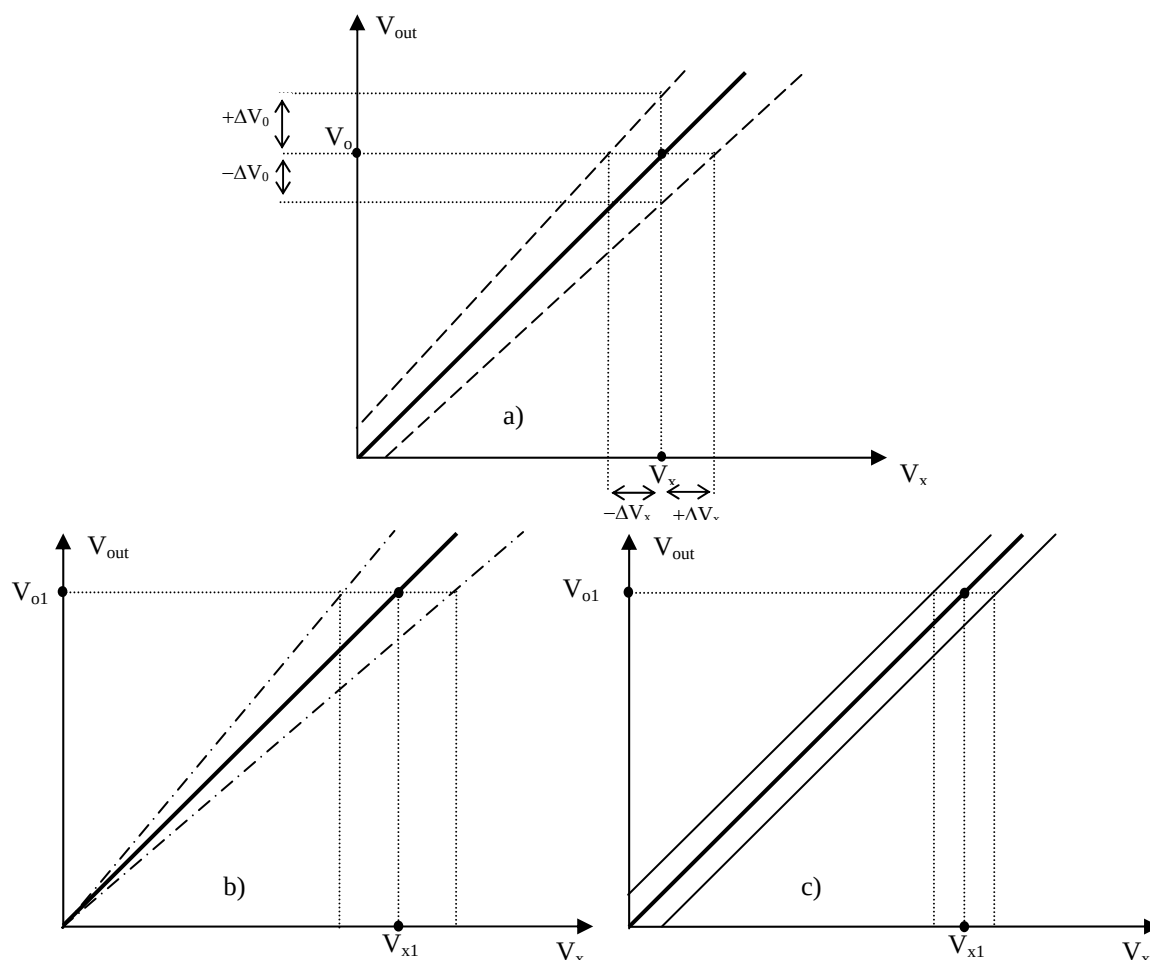
1. **Numero di cifre** – numero di cifre che appaiono sul visualizzatore; il numero di cifre può essere intero o frazionario: ad esempio, $4\frac{1}{2}$ cifre, $5\frac{1}{2}$ cifre,... dove il numero intero indica quante sono le cifre che possono variare da 0 a 9 ed il valore frazionario indica la possibilità che la cifra più significativa assuma solo un numero limitato di valori, tipicamente 0 e 1.

L'*overrange* rappresenta la tensione che si deve sommare al fondo scala per arrivare al valore massimo visualizzabile dal display. Mediante l'*overrange*, dichiarato in percentuale di *FS*, è possibile estendere l'indicazione numerica oltre il fondo scala, il quale non coincide con il valore massimo leggibile: un voltmetro a $4\frac{1}{2}$ cifre con *overrange* 100% e fondo scala di 1V consente una lettura massima di 1,9999 V.

2. **Risoluzione** – minima quantità apprezzabile sul visualizzatore. Essa dipende dal fondo scala utilizzato.
3. **Sensibilità** – minima quantità apprezzabile sul visualizzatore quando il fondo scala è settato al valore più basso e, in tali condizioni, coincide con la risoluzione.
4. **Stabilità** – intervallo di tempo e di temperatura entro i quali viene mantenuta la precisione dichiarata; fuori di questi intervalli occorre ricalibrare lo strumento; il costruttore fornisce le tabelle con le quali compensare le degradazioni inerenti l'accuracy e, talvolta, il fondo scala.
5. **Impedenza di ingresso** – valore dell'impedenza di ingresso del voltmetro numerico; i valori sono tipicamente molto elevati, dalle decine di $M\Omega$ alle decine di $G\Omega$.
6. **Accuracy** – è espressa, generalmente, come $\pm(\%lettura + \%range)$; dove il primo termine si riferisce ad una percentuale del valore letto, mentre il secondo ad una percentuale del *FS*.
Ad esempio, per misurare 750mV con un range di 1V, il costruttore dichiara, trascurando altri parametri di influenza, 0,0040 come %lettura e 0,0007 come %range; in tal caso l'incertezza sul valore misurato vale $\pm[(0,00004)(0,750V) + (0,000007)(1V)] = \pm 0,000037V$.

La figura 5.15a riporta, ad esempio, la fascia di accuracy e la caratteristica ideale, evidenziata in grassetto, per un voltmetro numerico. È possibile notare, per un fissato valore di uscita V_{o1} , come varia l'intervallo dei valori che contiene il misurando V_{x1} . Essa è ottenuta dalla composizione dei contributi dati dall'accuracy del termine %lettura (figura 5.15b) e dal termine %range (figura 5.15c).

Analogamente, è possibile fissare un valore di ingresso ed evidenziare il *range* di valori che possono essere ottenuti in uscita.



- figura 5.15 -

7. **Velocità di misura** – parametro che indica il numero di letture effettuate in un secondo.
8. **Reiezione al rumore** – occorre distinguere tra rumore *di modo comune* e *di modo normale*; il primo è, in genere, associato alla mancanza di un riferimento comune allo strumento di misura e alla sorgente del segnale incognito, mentre il secondo si riferisce al rumore, additivo al segnale di misura, introdotto da fattori, sia esterni sia interni allo strumento, che prescindono dal modo comune.

Si definiscono due figure di merito:

- **NMRR (Normal Mode Rejection Ratio)** = $20\log_{10} \frac{V_n}{V_n^I}$

in cui V_n è il valore di picco del rumore e V_n^I è l'indicazione che lo strumento fornisce in presenza del solo rumore di modo normale in ingresso.

- **CMRR (Common Mode Rejection Ratio)** = $20\log_{10} \frac{V_{cm}}{V_{cm}^I}$

in cui V_{cm} è il valore di picco del rumore di modo comune e V_{cm}^I è l'indicazione che lo strumento fornisce in presenza del solo rumore di modo comune.

Valori elevati di questi parametri sono indicativi di un buon comportamento del voltmetro nei confronti del rumore.

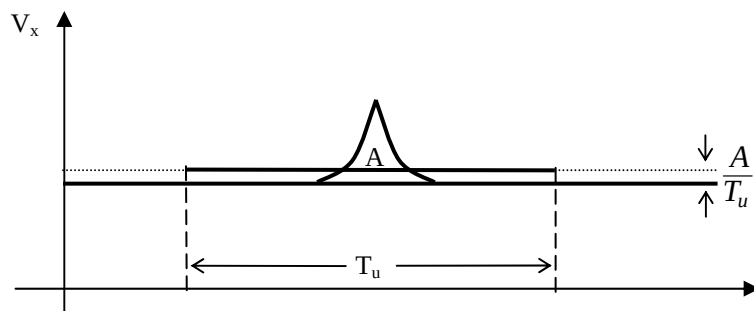
Disturbi di modo normale

Un rumore di modo normale di generica area A , sovrapposto al misurando, fornisce, nel tempo di misura T_m , un contributo alla lettura pari al suo valore medio A/T_m ; quanto più T_m è elevato, minore è l'entità di tale contributo.

Il valore medio del rumore nell'intervallo di tempo di integrazione vale:

$$\bar{V}_{rumore} = \frac{1}{T_u} \int_{T_u} V_{rumore} dt = \frac{A}{T_u} \quad (5.16)$$

e rappresenta lo scostamento dovuto al rumore di modo normale tra l'indicazione fornita dal voltmetro ed il valore vero del misurando (figura 5.16).



- figura 5.16 -

Il vantaggio di un voltmetro ad integrazione rispetto ad un voltmetro a valore istantaneo è che l'aliquota in uscita dovuta al rumore sovrapposto al segnale è fortemente ridotta, poiché il contributo del rumore è distribuito uniformemente su tutto l'intervallo di misura.

Nel caso di voltmetro a valore istantaneo, invece, l'indicazione dello strumento può essere fortemente compromessa da un disturbo che sopraggiungesse nello stesso istante di rilievo del valore del segnale.

In ipotesi di rumore con andamento sinusoidale la capacità di reiezione dello strumento è rappresentata mediante grafici universali, come quello di figura 5.18, in cui il NMRR è espresso in funzione della frequenza del disturbo.

Sia V_n l'ampiezza del disturbo $n(t)$, sinusoidale a frequenza f_0 , sovrapposto ad un segnale continuo. La sua espressione è:

$$n(t) = V_n \sin(2\pi f_0 t) \quad (5.17)$$

La tensione misurata dallo strumento in un intervallo T_m , in presenza del solo rumore in ingresso vale:

$$\begin{aligned} V_n^I &= \frac{1}{T_m} \int_{t_1}^{t_1+T_m} V_n \sin(2\pi f_0 t) dt = \\ &= -\frac{V_n}{2\pi f_0 T_m} \left[\cos(2\pi f_0 (t_1 + T_m)) - \cos(2\pi f_0 t_1) \right] = \\ &= \frac{2V_n}{2\pi f_0 T_m} \left[\sin\left(2\pi f_0 \left(t_1 + \frac{T_m}{2}\right)\right) \sin(\pi f_0 T_m) \right] \end{aligned} \quad (5.18)$$

È opportuno evidenziare la dipendenza di questa misura da tre fattori: ampiezza del rumore, istante t_1 e $\lambda_0 = f_0 T_m$, che fornisce il numero di periodi del disturbo contenuti nell'intervallo T_m . Il caso peggiore, che rende massima la V_n^I , è legato all'istante t_1 che rende massima l'espressione:

$$\left| \sin\left(2\pi f_0 \left(t_1 + \frac{T_m}{2}\right)\right) \right| \quad (5.19)$$

In tali ipotesi si valuta il seguente rapporto:

$$\left| \frac{V_n^I}{V_n} \right| = \left| \frac{\sin(\pi \lambda_0)}{\pi \lambda_0} \right| \quad (5.20)$$

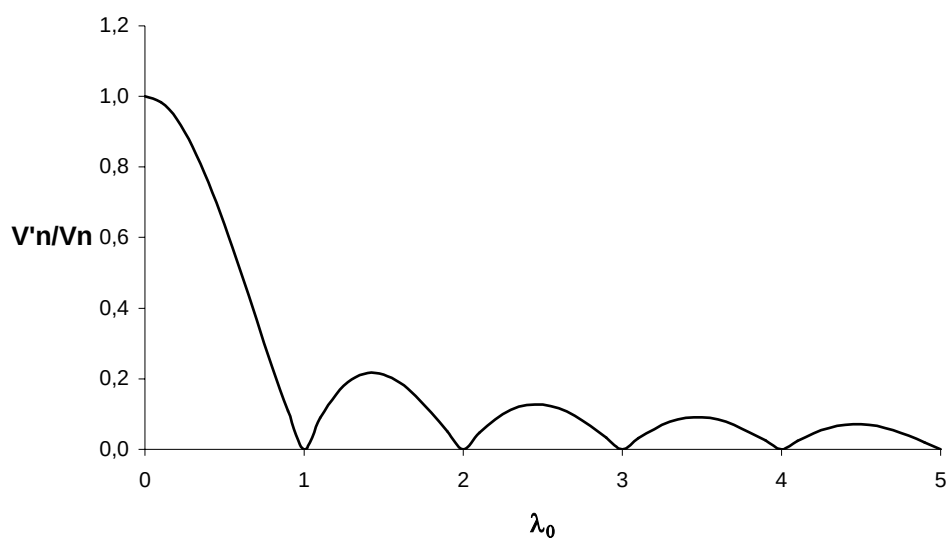
che rappresenta la funzione $|\text{sinc}(\pi \lambda_0)|$ di figura 5.17.

Come era lecito attendersi, il massimo assoluto (risposta peggiore del voltmetro) si ottiene in corrispondenza di un disturbo di periodo infinito ($\lambda_0 = 0$).

I minimi relativi (ed assoluti) sono garantiti dalla auspicabile evenienza che l'intervallo T_m contenga esattamente un numero intero di periodi del disturbo:

$$T_m = k \cdot T_0 \quad (5.21)$$

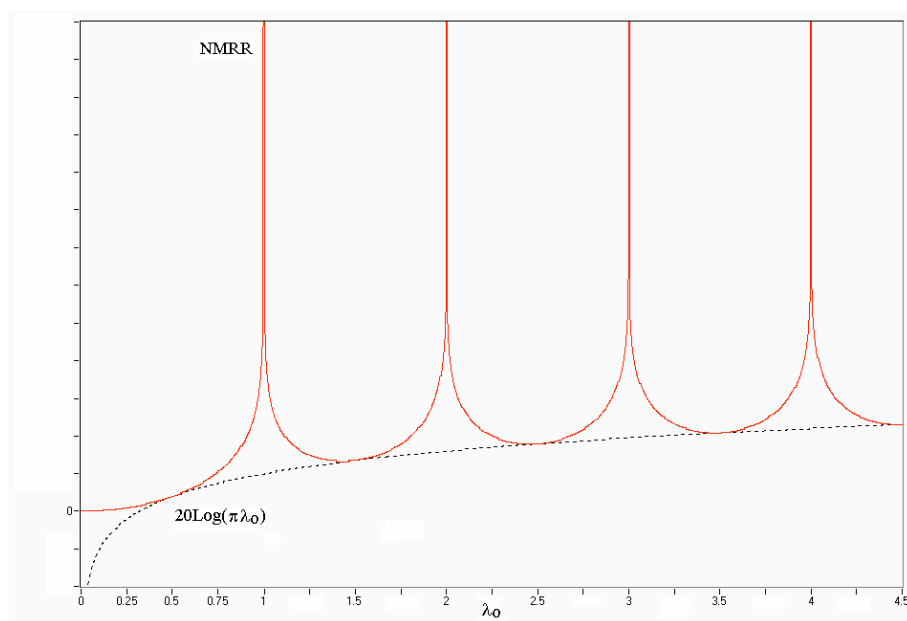
I massimi relativi sono legati alla presenza di metà periodo del disturbo oltre un determinato numero intero nell'intervallo T_m . Si può osservare che il mezzo periodo pesa sempre meno all'aumentare del periodo T_m : la riduzione dei massimi relativi della funzione sinc(.) all'aumentare della frequenza del disturbo è evidente.



- figura 5.17 -

Il rapporto di reiezione di modo normale è

$$NMRR = 20 \log_{10} \left| \frac{\pi \lambda_0}{\sin(\pi \lambda_0)} \right| \quad (5.22)$$



- figura 5.18 -