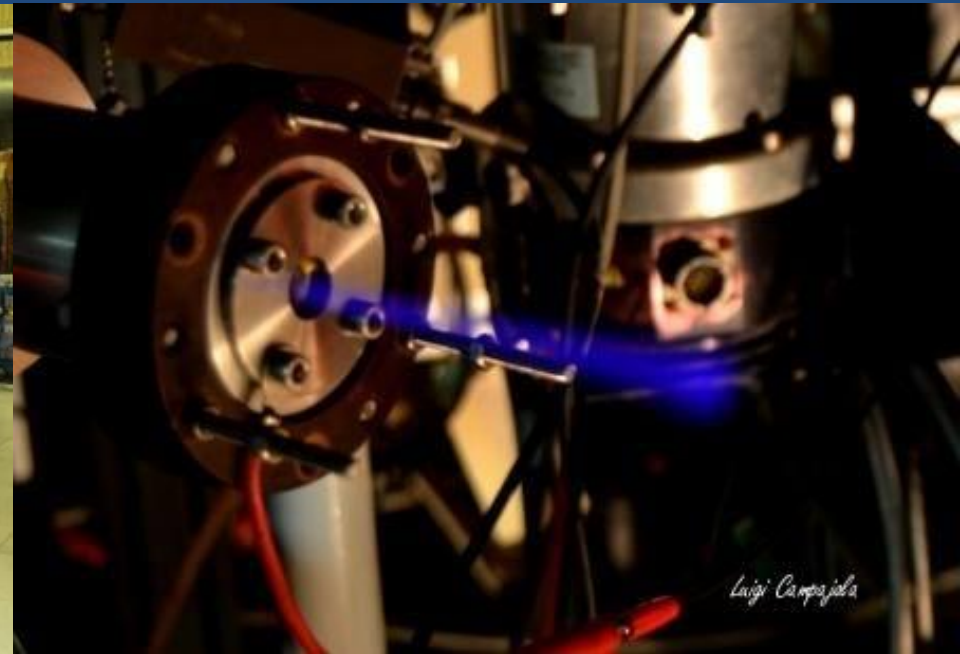


Didattica della Fisica nell'ambito del corso di Laboratorio di Fisica (LM) svolto presso l'acceleratore TTT-3MV

"Verifica del principio di equivalenza $E=mc^2$ "



TTT-3MV Na: fasci stabili (MeV) di H, He, Li, Be, B, C, N, O fino alla massa 27 (Al)

- **Attività di ricerca multidisciplinari: fisica nucleare fondamentale e applicata, fisica medica, dosimetria, biofisica, astrofisica, impiantazione ionica, semiconduttori, test di rivelatori, applicazioni industriali, RH**
- **Didattica della fisica: Elettromagnetismo, meccanica classica, fisica moderna (relatività ristretta, meccanica quantistica)**

Introduzione

Il presente lavoro prende spunto da una esperienza didattica effettuata durante il corso di Laboratorio di Fisica del primo anno della LM in Fisica. L'attività è stata svolta presso il Laboratorio dell'Acceleratore del Dipartimento di Fisica Ettore Pancini. L'obiettivo principale è la dimostrazione sperimentale del principio di equivalenza massa-energia. A tal è stato realizzato un esperimento di Fisica Nucleare nel quale un fascio di protoni, opportunamente accelerato, colpisce un bersaglio di fluoruro di bario. In un tale esperimento avvengono processi fisici in cui la natura dei reagenti (protoni e fluoro) viene completamente modificata, osservando il rilascio di energia, sotto forma di energia cinetica dei prodotti di reazione, maggiore dell'energia iniziale. Questi processi sono chiamati trasmutazioni o reazioni nucleari e sono caratterizzati dalla modifica degli elementi che costituiscono i reagenti in quelli dei prodotti. La reazione studiata è la seguente: $p + {}^{19}\text{F} \rightarrow 4\text{He} + {}^{16}\text{O}$, nella quale i protoni energetici che interagiscono con atomi di fluoro provocano la trasmutazione del fluoro in ossigeno e l'emissione di una particella α (nucleo di 4He) di energia maggiore di quella incidente. L'eccesso di energia generato da una tale reazione nucleare può essere spiegato solo considerando che, essendo cambiata la massa dei prodotti di reazione rispetto a quella dei reagenti, una parte della massa di questi ultimi si trasforma in energia in accordo con la formula di Einstein di equivalenza tra massa e energia: $E = mc^2$.

Dalla realizzazione sperimentale di una tale esperienza di Fisica Nucleare si evince il valore didattico dell'acceleratore Tandem TTT—3MV. Al fine di verificare il principio di equivalenza, vengono affrontate diverse tematiche della fisica fondamentale come le leggi di conservazione, i modelli atomici e i principi di base della meccanica classica, relativistica e quantistica, nonché l'importanza del concetto di modello fisico e dei suoi limiti di applicabilità. Dallo studio degli spettri energetici ottenuti è possibile apprezzare anche l'utilizzo dell'acceleratore come strumento di ricerca avanzata nel campo applicativo dell'analisi composizionale di materiali incogniti mediante tecnica RBS (Rutherford backscattering) e nel campo di ricerca della Fisica Nucleare fondamentale con lo studio dei livelli energetici del nucleo (spettroscopia nucleare).

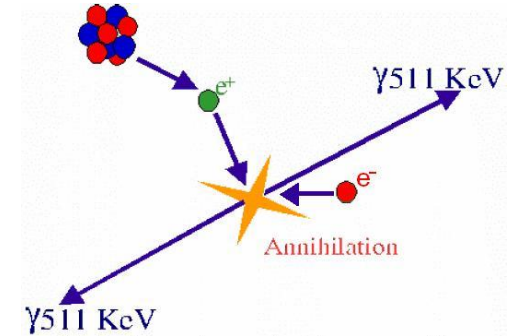
Studio e realizzazione sperimentale di una reazione nucleare – Motivazioni didattiche

- Verifica sperimentale del principio di equivalenza massa-energia
- Reazioni nucleari: sezione d'urto, Q-valore ...
- Significato del Q-valore: reazioni esoenergetiche ed endoenergetiche
- Verifica delle leggi di conservazione (energia, impulso, momento angolare)
- Verifica del modello di Rutherford
- Utilizzo della fisica nucleare per analisi composizionale
- Nucleo composto
- Spettroscopia nucleare
- Confronto tra formule classiche e formule relativistiche
- Meccanica quantistica

Verifica sperimentale del principio di equivalenza massa-energia $E=mc^2$



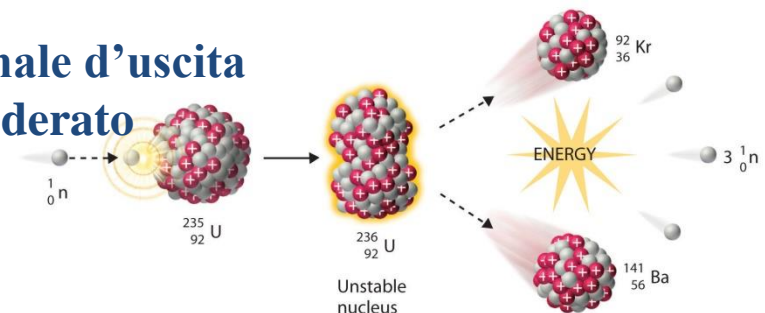
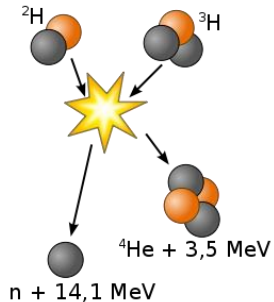
PHYSICS CASE



- TRASMUTAZIONI NUCLEARI
- PRODUZIONE DI COPPIE/ANNICILAZIONE
- FUSIONE
- FISSIONE

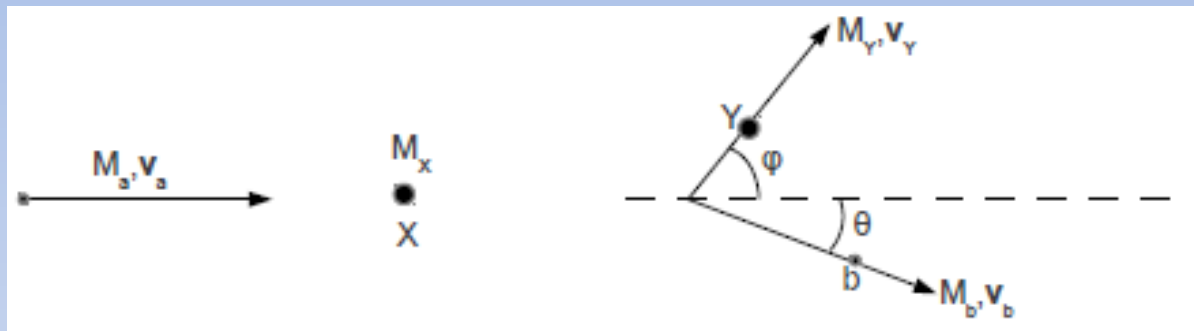
...

Produzione di energia nel canale d'uscita del processo fisico considerato



$E=mc^2$

Reazioni nucleari e leggi di conservazione



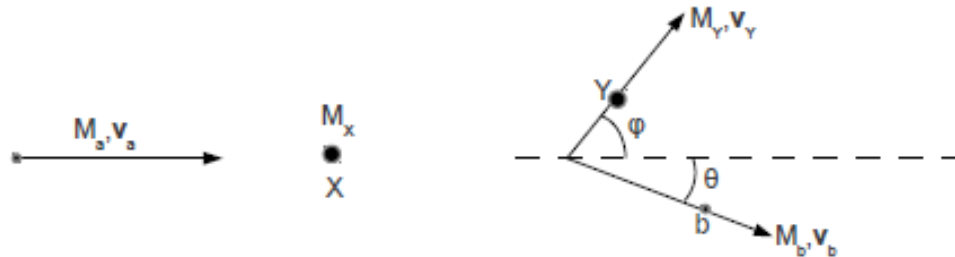
Diffusione elastica se $b=a$ e $Y=X$

Diffusione anelastica \rightarrow Reazioni o trasmutazioni nucleari

Leggi di conservazione

- Energia
- Quantità di moto
- Momento angolare

Q value equation



- **ENERGIA** $M_a c^2 + T_a + M_X c^2 = M_b c^2 + T_b + M_Y c^2 + T_Y$

- **Q. MOTO**
 - x: $M_a v_a = M_Y v_y \cos \varphi + M_b v_b \cos \theta$ 1)
 - y: $0 = M_Y v_y \sin \varphi - M_b v_b \sin \theta$ 2)

$$Q = T_b \left(1 + \frac{M_b}{M_Y} \right) - T_a \left(1 - \frac{M_a}{M_Y} \right) - \frac{2}{M_Y} \sqrt{M_a T_a M_b T_b} \cos \theta$$

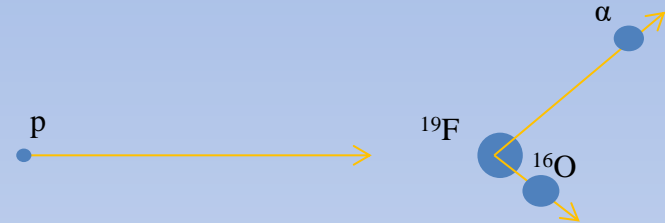
L'equazione del Q valore si ottiene dalla legge di conservazione della quantità di moto tramite i seguenti passaggi algebrici:

- Si sostituisce $Mv = \sqrt{2MT}$ nella 1) e nella 2) per ogni particella
- Si quadrano e si sommano le equazioni ottenute con la sostituzione di cui al punto a)
- Si sostituisce T_Y con la sua espressione in funzione del Q valore ($Q = T_b + T_Y + T_a$) nell'equazione ottenuta al punto b)

Disegno dell'esperimento

Scelta del fenomeno fisico da riprodurre sperimentalmente
Calcolo di parametri operativi

- **Reazione nucleare esoenergetica:**



- **Difetto di massa:**

$$\Delta m = (m_p + m_{19\text{F}}) - (m_\alpha + m_{16\text{O}}) \approx 0.014 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

- $E = \Delta mc^2 = Q = 8.11 \text{ MeV}$ \Rightarrow Q value equation \rightarrow 3 incognite: T_α , T_p e θ

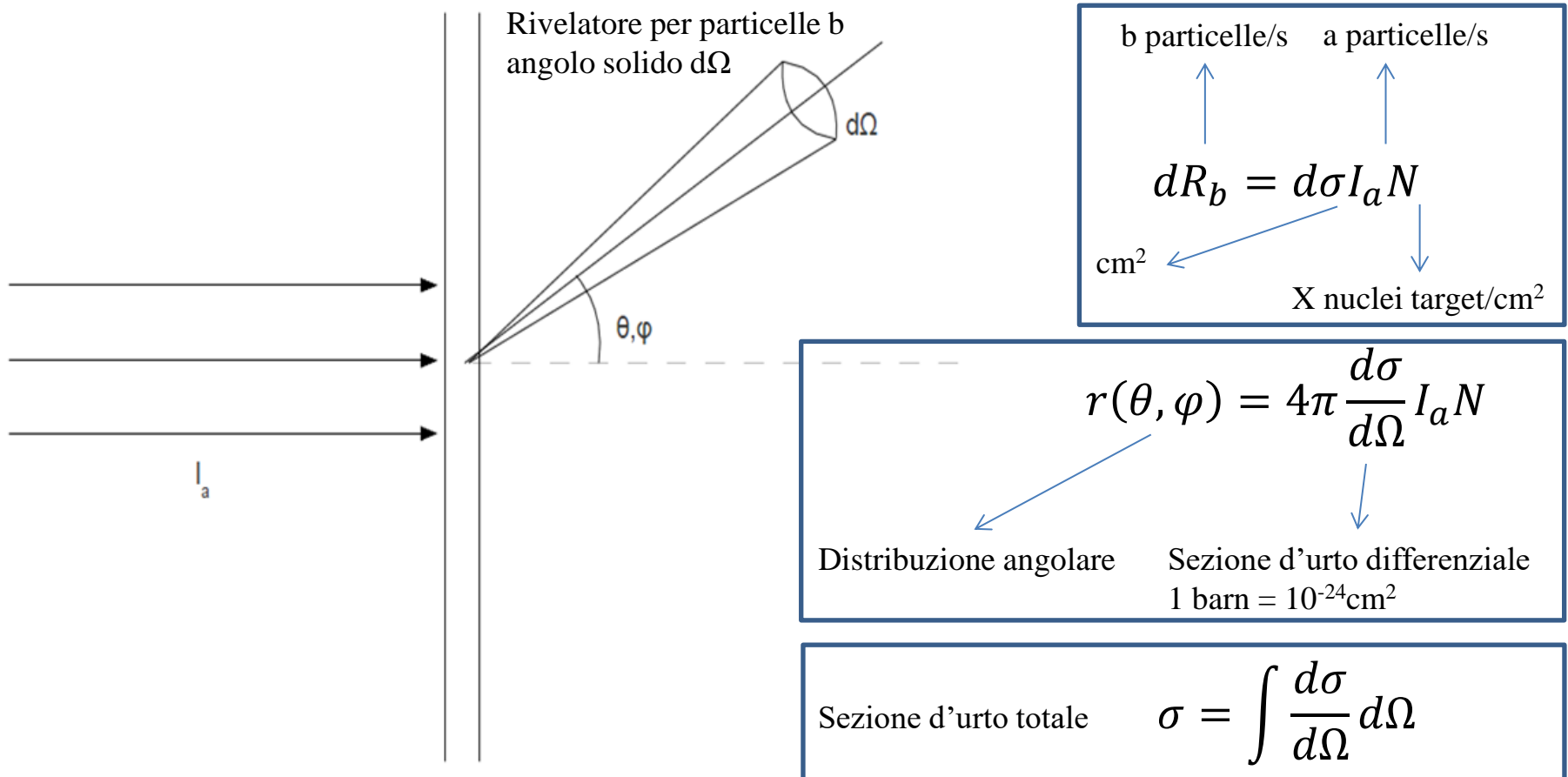
$$Q = T_\alpha \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{16\text{O}}} \right) - T_p \left(1 - \frac{M_p}{M_{16\text{O}}} \right) - \frac{2}{M_{16\text{O}}} \sqrt{M_p T_p M_\alpha T_\alpha} \cos \theta$$

$$\begin{array}{l} T_p = 1.35 \text{ MeV} \\ \theta = 150^\circ \end{array}$$



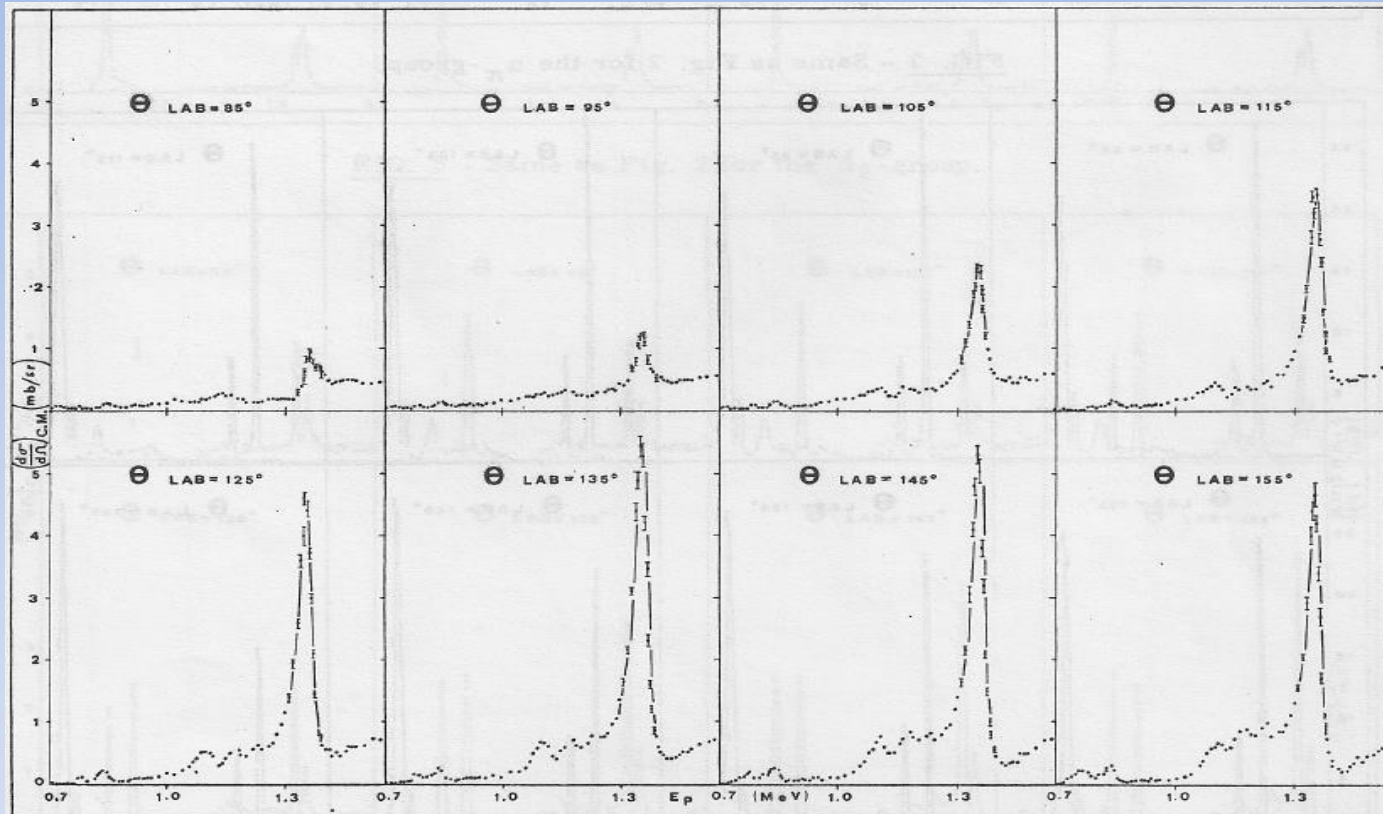
$$T_\alpha = 6.96 \text{ MeV}$$

Sezione d'urto σ



La sezione d'urto esprime la probabilità che un determinato processo d'interazione abbia luogo eg. Sezione d'urto di diffusione elastica, di reazione, di fusione, di fissione, di decadimento ...

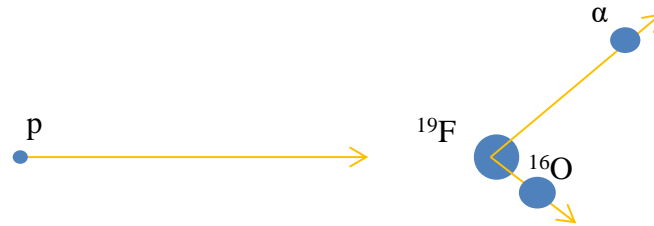
Funzione d'eccitazione misurata della reazione $^{19}\text{F}(p,\alpha)^{16}\text{O}$



In figura è riportata la funzione d'eccitazione (sezione d'urto in funzione dell'energia) della reazione $p + ^{19}\text{F} \rightarrow \alpha + ^{16}\text{O}$ per otto angoli (nel S.L.) differenti

Strumenti necessari per la realizzazione dell'esperimento

- Reazione $^{19}\text{F}(p,\alpha)^{16}\text{O}$
- $E_p = 1.35 \text{ MeV}$
- $\theta = 150^\circ$



Di cosa abbiamo bisogno ?

- Acceleratore di protoni
- Targhetta contenente atomi di fluoro
- Rivelatori di particelle
- Elettronica



Descrizione sintetica degli strumenti necessari per l'esperimento

Acceleratore

Mediante l'acceleratore Tandem TTT-3MV è possibile ottenere fasci di protoni stabili di energia nell'intervallo 1-6 MeV con risoluzione energetica di pochi keV. Lo schema degli elementi di base del Tandem è rappresentato nella slide 13. I protoni provenienti dalla sorgente vengono opportunamente accelerati e guidati tramite campi elettrici e magnetici fino alle aree sperimentali. Il canale utilizzato per questo lavoro termina con una camera di diffusione nella quale vengono posizionati i rivelatori e il bersaglio di BaF2.

Osservazione: Il fluoro è gassoso per cui viene utilizzato un bersaglio di materiale solido come il BaF2 contenente atomi di fluoro

Rivelatore

Per questo lavoro è stato utilizzato un rivelatore al silicio. Esso è una giunzione p-n polarizzata inversamente. Quando una particella entra in contatto con la regione di svuotamento del rivelatore rilascia la propria carica, ionizzando (ossia creando coppie elettrone-ione positivo) gli atomi di silicio. La carica viene accelerata dal campo elettrico esistente nella regione di svuotamento e diretta verso gli elettrodi di raccolta. Il numero di coppie elettrone-ione creato nel rivelatore è proporzionale all'energia delle particelle incidenti.

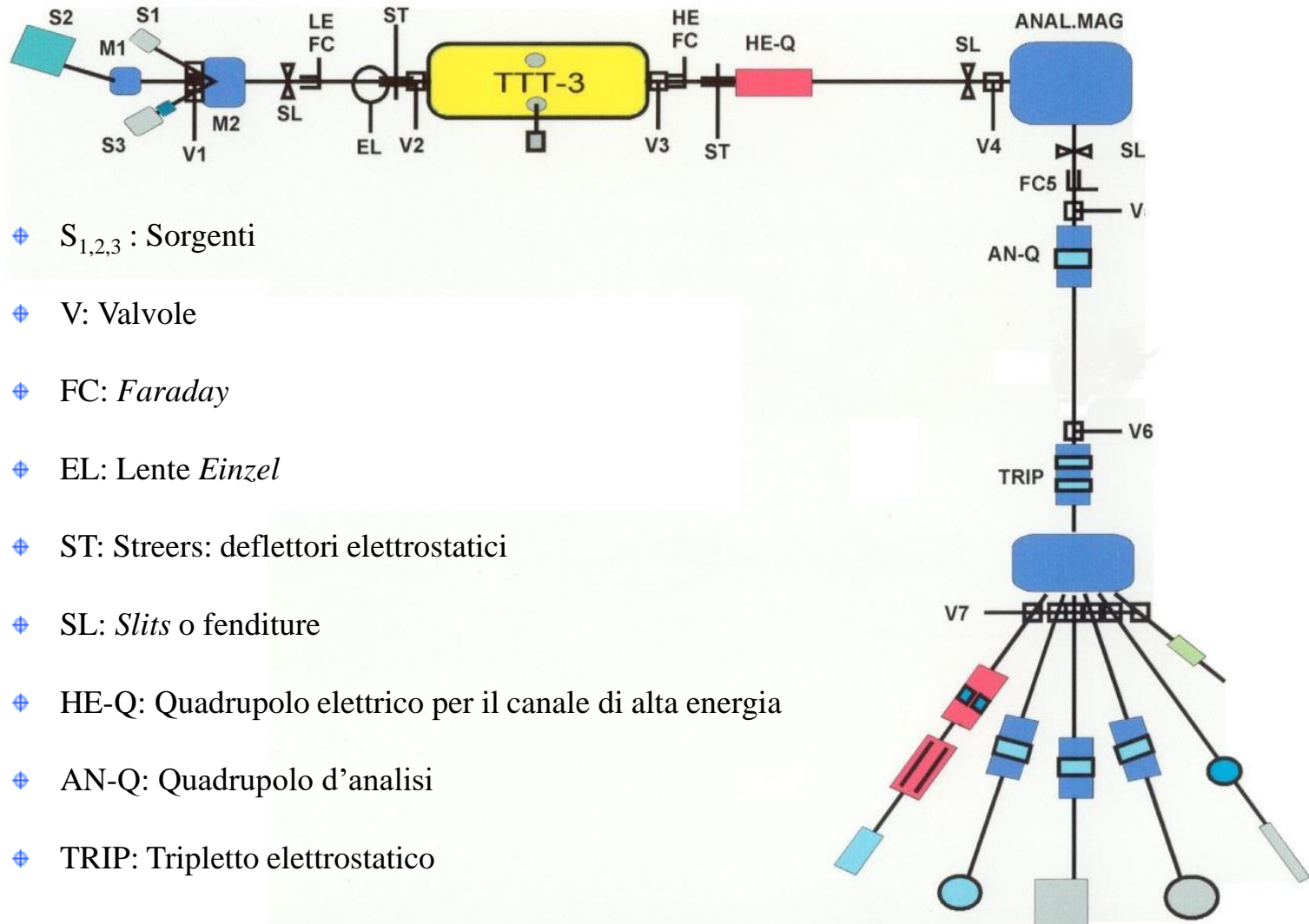
Elettronica di front-end

Il segnale proveniente dal rivelatore (~mV) contiene informazioni fisiche dell'evento: energia e tempo di raccolta della carica. Esso viene formato e amplificato mediante un preamplificatore e un amplificatore. Il segnale proveniente dall'amplificatore viene inviato a un analizzatore multicanale MCA. Quest'ultimo analizza il flusso di impulsi in tensione proveniente dall'amplificatore e li ordina in uno spettro del numero di eventi in funzione dell'altezza dell'impulso. Infine si osserva allo schermo di un computer lo spettro prodotto dal multicanale. Ad ogni canale è possibile associare un'energia tramite la calibrazione

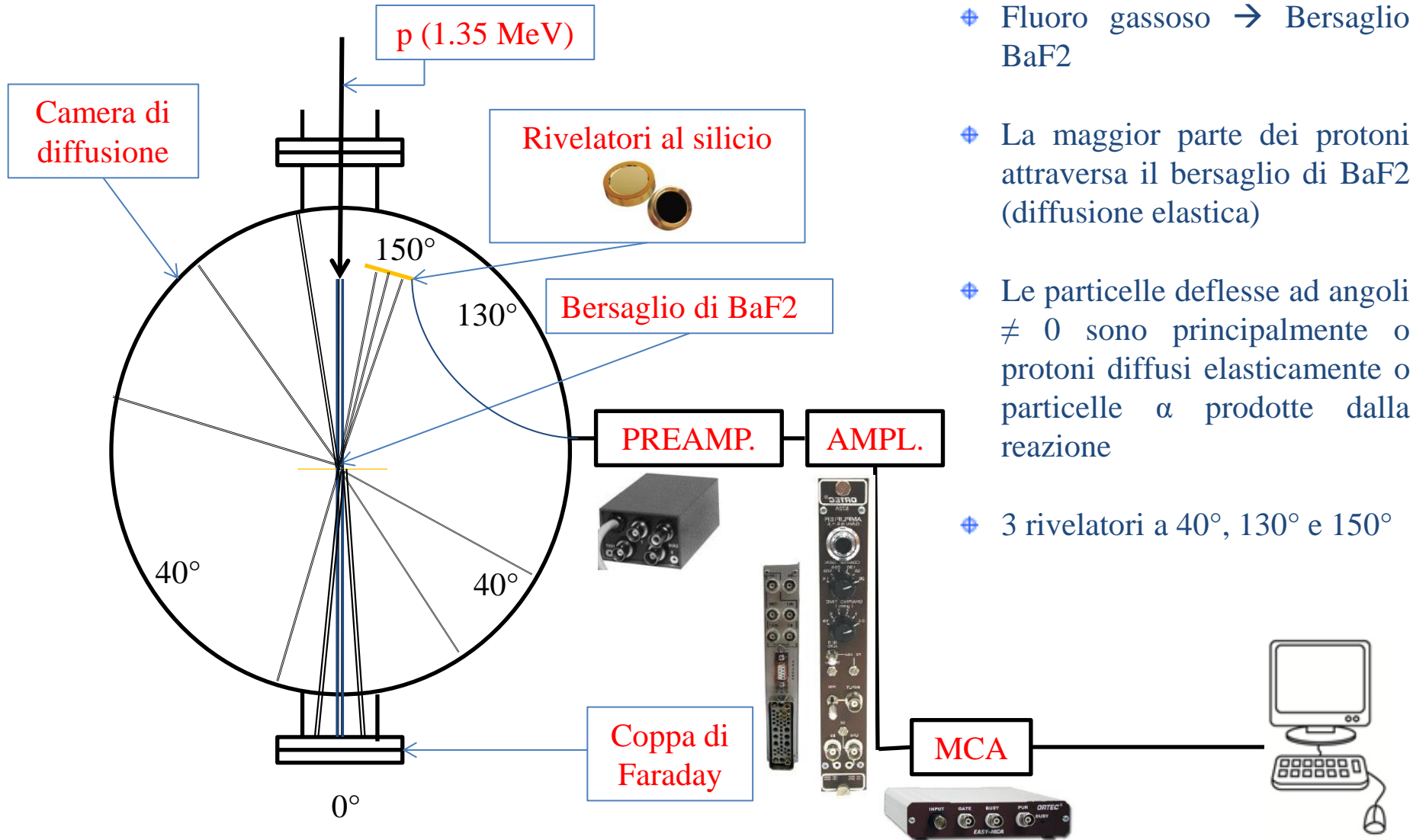
Setup sperimentale

All'interno della camera di diffusione (di cui una rappresentazione schematica nella slide pag. 14) sono stati posizionati tre rivelatori agli angoli 150°, 130° e 40°. Ogni rivelatore è collegato ad un preamplificatore, connessi all'amplificatore e al MCA.

Tandem TTT-3MV

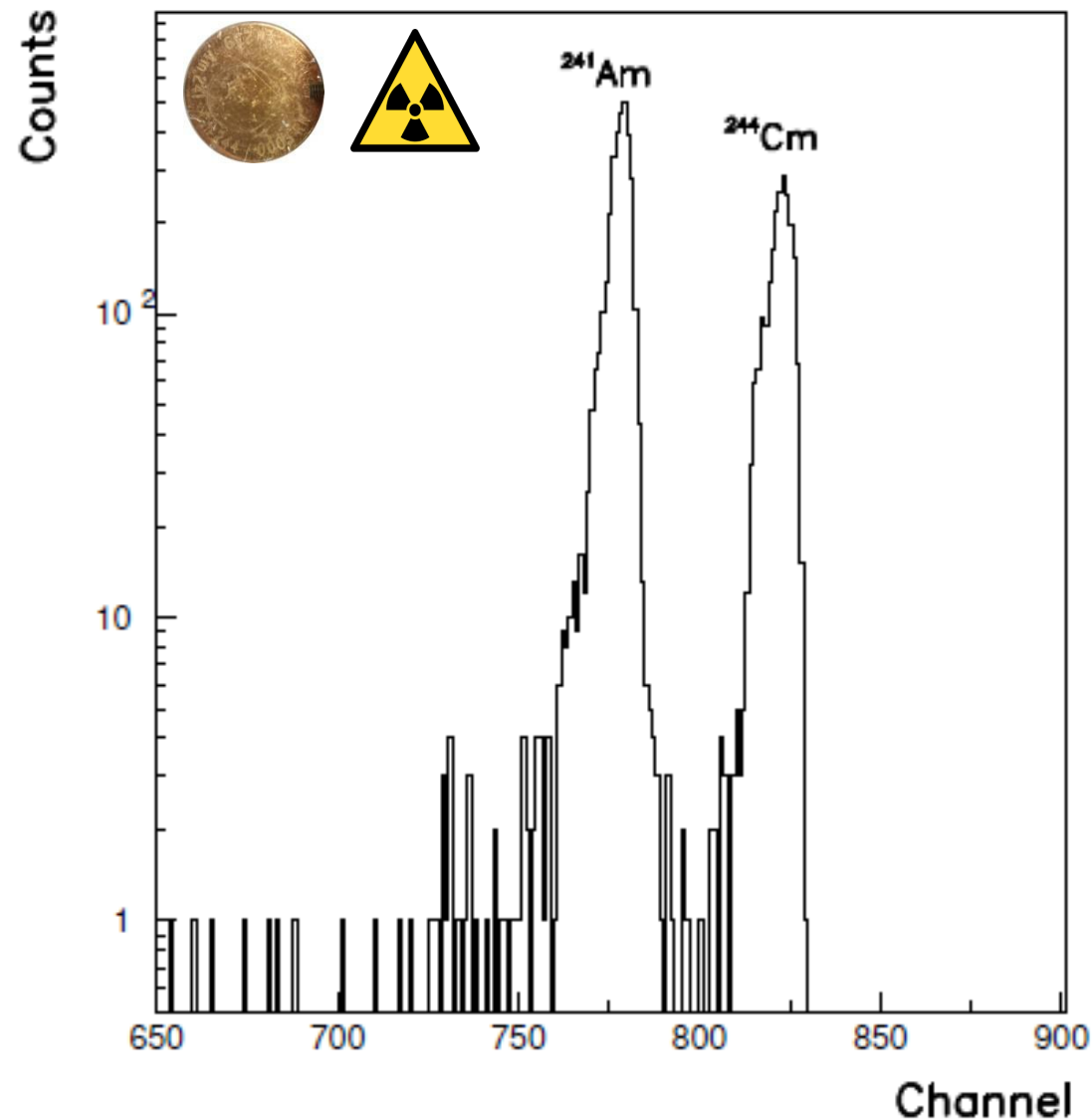


Setup sperimentale



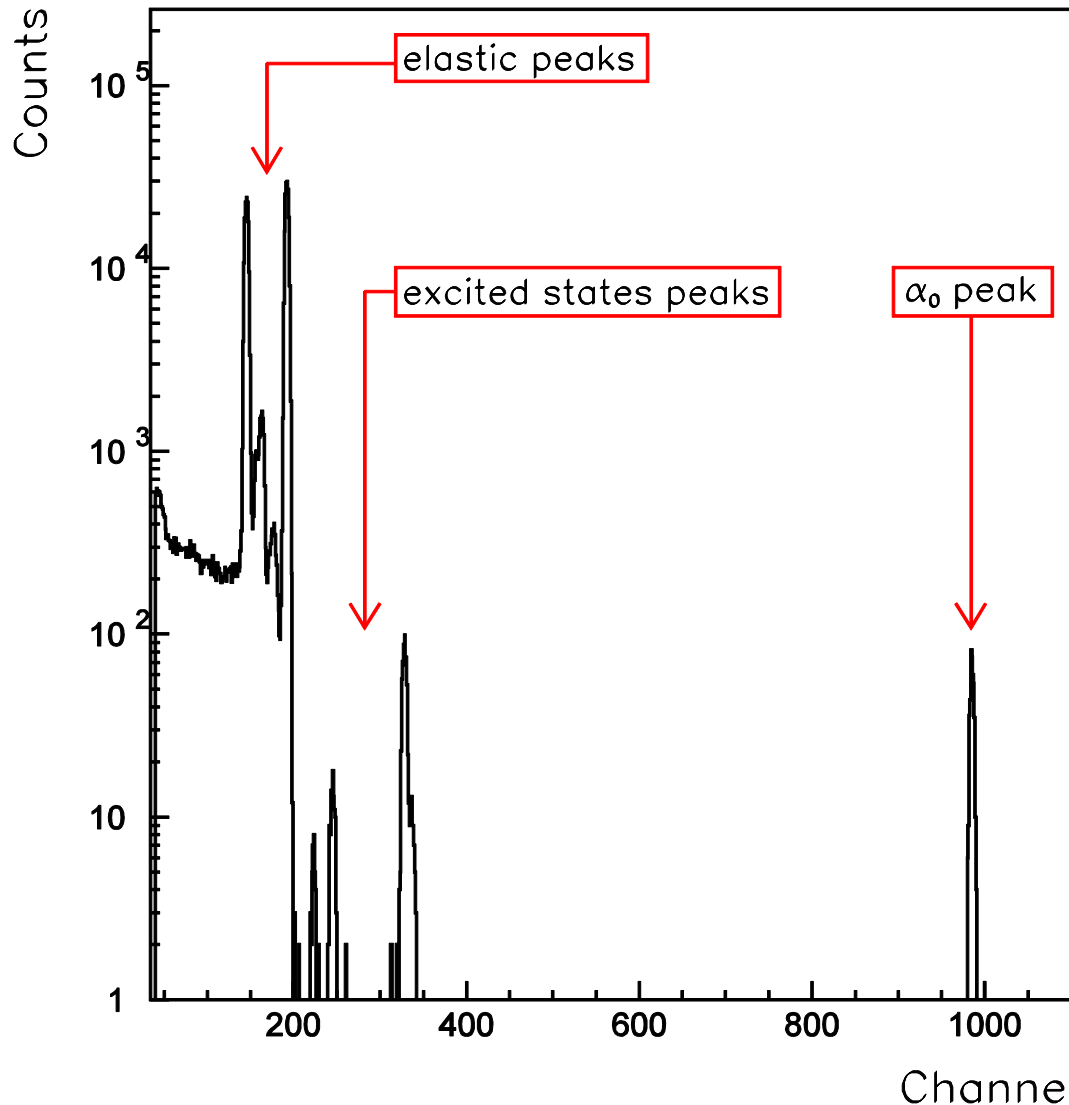
- ✦ Fluoro gassoso \rightarrow Bersaglio BaF2
- ✦ La maggior parte dei protoni attraversa il bersaglio di BaF2 (diffusione elastica)
- ✦ Le particelle deflesse ad angoli $\neq 0$ sono principalmente o protoni diffusi elasticamente o particelle α prodotte dalla reazione
- ✦ 3 rivelatori a 40° , 130° e 150°

Calibrazione dei rivelatori al silicio mediante sorgente radioattiva α -emettitore



- L'MCA istogramma gli impulsi di tensione in 4096 canali
- E' necessario associare ad ogni canale un'energia
- **CALIBRAZIONE RIVELATORE**
- Una sorgente radioattiva α emette particelle ad energie fisse
- Il breve tempo d'acquisizione (in questo caso) ha reso possibile individuare i due picchi **5.485 MeV e 5.804 MeV**
- Retta di calibrazione con 2 punti...
- **DIFFUSIONE ELASTICA**

Spettro in canali proveniente dal rivelatore posizionato a $\theta = 150^\circ$

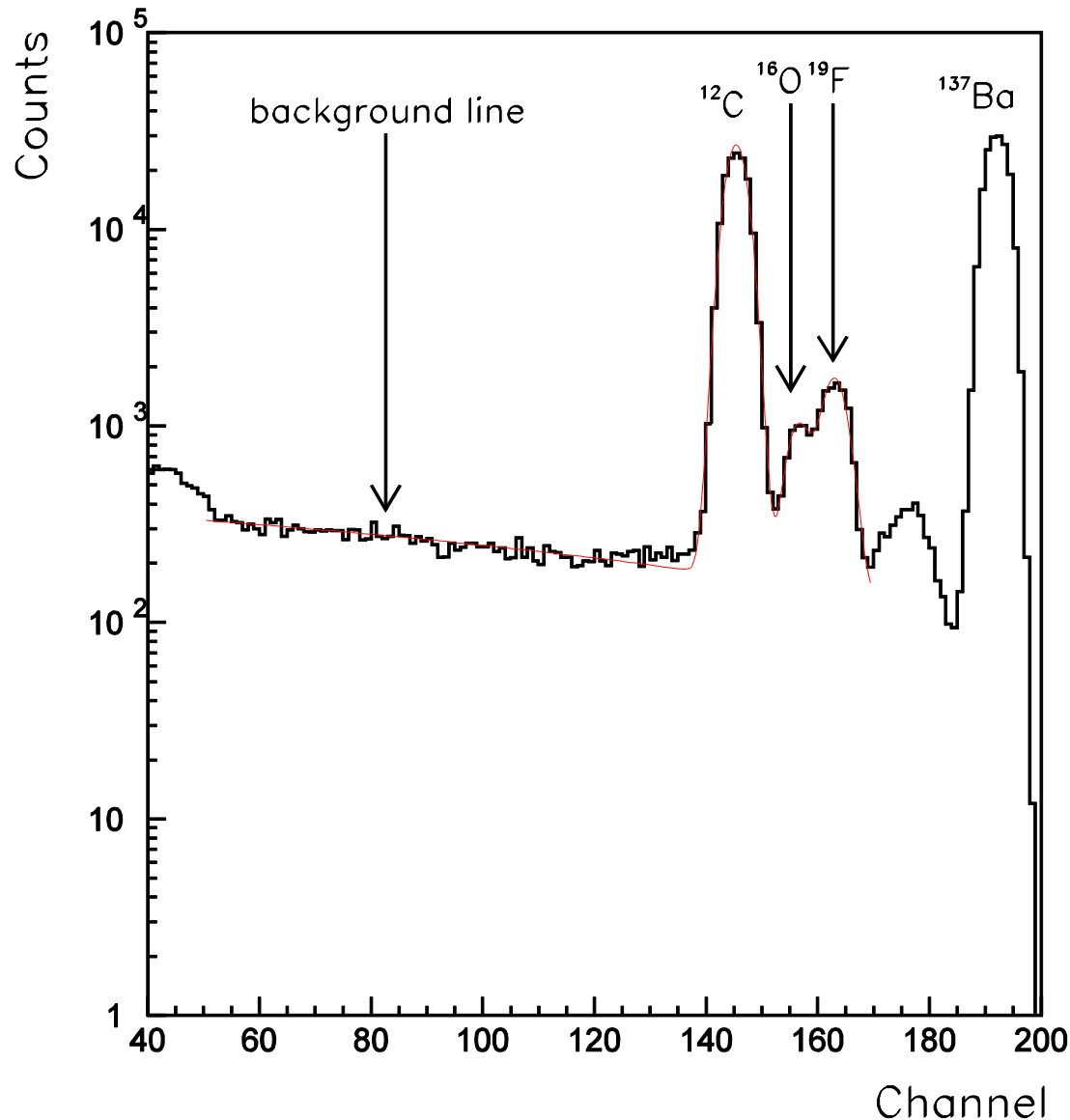


- Diffusione elastica del protone su ^{12}C , ^{16}O , ^{19}F , ^{137}Ba
- Stati eccitati dell' ^{16}O ($\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1, \alpha_\pi$)
- Picco $\alpha_0 \rightarrow E_{\alpha_0} = 6.96\text{MeV}$?

Cosa posso fare con una reazione nucleare ?

- Analisi elementare: RBS
- Spettroscopia nucleare
- Modelli atomici
- Meccanica quantistica
- ...

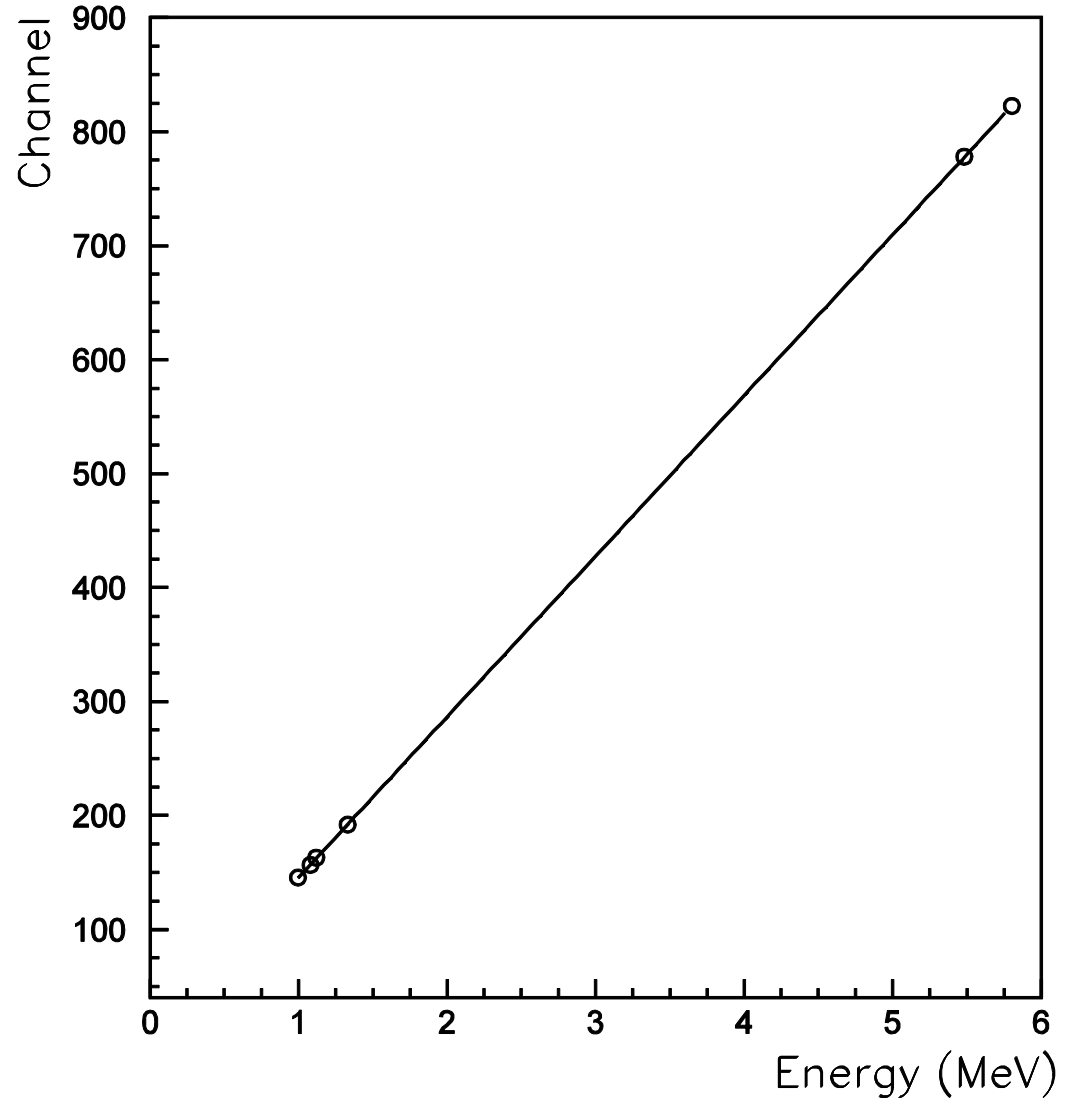
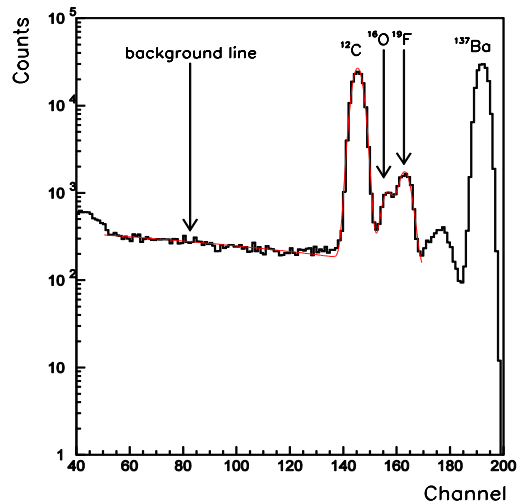
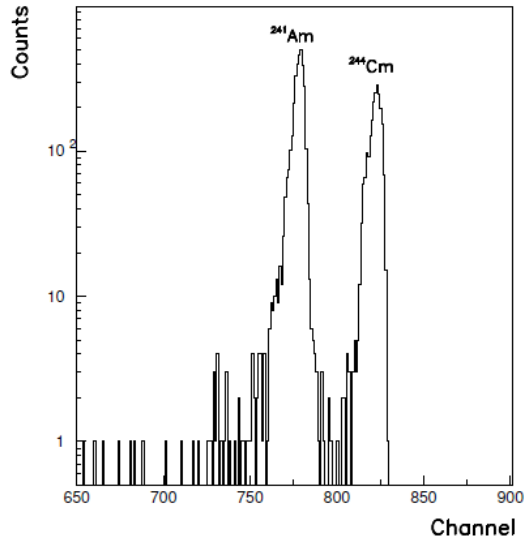
Diffusione elastica su elementi della targhetta zoom dello spettro precedente



- La cinematica fissa le energie delle particelle (retro)diffuse
- E' possibile utilizzare questi valori per calibrare il rivelatore
- L'RBS permette di effettuare analisi elementare di campioni di composizione incognita
- Modelli atomici, modello di Rutherford, l'osservazione di particelle retro-diffuse è incompatibile con il modello dell'atomo di Thomson

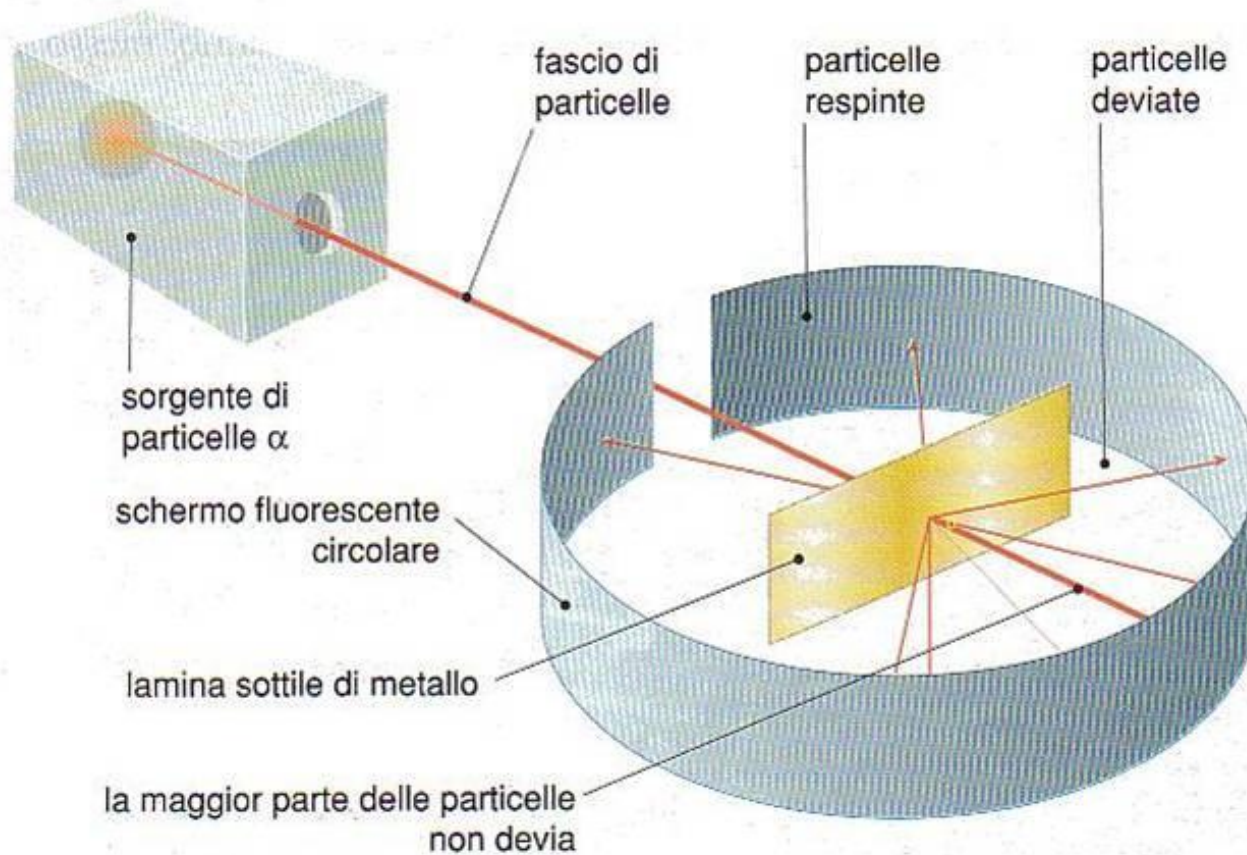
Calibrazione dei rivelatori

2 picchi sorgente α , 4 relativi ai picchi elastici per $\theta = 150^\circ$

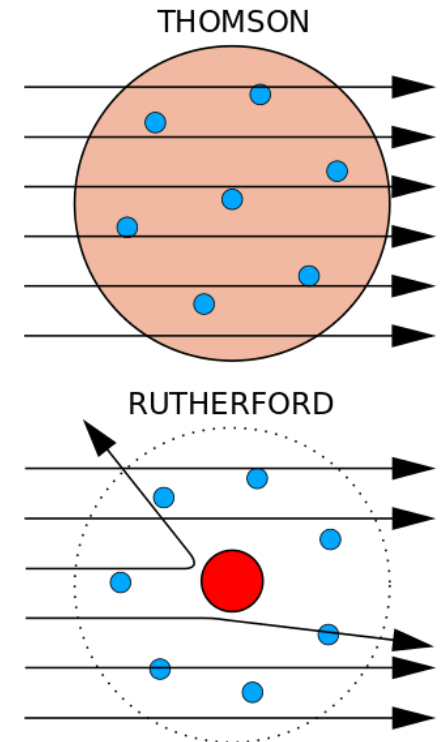


Modello atomico di Rutherford

Esperimento di Geiger e Marsden 1909



Modelli atomici



Verifica sperimentale della sezione d'urto

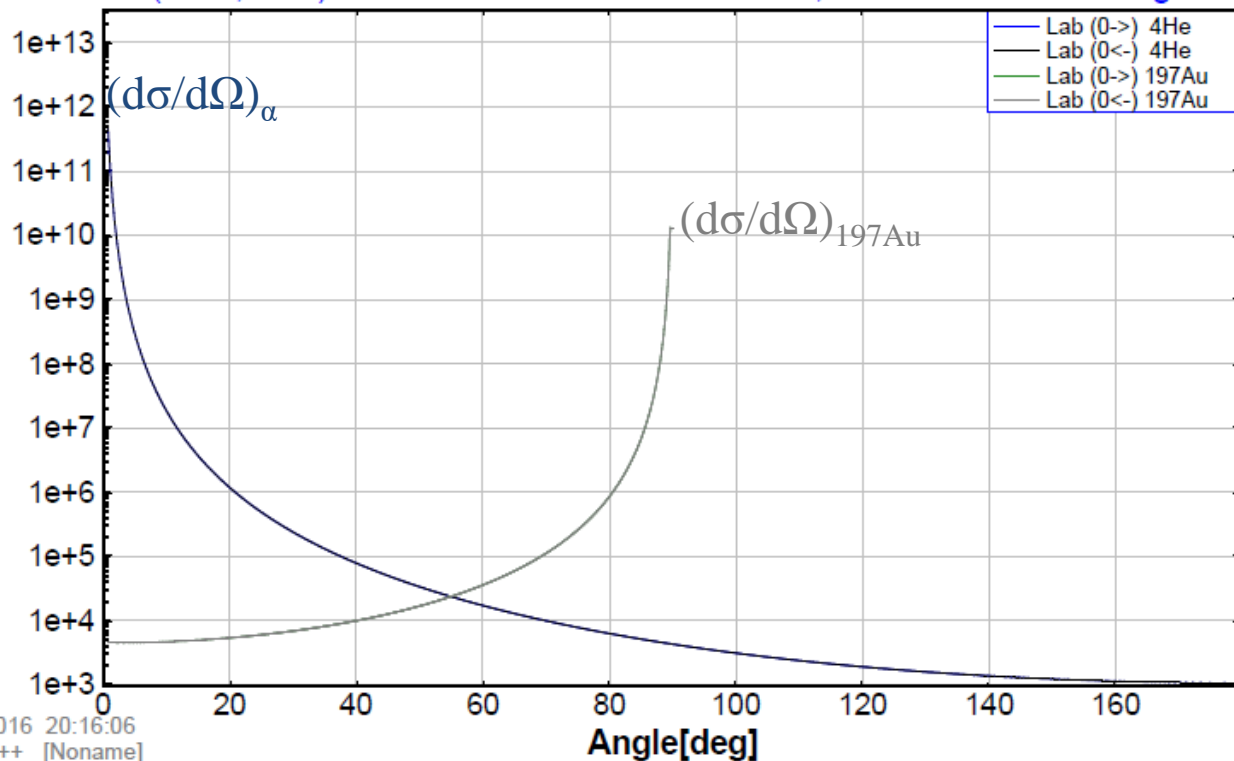
Rutherford
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{zZe^2}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

Rutherford scattering



Projectile Energy at the reaction place: 1.37 MeV/u

197Au(4He, 4He)197Au Q reaction : 0.00 MeV; Use Mott's scattering =No

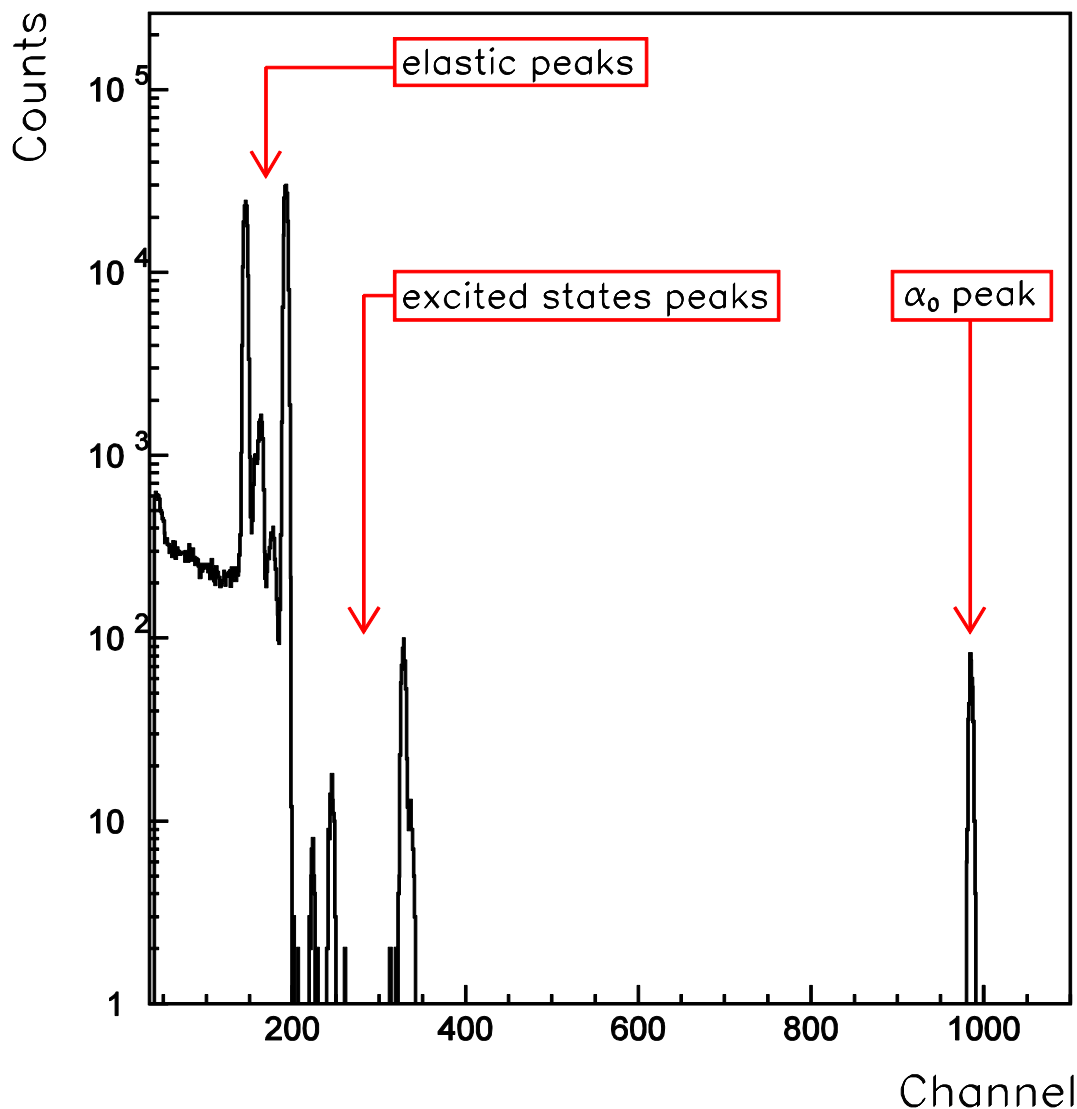


Sorgente α , camera di diffusione con una pompa da vuoto rotativa, rivelatore ed elettronica ...



Verifica sperimentale di $E=mc^2$

Spettroscopia nucleare \rightarrow Meccanica quantistica

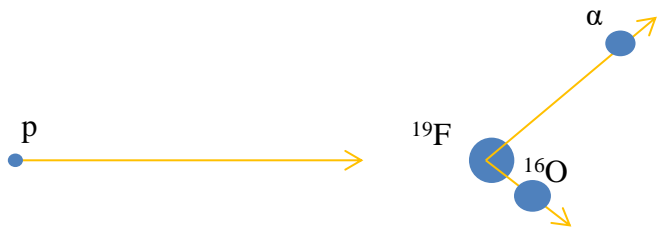


- Spettro di emissione a $\theta = 150^\circ$
- Gruppo dei picchi elastici a basse energie

E_{α_0} (MeV)	Q-valore (MeV)
6.97 ± 0.03	8.08 ± 0.12

- Gruppo dei picchi relativi a stati eccitati dell' ^{16}O
- MECCANICA QUANTISTICA

Spettroscopia nucleare → Meccanica quantistica



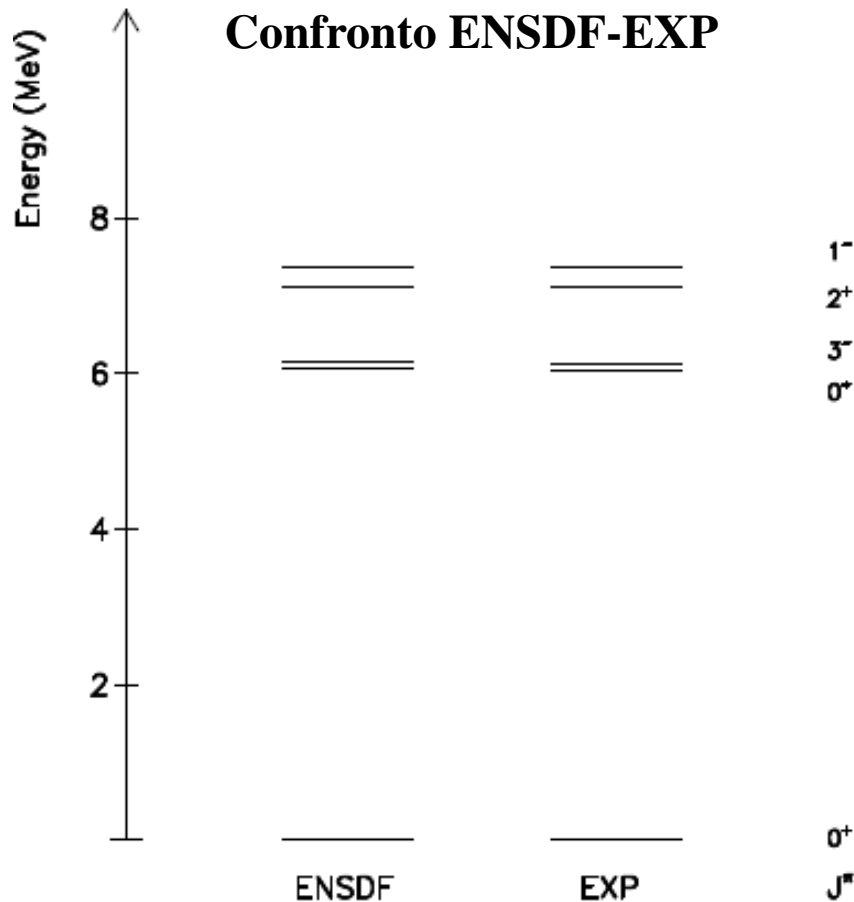
La particella α di 6.96 MeV viene emessa quando sussistono due condizioni:

- Avviene la reazione
- L' ^{16}O viene lasciato nel suo stato fondamentale

Lo spettro mostra anche altri picchi tra l' α_0 e il gruppo elastico, che sono relativi a particelle α che lasciano il nucleo residuo in stati eccitati



Struttura discreta dei livelli nucleari



	E_{α_π} (MeV)	E_{α_1} (MeV)	E_{α_2} (MeV)	E_{α_3} (MeV)
EXP	2.35 ± 0.02	2.30 ± 0.02	1.71 ± 0.02	1.55 ± 0.02
ENSDF	2.37	2.31	1.72	1.57

Teoria della formazione e decadimento del nucleo composto

- Proiettili leggeri
- Bersagli leggeri
- $E \leq 10 \text{ MeV/A}$



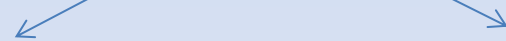
- $p + {}^{19}\text{F} \rightarrow {}^{20}\text{Ne}^* \rightarrow \alpha + {}^{16}\text{O}$
- $E(p) \approx 1.35 \text{ MeV}$



FUSIONE COMPLETA

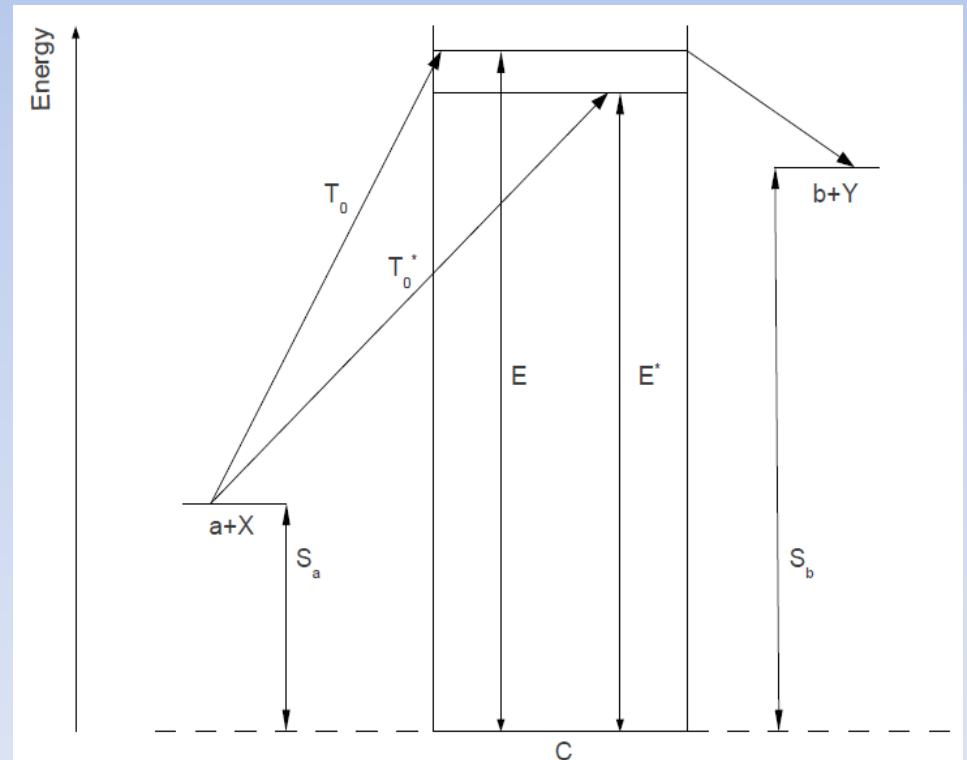


NUCLEO COMPOSTO
($\tau \approx 10^{-16} \text{ s}$)



FISSIONE

EVAPORAZIONE



Formazione e decadimento del nucleo composto caso della reazione (p,a) in esame



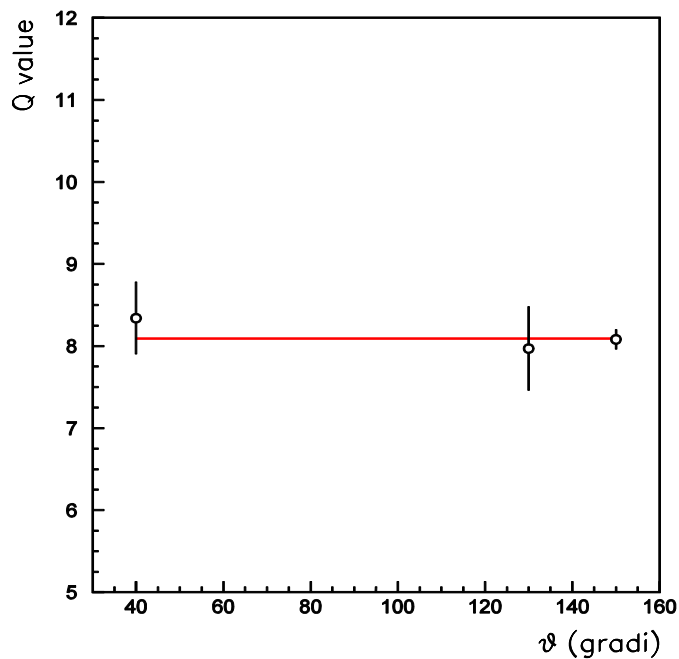
$$E(p) \approx 1.35\text{MeV}$$

- ${}^{19}\text{F}(p, \gamma){}^{20}\text{Ne} \longrightarrow Q > 0$
- ${}^{19}\text{F}(p, \alpha_0){}^{16}\text{O} \longrightarrow Q = 8.11\text{MeV}$
- ${}^{19}\text{F}(p, \alpha_\pi){}^{16}\text{O}^* \longrightarrow Q = 2.06\text{MeV}$
- ${}^{19}\text{F}(p, \alpha_1){}^{16}\text{O}^* \longrightarrow Q = 1.98\text{MeV}$
- ${}^{19}\text{F}(p, \alpha_2){}^{16}\text{O}^* \longrightarrow Q = 1.20\text{MeV}$
- ${}^{19}\text{F}(p, \alpha_3){}^{16}\text{O}^* \longrightarrow Q = 1.00\text{MeV}$

- ${}^{19}\text{F}(p, p_0){}^{19}\text{F} \longrightarrow Q = 0$
- ${}^{19}\text{F}(p, p_1){}^{19}\text{F} \longrightarrow Q < 0$

Indipendenza del Q valore dall'angolo

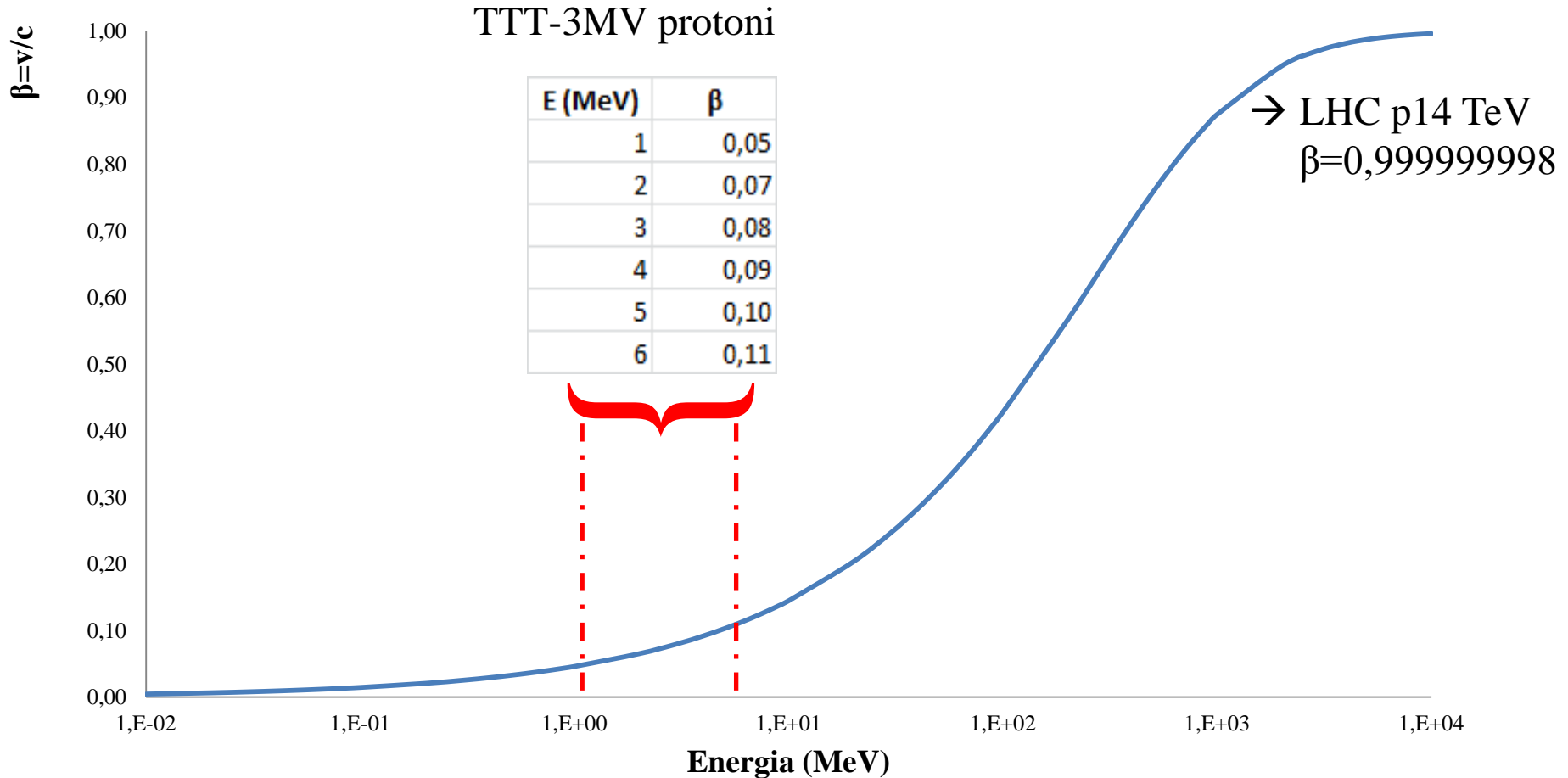
Confronto formule classiche e quantistiche



- Errori % maggiori per gli angoli $\theta = 40^\circ, 130^\circ$
- Calcolo del Q-valore (espressione relativistica)
- Differenza $\Delta \sim keV$ (1/1000)

θ ($^\circ$)	40	130	150
Q-valore (MeV)	8.35 ± 0.44	8.35 ± 0.37	8.08 ± 0.11
Errore %	5.3%	4.7%	1.5%
Q^{rel} (MeV)	8.35 ± 0.34	7.97 ± 0.25	8.08 ± 0.10
$\Delta = Q^{rel} - Q $ (keV)	1.75	1.84	1.92

Formule classiche in esperimenti di Fisica Nucleare delle basse energie ($E_p \approx \text{MeV}$)



Conclusioni

Studio della reazione $^{19}\text{F}(p,a)^{16}\text{O}$

- Verifica sperimentale del principio di equivalenza massa-energia
- Verifica delle leggi di conservazione (energia, impulso, momento angolare)
- Verifica del modello di Rutherford
- Analisi composizionale
- Spettroscopia nucleare (^{16}O)
- Meccanica quantistica
- Confronto tra formule classiche e formule relativistiche