



Capitolo 2

Misure su segnali modulati

2.1 Introduzione

Le modulazioni sono delle tecniche, che si applicano al segnale da trasmettere a distanza, allo scopo di adattarlo alle caratteristiche del canale di comunicazione, mantenendo invariata la sua informazione.

Si immagini una trasmissione radio, per ipotesi assurda, senza alcuna modulazione, in cui, cioè, la voce umana, trasformata da un microfono in corrente elettrica, venga irradiata via etere da un'antenna e catturata tramite un'altra antenna ricevente, da un secondo utente.

- La banda utile della voce umana non supera i 5 kHz, per cui, senza un'opportuna modulazione, anche la frequenza delle onde elettromagnetiche irradiata via etere sarebbe la stessa, con una serie di inaccettabili conseguenze:
- Le dimensioni delle antenne, cioè $\lambda/4$ o $\lambda/2$ sarebbero, non dico proibitive, ma assolutamente impensabili, visto che alla frequenza di 5 kHz, la lunghezza d'onda corrispondente è di 60 Km e quindi le antenne, per avere una buona efficienza, dovrebbero essere lunghe o 15 Km o 30 Km.
- La potenza necessaria ad alimentare un'antenna di queste dimensioni sarebbe enorme.
- Il trasmettitore risulterebbe pesante e voluminoso.



Da quanto detto se ne deduce l'assoluta necessità della modulazione che, traslando in frequenza il segnale, ed allocando in canali diversi le trasmissioni di utenti diversi, invece, produce esattamente tutti i vantaggi opposti:

- Essendo la frequenza della trasmissione molto elevata, la lunghezza delle antenne diventa umanamente e praticamente possibile, per esempio in FM a 100 MHz, risulta: 75 cm
- Conseguentemente la potenza impiegata diventa molto minore.
- Le dimensioni del trasmettitore diventano minime, basti guardare quelle di un cellulare di oggi.

Chiariti i motivi base che convincono a modulare, vediamo in che cosa consiste la modulazione.

In primo luogo bisogna adattare le caratteristiche dello spettro del segnale da trasmettere in modo che possa transitare bene attraverso il canale.

Dunque deve essere sempre presente il segnale informativo, cioè l'informazione da trasmettere sotto forma di corrente elettrica o di tensione elettrica. Questa prende il nome di *modulante*.

Deve essere però sempre presente anche un altro segnale, detta *portante*, che consentirà la traslazione in frequenza del segnale modulante, per consentirne tutti quei vantaggi della modulazione di cui si è detto.



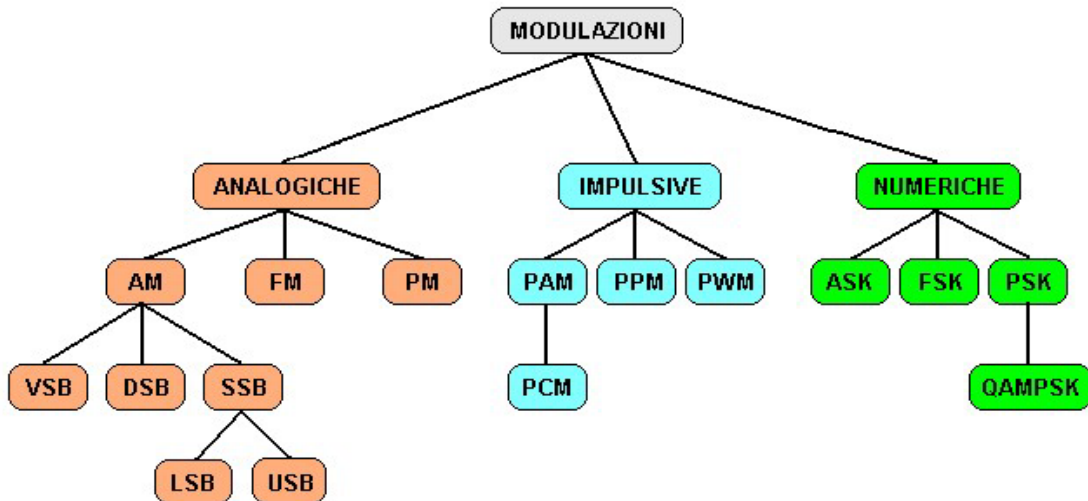
L'operazione di modulazione ha dunque bisogno di un *modulatore*, dispositivo elettronico in grado di traslare in frequenza il segnale mantenendo invariata l'informazione da trasmettere.



In ricezione, naturalmente, avviene il procedimento inverso ed il segnale modulato, che ha attraversato il canale di trasmissione, viene demodulato dal *demodulatore*, rigenerando il segnale modulante originario che contiene l'informazione.

2.2 Classificazioni delle modulazioni

Vista la varietà e la generalità delle operazioni connesse con la modulazione, in quanto l'adattamento, per esempio, del segnale al canale si può intendere e realizzare in modi del tutto diversi a seconda che il segnale sia **analogico o numerico**, e che il canale sia un doppino telefonico, una fibra ottica, o l'etere, che hanno caratteristiche fisiche alquanto differenti, se ne deduce, come conseguenza, che si ha una classificazione delle modulazioni.



2.3 Modulazioni analogiche

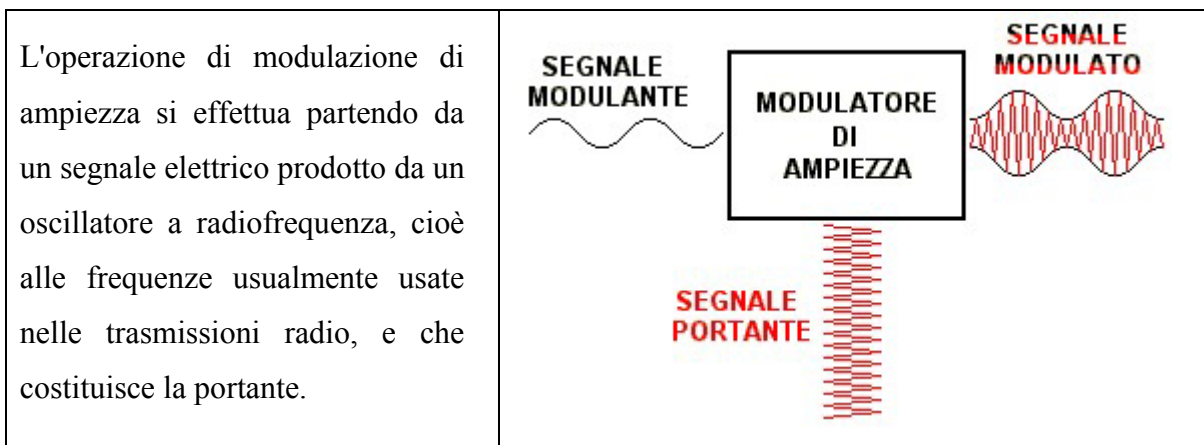
2.3.1 La modulazione di ampiezza

La modulazione di ampiezza è stata la prima modulazione impiegata nelle trasmissioni via etere da Guglielmo Marconi agli inizi del secolo, in quanto la più facile da concepire e da realizzare, sia nella fase di trasmissione che di ricezione, specialmente in quei tempi, quando l'elettronica ancora non disponeva di apparecchiature specifiche.

	
<p>Guglielmo Marconi, in una foto relativa alla sua giovinezza, quando inventò la radio.</p>	<p>La stazione San Filippo, la prima stazione radiotelegrafica trasmittente realizzata da Guglielmo Marconi a Roma.</p>



Modulare in ampiezza vuol dire far variare l'ampiezza di una portante a radiofrequenza secondo l'ampiezza di una modulante a bassa frequenza.

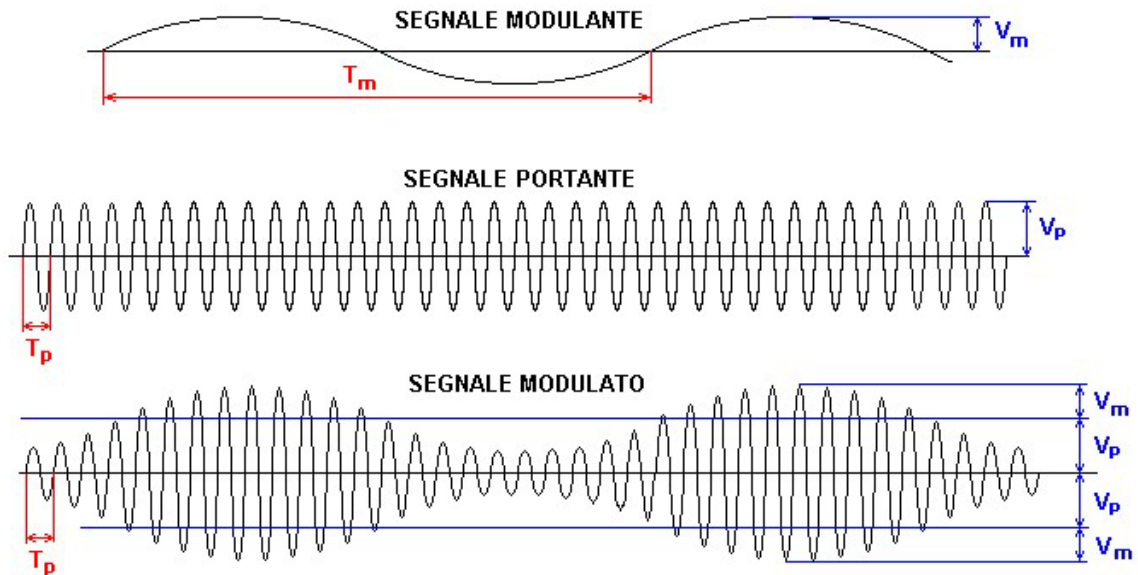


Di questo ci si serve per portare, appunto, a distanza l'informazione racchiusa nel segnale a bassa frequenza detto modulante.

Il segnale portante è costituito da una sinusoide, mentre la modulante è un segnale analogico, che può essere schematizzato, per semplicità di calcolo, in un'altra sinusoide, per effetto del teorema di Fourier per cui un qualsiasi segnale periodico od aperiodico, può sempre considerarsi come la somma di infinite sinusoidi.

Nello schema seguente sono indicati i tre segnali: *modulante*, a bassa frequenza, *portante*, ad alta frequenza, *modulato*, con la frequenza della portante, ma l'ampiezza che varia secondo la modulante.

Sono indicati anche i periodi e le ampiezze dei tre segnali.



Le funzioni matematiche che esprimono questi segnali possono essere scelte come segue:

$$v_m(t) = V_m \cos \omega_m t$$

$$v_p(t) = V_p \cos \omega_p t$$

ricordando che pulsazione, frequenza e periodo sono legate fra loro:

$f_m = \frac{1}{T_m}$	$\omega_m = 2 \cdot \pi \cdot f_m = \frac{2 \cdot \pi}{T_m}$
$f_p = \frac{1}{T_p}$	$\omega_p = 2 \cdot \pi \cdot f_p = \frac{2 \cdot \pi}{T_p}$



e che deve esistere la condizione:

$$f_p \gg f_m$$

Per determinare la formula matematica del segnale modulato in ampiezza, ricordiamo che l'ampiezza del segnale modulato deve variare, partendo dal valore della portante a riposo, secondo la funzione modulante.

$$v_{AM}(t) = (V_p + V_m \cos \omega_m t) \cdot \cos \omega_p t$$

Definiamo a questo punto l'indice di modulazione, o profondità di modulazione, come il rapporto fra l'ampiezza del segnale modulante e l'ampiezza del segnale portante:

$$m = \frac{V_m}{V_p}$$

Risulterà di conseguenza:

$$V_m = mV_p$$

e l'espressione del segnale modulato potrà scriversi come segue:

$$v_{AM}(t) = (V_p + mV_p \cos \omega_m t) \cos \omega_p t = V_p \cos \omega_p t + mV_p \cos \omega_m t \cos \omega_p t$$



Questa espressione, ricordando una delle formule di Werner:

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

si può esprimere come segue:

$$v_{AM}(t) = V_p \cos \omega_p t + \frac{mV_p}{2} \cos(\omega_p - \omega_m)t + \frac{mV_p}{2} \cos(\omega_p + \omega_m)t$$

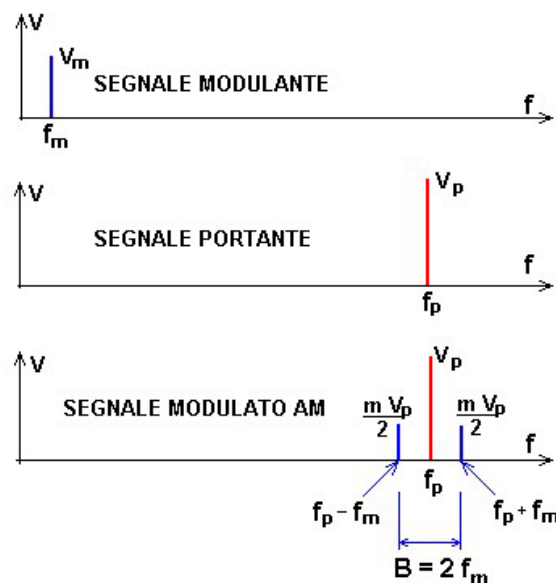
Questa si interpreta come la somma di tre funzioni sinusoidali di cui la prima coincide con la portante a riposo, e le altre due sono due sinusoidi di ampiezza:

$$\frac{mV_p}{2}$$

che come frequenza hanno: una la somma, e una la differenza fra frequenze portante e modulante.

Ne nasce la rappresentazione nel dominio delle frequenze in figura, dove sono rappresentate: il segnale **modulante**, il segnale **portante** e il segnale **modulato** in ampiezza.

Si osservi come l'operazione di modulazione ha dato luogo ad una traslazione in frequenza del segnale modulante f_m della quantità f_p .





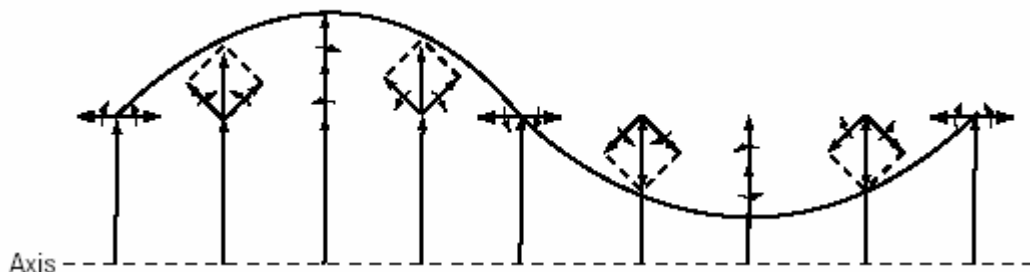
Si osservi la larghezza di banda del segnale modulato che risulta essere il doppio della frequenza f_m modulante, infatti:

$$B = (f_p + f_m) - (f_p - f_m) = 2f_m$$

Per esempio se una portante a 1 MHz è modulata da un segnale sinusoidale a 4,5 kHz, la larghezza di banda richiesta per ricevere e trasmettere l'intero segnale AM è $2 \times 4,5$ kHz = 9 kHz, centrata attorno ad 1 MHz.

Quindi il segnale modulato in ampiezza per una modulazione sinusoidale consiste di 3 componenti ad alta frequenza e di nessuna componente a bassa frequenza.

Dalle 3 componenti ad alta frequenza, *portante*, banda laterale *superiore (USB)*, banda laterale *inferiore (LSB)*, del segnale AM si ricavano quindi utili informazioni sullo spettro di frequenza, sulla larghezza di banda e sulle relazioni di potenza tra le diverse componenti.

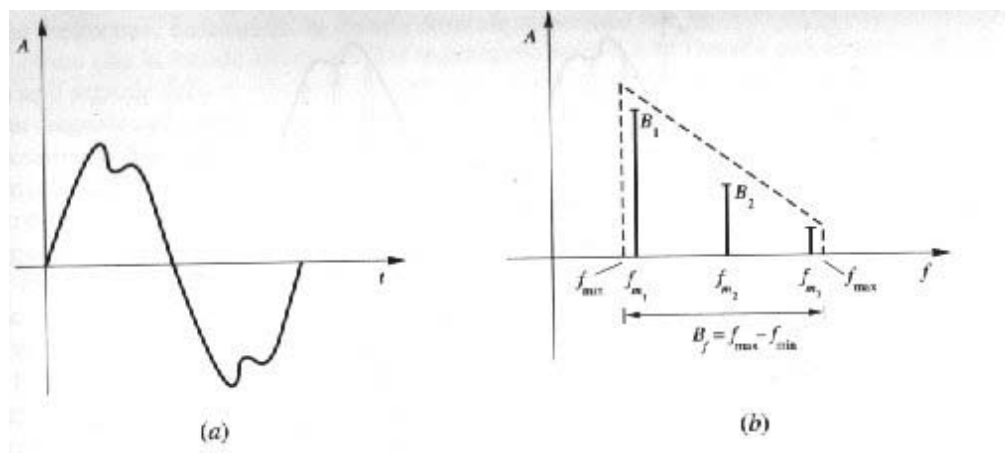


Nel segnale AM le 3 sinusoidi ad altra frequenza a volte si sommano e a volte si sottraggono per produrre le variazioni di ampiezza sinusoidale della portante.



In generale il segnale della modulante non è sinusoidale ma è costituito da diversi componenti di frequenza aventi ampiezze diverse (teorema di Fourier).

Per semplicità consideriamo un segnale costituito solo da 3 componenti spettrali di ampiezza e frequenza diverse comprese tra f_{\min} e f_{\max}



$$V_m = B_1 \cos 2\pi f_{m1} t + B_2 \cos 2\pi f_{m2} t + B_3 \cos 2\pi f_{m3} t$$

Il segnale modulato avrà una ampiezza variabile data dalla somma dell'ampiezza A della portante e quella relativa alla ampiezza delle righe:

$$A + B_1 \cos 2\pi f_{m1} t + B_2 \cos 2\pi f_{m2} t + B_3 \cos 2\pi f_{m3} t$$

La frequenza dello stesso segnale coincide con quello della portante f_p

In definitiva l'espressione del segnale modulato è:

$$V_{AM} = [A + B_1 \cos 2\pi f_{m1} t + B_2 \cos 2\pi f_{m2} t + B_3 \cos 2\pi f_{m3} t] \cos 2\pi f_p t$$



Da tale espressione possiamo ricavare l'indice di modulazione per singola componente:

$$m_1 = \frac{B_1}{A}; m_2 = \frac{B_2}{A}; m_3 = \frac{B_3}{A}$$

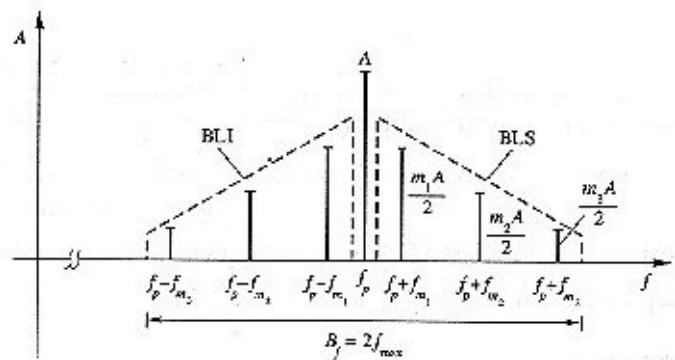
e quindi possiamo ricavare l'indice di modulazione totale:

$$M_{TOT} = \sqrt{\sum m_i^2} = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2}$$

In tale caso il metodo pratico di misura dell'indice di modulazione indicato per le modulanti sinusoidali non è più valido, poiché i valori risultano molto approssimati.

Lo spettro sarà costituito da sei righe disposte simmetricamente rispetto alla riga relativa alla portante.

L'insieme delle componenti a sinistra della portante, caratterizzate dalla differenza di due frequenze, costituisce



la banda laterale inferiore del segnale AM, mentre quello delle componenti disposte a destra della portante, caratterizzate dalla somma di due frequenze, costituisce la banda superiore.

E' ovvio che la banda occupata dal segnale AM (banda passante) risulta più larga se il segnale della modulante presenta uno spettro più ampio.



Se si considera un segnale ad onda quadra esso si può sviluppare in serie di Fourier e lo approssima fino alla settima armonica. Lo spettro di questo segnale, considerando solo le armoniche dispari, sarà costituito da quattro righe e pertanto il segnale modulato sarà costituito da nove righe.

2.3.2 Indice di modulazione ed ampiezza di banda laterale

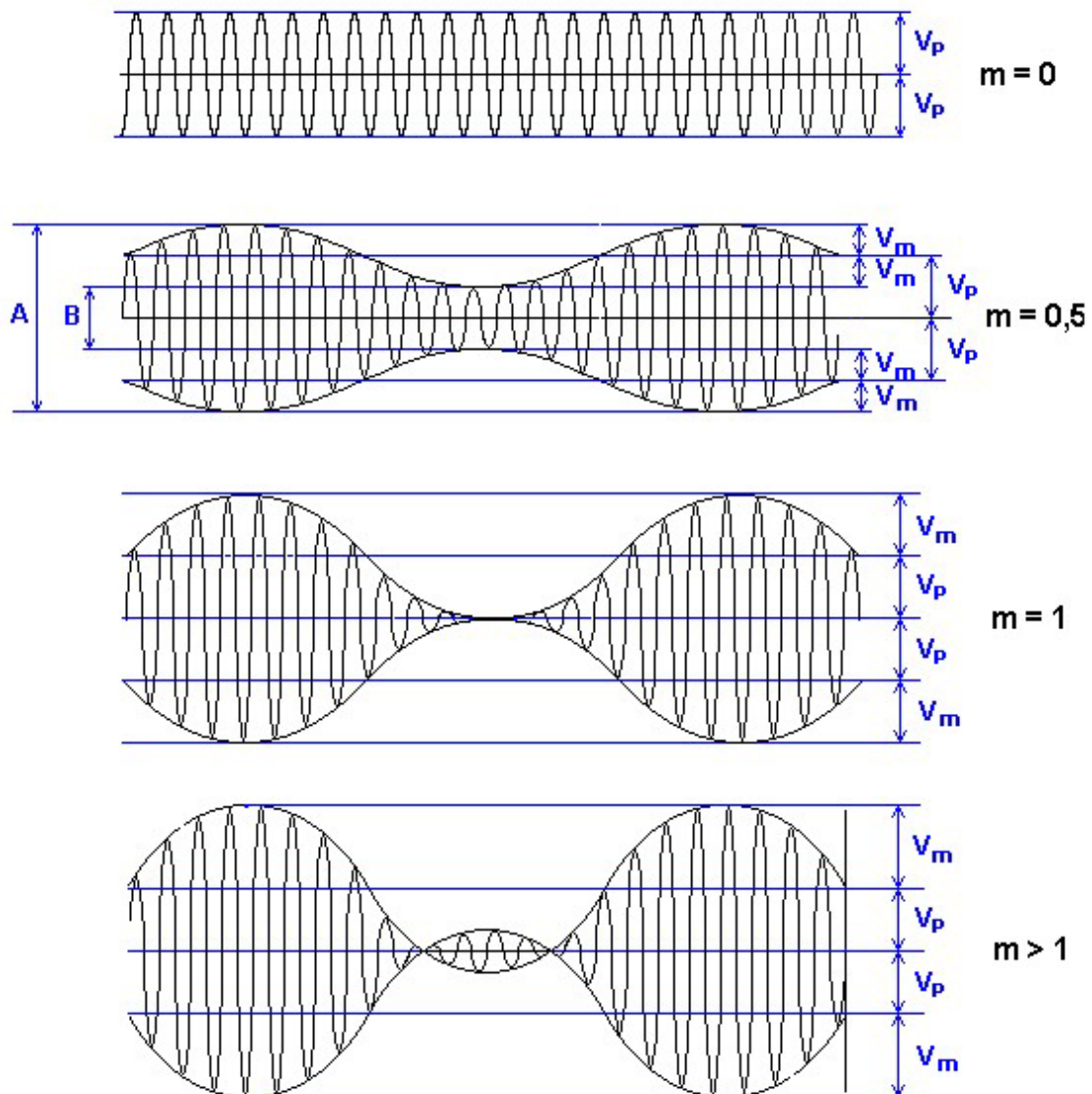
L'indice di modulazione m può variare fra 0 e 1 :

$$0 < m < 1$$

Ricordando la formula di m :

$$m = \frac{V_m}{V_p}$$

osserviamo infatti che se è 0 vuol dire che non c'è **modulante**, quindi non si trasmette alcuna informazione, pur impegnando il canale con la portante. Se è 0,5 siamo nelle condizioni ottimali. Se è 1 siamo di fronte al massimo della modulazione. Se è > 1 allora siamo in forte distorsione da **crossover** come rappresentato nella figura seguente:

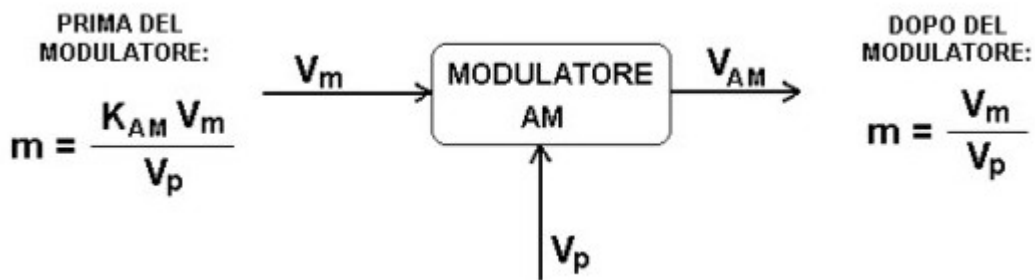


L'indice di modulazione m si può rilevare dall'immagine di sopra con la formula:

$$m = \frac{A - B}{A + B} = \frac{(2V_p + 2V_m) - (2V_p - 2V_m)}{(2V_p + 2V_m) + (2V_p - 2V_m)} = \frac{4V_m}{4V_p} = \frac{V_m}{V_p}$$

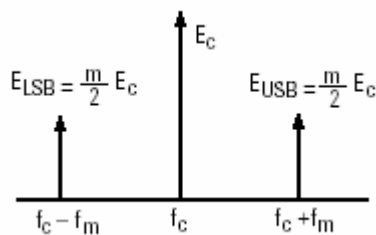
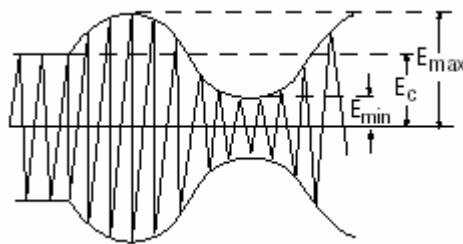


L'indice di modulazione fin qui descritto è rilevato, si suol dire, in antenna, cioè all'uscita del modulatore, ma talora si dispone del segnale all'ingresso del modulatore, in tal caso si deve tenere conto della costante del modulatore K_{AM} e la formula diventa:



Di solito si preferisce misurare l'indice di modulazione m in percentuale. Nel dominio del tempo il grado di modulazione per una modulazione sinusoidale è calcolata come segue:

$$m = \frac{E_{\max} - E_c}{E_c}$$





Siccome la modulazione è simmetrica,

$$E_{\max} - E_c = E_c - E_{\min}$$

$$\frac{E_{\max} + E_{\min}}{2} = E_c$$

è facile dimostrare che $m = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max} + E_{\min}}$ per una modulazione sinusoidale.

Quindi si distinguono i 3 casi :

- $m=0$
- $m=1$
- $m>1$

Nel primo caso si trasmette soltanto la portante non modulata in quanto è assente il segnale modulante.

Nel secondo caso si dice che la portante è stata modulata al 100% in quanto l'ampiezza della portante risulta uguale a quella della modulante ($V_m=V_p$). In questo caso gli involucri della parte positiva e di quella negativa del segnale si toccano in un punto e si è al limite della distorsione.

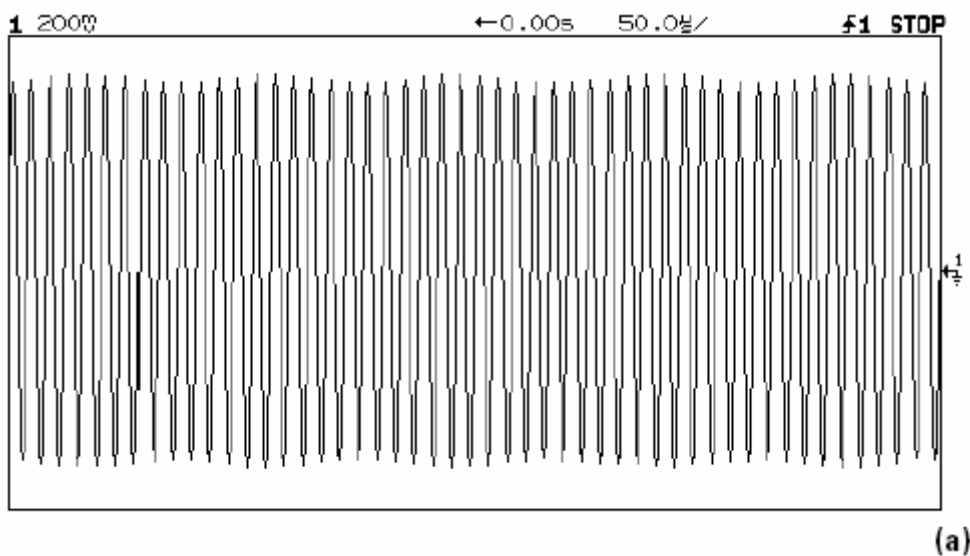


E' una situazione da evitare in quanto una piccola variazione dell'ampiezza della modulante causerebbe una distorsione armonica.

Nel terzo caso invece l'involuppo del segnale AM non risulta più sinusoidale in quanto l'ampiezza della modulante è maggiore dell'ampiezza della portante. (condizione di sovr modulazione).

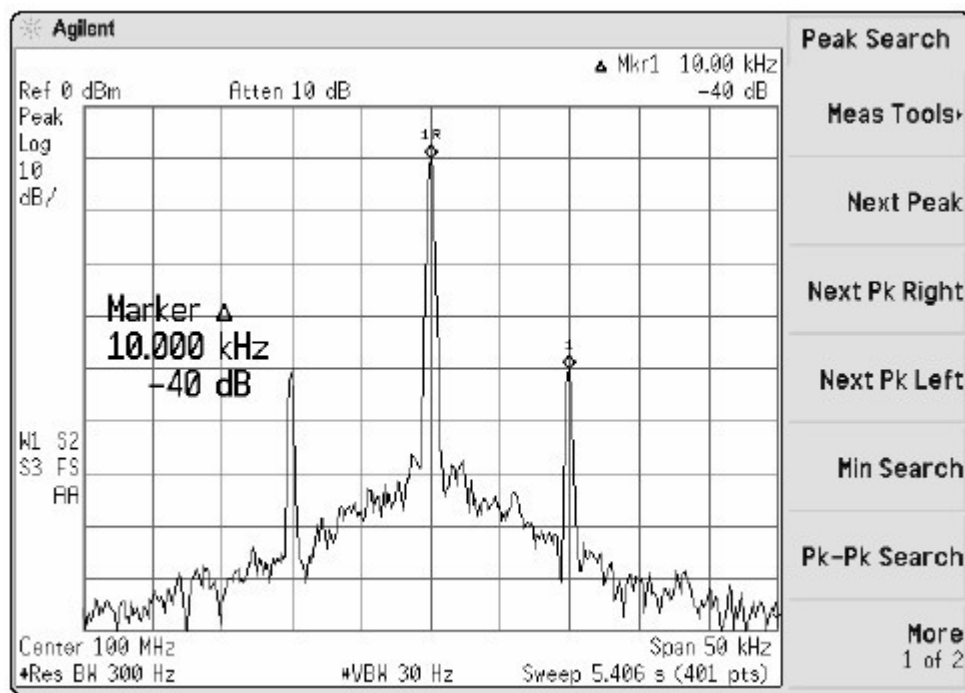
Anche se sia facile calcolare la percentuale di modulazione M ($M = m * 100\%$) la visualizzazione in scala logaritmica sul display di un analizzatore di spettro offre dei vantaggi specialmente per basse modulazioni.

Il range dinamico di un analizzatore di spettro (sopra i 70 dB) permette misurazioni di modulazione in percentuale meno dello 0,06%. Questo effetto può essere visto nelle due seguenti figure dove abbiamo un indice di modulazione $M=2\%$ e quindi un ampiezza della banda laterale (*sideband*) uguale all'1% rispetto alla portante.





Nel dominio del tempo difficilmente vediamo questa differenza, mentre è facile vederlo nel dominio della frequenza in scala logaritmica.



La scala verticale è 10 dB per divisione.

L'ampiezza della modulante può essere misurata facilmente in dB e poi convertita in M.

La relazione tra M ed la scala logaritmica vista sul display è la seguente:

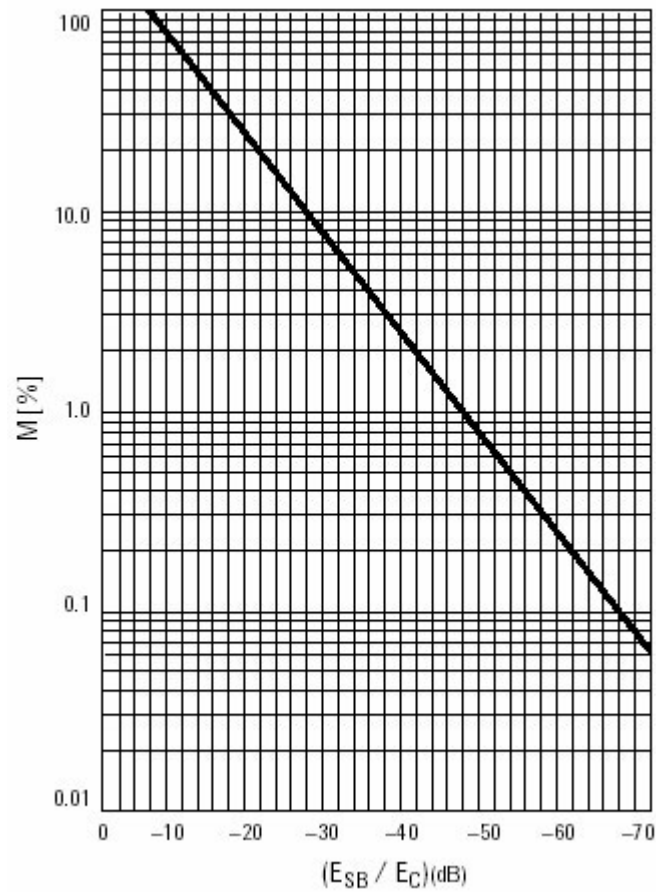
$$(E_{SB} / E_C)(dB) = 20 \log \left(\frac{m}{2} \right)$$

oppure

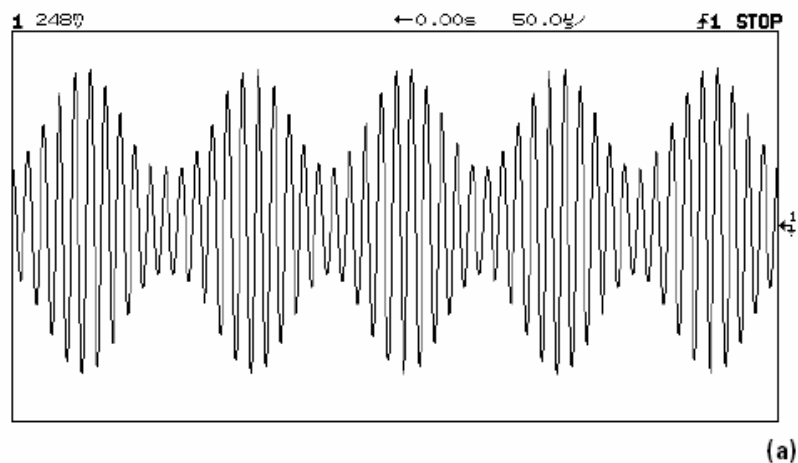
$$(E_{SB} / E_C)(dB) + 6 \text{ dB} = 20 \log m.$$



La figura seguente mostra graficamente questa relazione.



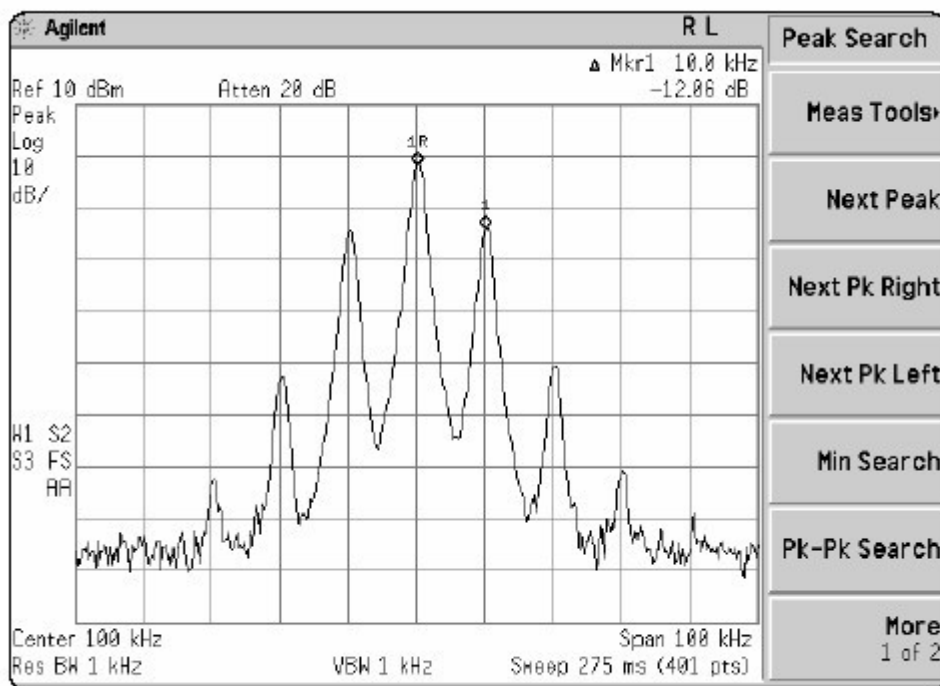
Un altro esempio di misurazione è dato dalle seguenti figure:





Nella figura a) si mostra una portante modulata in ampiezza da un onda sinusoidale nel dominio del tempo. Il minimo valore picco-picco è 1/3 del massimo valore picco-picco da cui $m=0,5$ ed $M=50\%$.

La stessa forma d'onda misurata nel dominio della frequenza la vediamo nella figura seguente:



(b)

Dalla figura b) si vede che la portante e le bande laterali differiscono di 12 dB, quindi $M=50\%$

Si noti che si può misurare anche la distorsione della 2° e della 3° armonica di questa forma d'onda.



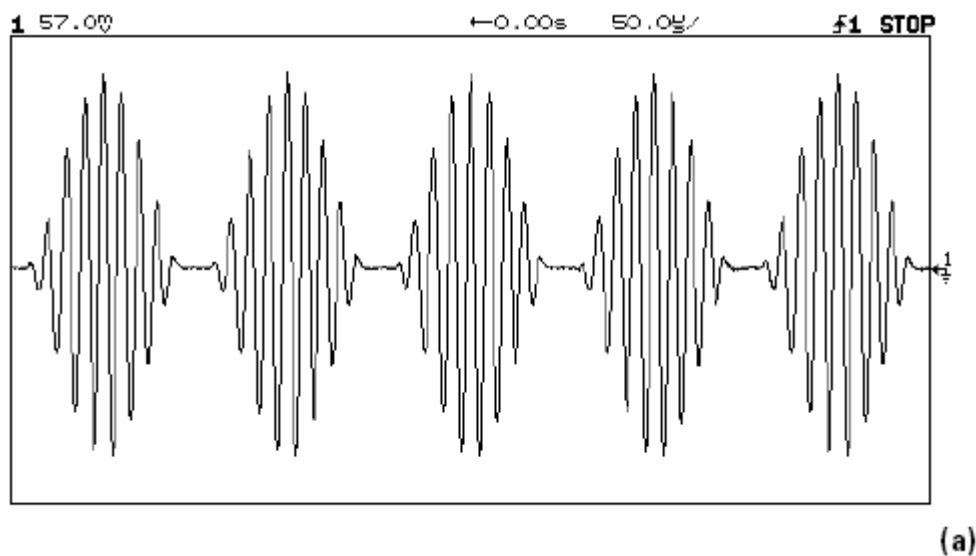
Una tensione di modulazione eccessiva produce non solo un taglio dei picchi ed una distorsione armonica ma anche un aumento delle bande laterali.

Tale aumento delle bande laterali fa superare la larghezza di banda concessa per una trasmissione radio.

Infatti per la diffusione radio di segnali AM le norme europee impongono una larghezza di banda pari a 9 kHz e pertanto la massima frequenza di modulazione deve essere pari alla metà della larghezza di banda senza distorsioni (cioè 4,5 kHz), altrimenti lo spettro trasmesso si sovrapporrebbe a quello prodotto da un canale (stazione) adiacente, causando un disturbo di interferenza chiamato diafonia (crosstalk).

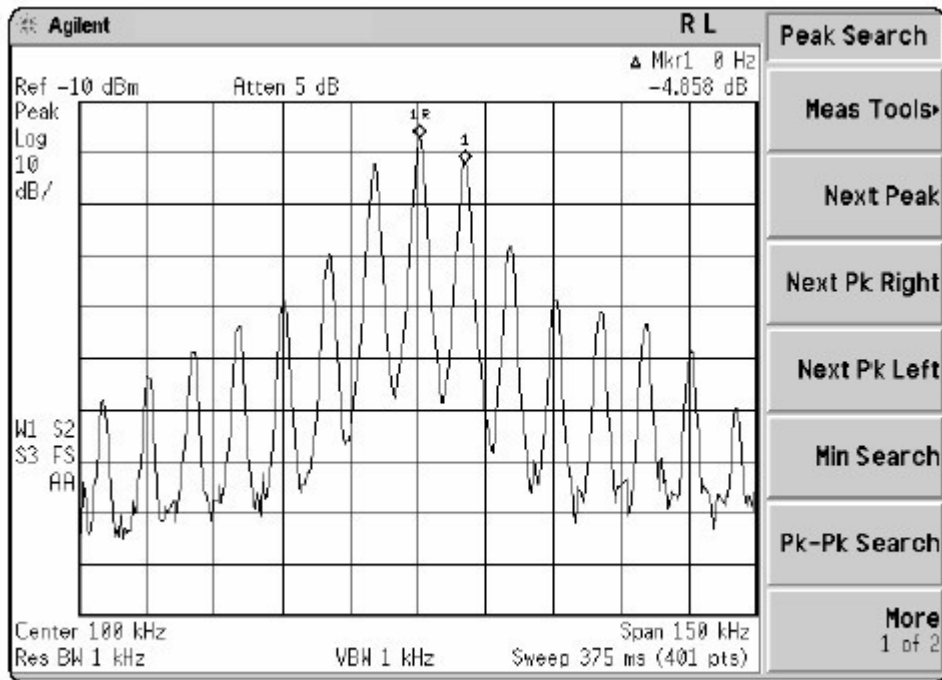
Le trasmissioni commerciali radiofoniche in AM hanno luogo nell'intervallo di frequenza da 525 KHz a 1605 KHz (onde medie).

Nella figura seguente si mostra una sovrarmodulazione ($M > 100\%$) nel dominio del tempo.





Nella figura b) seguente si mostra lo stesso segnale nel dominio della frequenza:



(b)

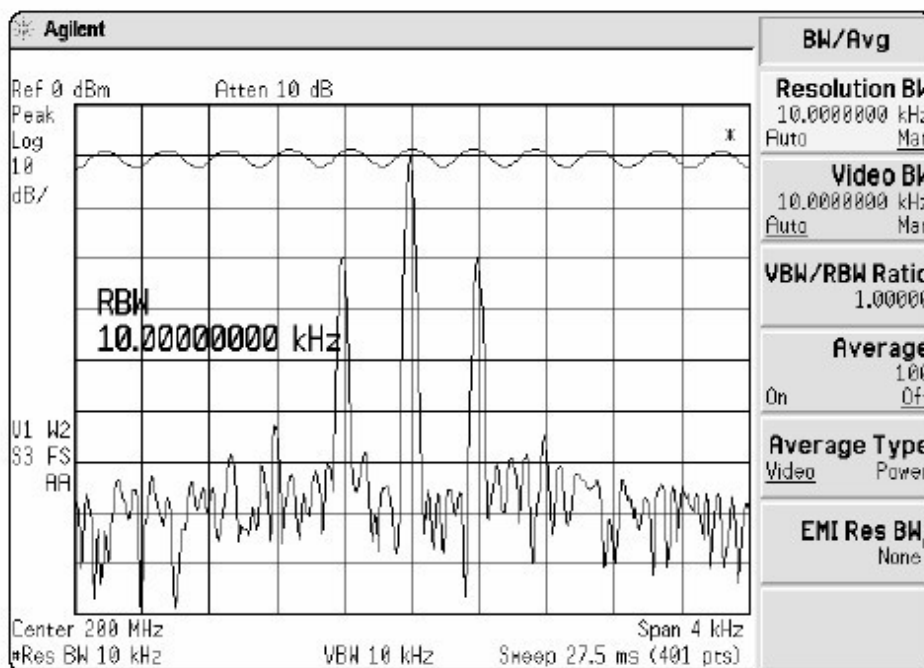
Si nota che la prima banda laterale è solo 6 dB al di sotto della portante.

Come abbiamo detto anche la larghezza di banda occupata è maggiore perché il segnale modulato è severamente distorto. L'involuppo del segnale modulato non rappresenta più il segnale modulante.



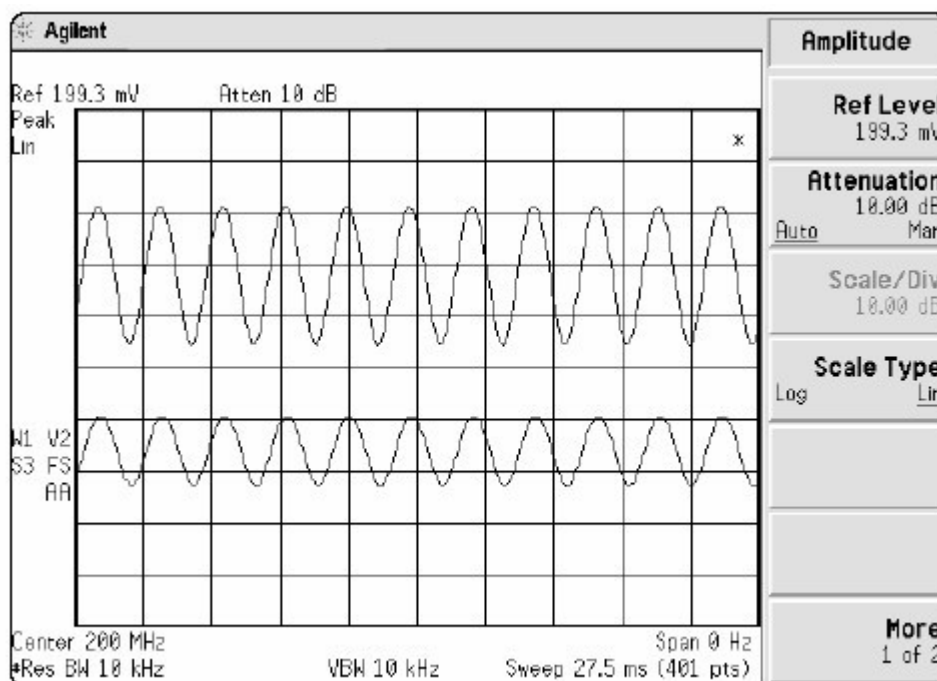
2.3.3 Zero span e marcatori (markers)

Nel caso si voglia vedere una modulazione in bassa frequenza, l'analizzatore di spettro non ha una risoluzione in larghezza di banda sufficiente. Ad esempio, una comune modulazione di test è a 400 Hz. Come si fa se il nostro analizzatore di spettro ha una risoluzione minima di 1 kHz? Se la percentuale di modulazione è abbastanza alta, una soluzione è usare l'analizzatore come un ricevitore fisso *fixed-tuned*, si demodula il segnale usando l'involuppo dell'analizzatore, si vede il segnale modulato nel dominio del tempo, dopo di che si fanno le misurazioni come su di un oscilloscopio. Per fare così, si deve prima fissare il centro del display dell'analizzatore di spettro, poi settare la risoluzione della larghezza di banda sufficiente per includere la modulazione della banda laterale senza attenuazione, così come è mostrato in figura:

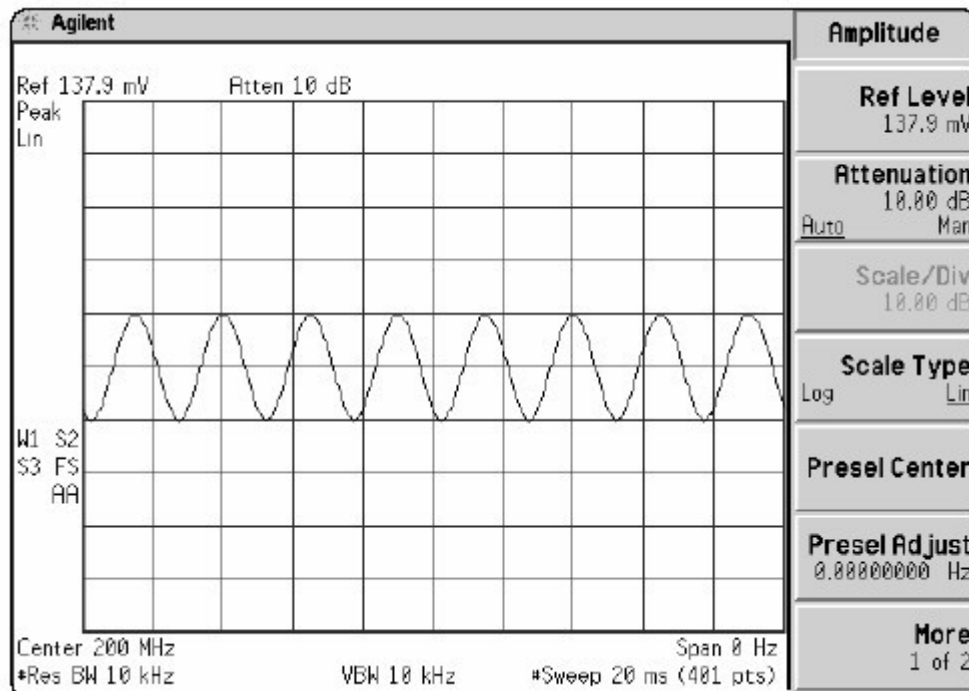




Il passo seguente selezioniamo lo zero span per sintonizzare l'analizzatore, aggiustiamo il livello riferimento trasportando il picco del segnale vicino al top dello schermo, selezioniamo in modo lineare il display, e aggiustiamo lo sweep time per mostrare i cicli del segnale modulato. Il tutto è mostrato nella figura seguente:



Muovendo su e giù il livello di riferimento del segnale la differenza di picco-picco tra E_{\max} ed E_{\min} rimane costante:



Possiamo ora determinare l'indice di modulazione usando la seguente espressione:

$$m = (E_{\max} - E_{\min}) / (E_{\max} + E_{\min}).$$

Nel caso in figura abbiamo E_{\max} di 6 divisioni ed E_{\min} di 4 divisioni:

$$m = (6 - 4) / (6 + 4) = 0.2, \text{ or } 20\% \text{ AM.}$$

La frequenza del segnale modulante può essere determinato dallo sweep time calibrato dell'analizzatore.

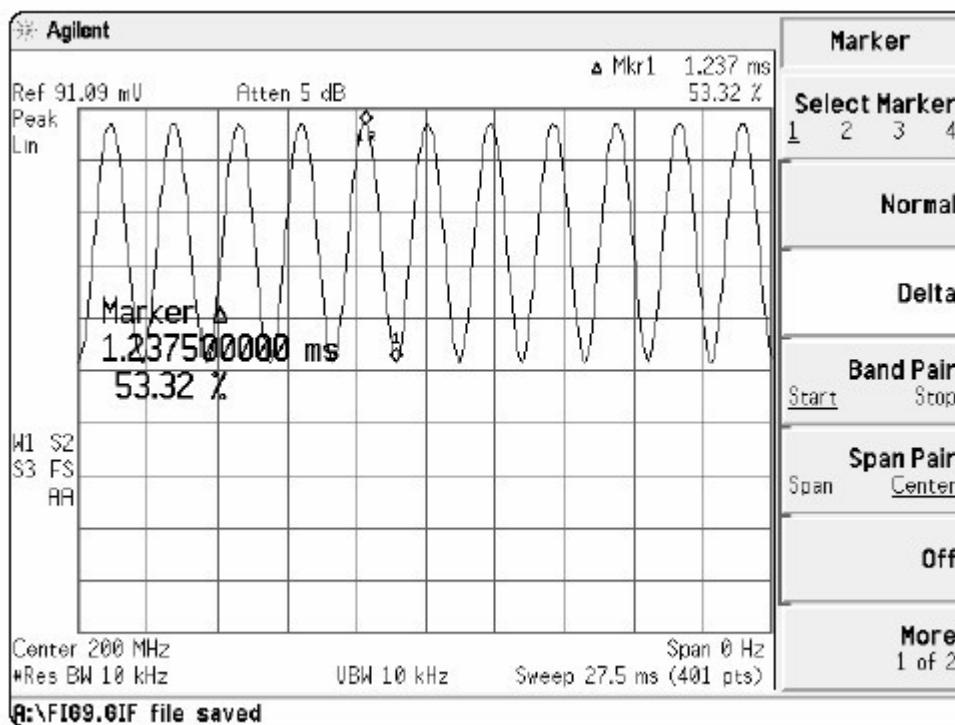
In figura vediamo che 4 cicli coprono precisamente 5 divisioni sul display. Con un totale di sweep time di 20 millisecondi, i 4 cicli cadono su un intervallo di 10 millisecondi. Il periodo del segnale è quindi di 2,5 millisecondi, e la frequenza è di 400 Hz.



Molti analizzatori di spettro con display digitale hanno sia i marcatori (*markers*) e sia i *delta markers*. Con essi possiamo fare le misurazioni molto più facilmente.

Per esempio nella figura seguente noi abbiamo usato un delta markers per trovare il rapporto **E_{min}/E_{max}**. Modificando l'espressione di *m* possiamo usare direttamente questo rapporto:

$$m = (1 - E_{\min}/E_{\max}) / (1 + E_{\min}/E_{\max}).$$

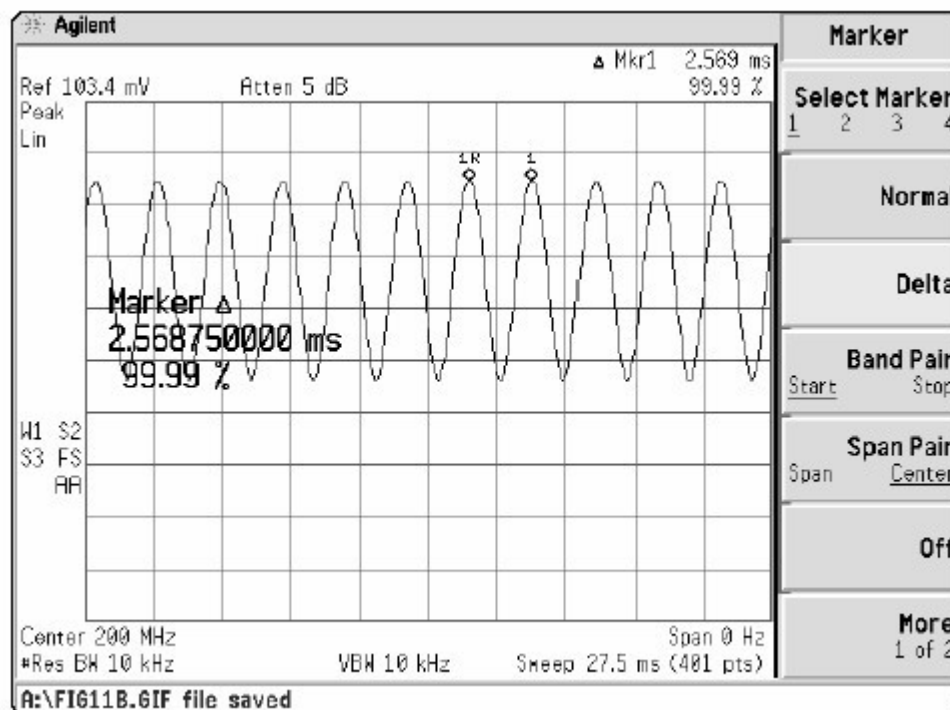


Siccome stiamo usando unità lineari, il display dell'analizzatore valuta la delta in frazione decimale (o come in questo caso, in percentuale). Nella figura si mostra il rapporto come 53,32% dandoci:

$$m = (1 - 0.5332) / (1 + 0.5332) = 0.304, \text{ or } 30.4\% \text{ AM.}$$



Si nota che la lettura di un delta marker mostra anche la differenza di tempo tra i markers. Questo è vero per la maggior parte degli analizzatori a zero span. Settando i marcatori per uno o più periodi possiamo prendere il reciproco ed ottenere la frequenza. Nella figura seguente, in questo caso otteniamo 1/2,57 ms o 389 Hz.



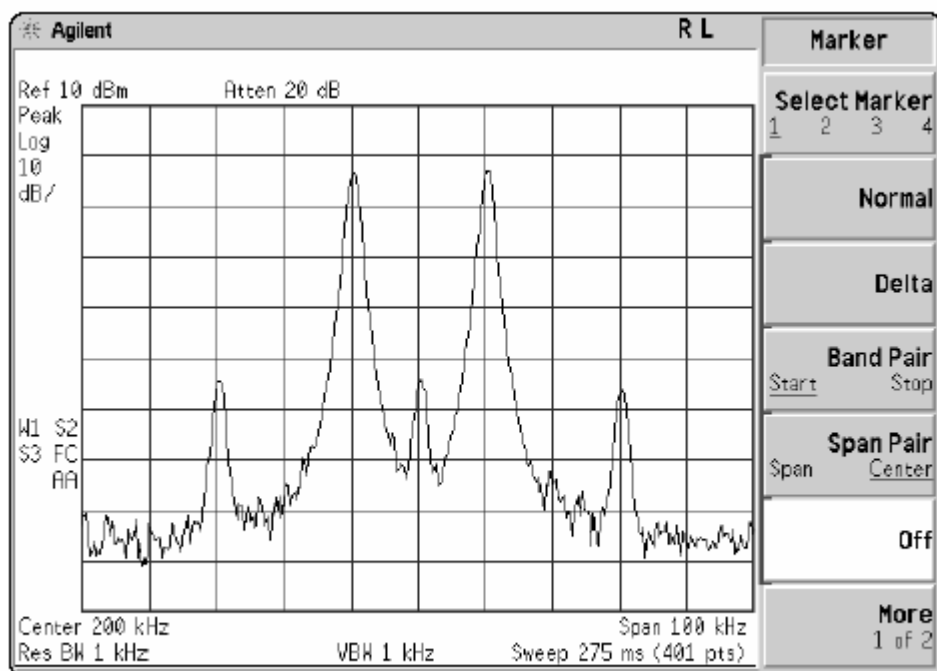
2.3.4 Forme speciali di modulazione di ampiezza

Si sa che cambiando l'indice di modulazione di una particolare portante non cambia l'ampiezza della portante stessa. E' l'ampiezza della banda laterale che cambia, alterando

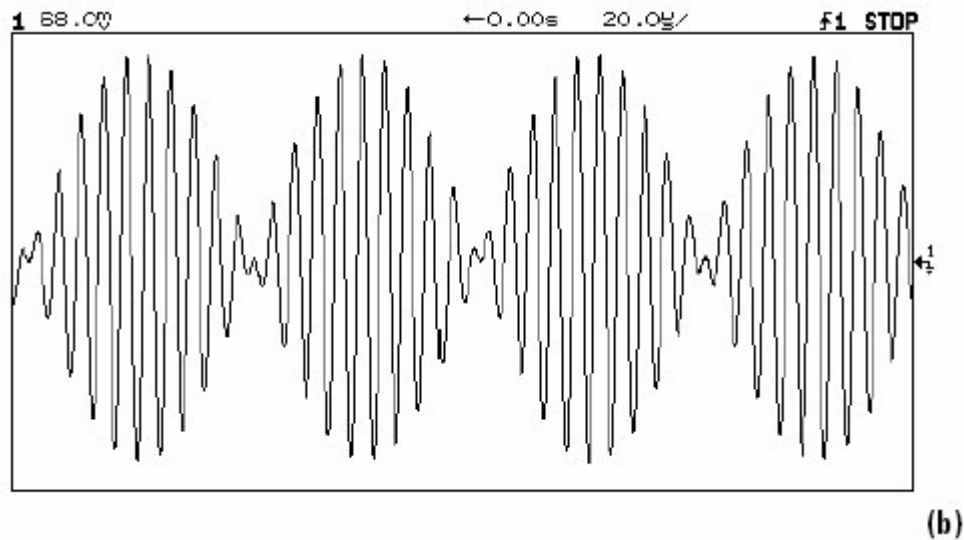


così l'ampiezza dell'onda composta. Fin quando l'ampiezza della portante rimane costante, tutta l'informazione trasmessa è contenuta nelle bande laterali. Questo significa che tutta la potenza trasmessa nella portante è essenzialmente sprecata, anche se la demodulazione si fa molto più semplicemente. Per una migliore efficienza in potenza, la componente della portante può essere soppressa, così che l'onda trasmessa abbia contributo solamente nelle bande laterali. Questo tipo di modulazione è detto doppia banda laterale con portante soppressa DSB-SC (Double SideBand - Suppressed Carrier). La portante comunque deve essere ricevuta affinché si recuperi questa modulazione.

Nelle figure seguenti si mostra la DSB-SC sia nel dominio della frequenza che nel dominio del tempo:



(a)



2.3.5 Singola banda laterale

Nelle comunicazioni un importante tipo di modulazione d'ampiezza è la singola banda laterale con portante soppressa SSB (Single Side Band). Sia la banda laterale superiore che la banda laterale inferiore possono essere trasmesse, scritte come SSB-USB o SSB-LSB. Siccome le sue bande laterali hanno uguale ampiezza segue che l'informazione è contenuta uguale sia nell'una che nell'altra banda laterale. Di conseguenza eliminando uno delle due bande laterali dimezziamo la potenza, ma cosa più importante dimezziamo la larghezza di banda del segnale.

Il segnale SSB è ancora oggi comunemente utilizzato nei sistemi di telefonia analogica utilizzando il multiplex per la creazione del segnale composito.



Per evitare fenomeni di intermodulazione di solito si usano due toni, ognuno con basso contenuto armonico.

In figura mostriamo un test d'intermodulazione di un trasmettitore SSB.

