

Capitolo 7

FENOMENI GIROSCOPICI ELEMENTARI

INTRODUZIONE

In questo capitolo vengono presentati alcuni fenomeni che si manifestano nei rotori a struttura giroscopica ed alcune applicazioni basate su tali fenomeni.

Tra queste applicazioni le più importanti sono quelle che hanno permesso di realizzare il pendolo giroscopico detto anche orizzonte artificiale e la bussola giroscopica. Entrambi questi strumenti, montati su di un mobile, sono attualmente gli unici in grado di fornire una direzione di riferimento costante rispetto alla verticale il primo e nel piano orizzontale il secondo.

Un rotore si dice a struttura giroscopica rispetto all'asse di rotazione se il momento di inerzia di massa del rotore stesso è identico rispetto ad un qualsiasi asse perpendicolare all'asse di rotazione.

Nella fig.1 sono riportati alcuni esempi di rotori. I primi due da sinistra sono a struttura giroscopica rispetto all'asse (di rotazione) z poiché il momento di inerzia di massa del rotore rispetto all'asse x è identico a quello rispetto all'asse y . Ciò non accade per l'elica a due pale riportata a destra nella figura che, quindi, non è un rotore a struttura giroscopica.

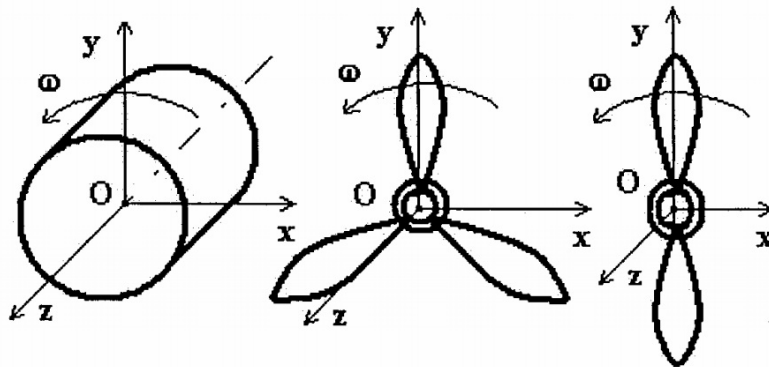


Fig. 7.1

7.1 COPPIA DI REAZIONE GIROSOPICA

Si consideri un rotore avente momento di inerzia di massa I_{zz} rispetto all'asse z che ruota intorno a tale asse con una velocità di rotazione Ω , come nello schema di figura 2.

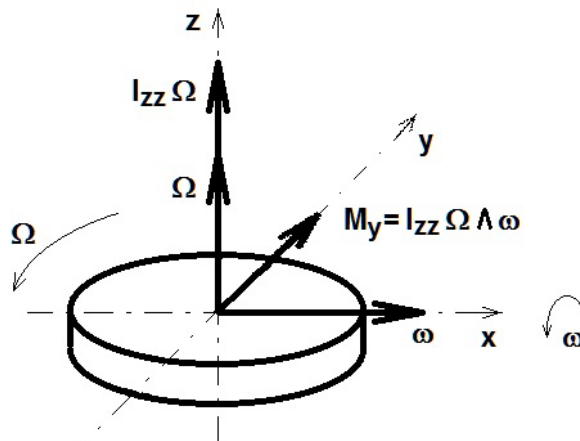


Fig. 7.2

Per effetto di tale rotazione, il rotore, avrà un momento della quantità di moto pari a $I_{zz}\Omega$, che sarà rappresentato da un vettore diretto come Ω .

Si supponga ora che al rotore sia imposto un moto che consiste in una rotazione attorno ad un asse ortogonale all'asse di rotazione, ad esempio l'asse x in figura 2, con velocità ω .

Si supponga ancora che, per effetto di tale manovra, la velocità di rotazione Ω del rotore non subisca variazioni in modulo.

La rotazione intorno all'asse x farà sì che il vettore momento della quantità di moto varierà in direzione e dunque la sua derivata sarà diversa da zero. La derivata del momento della quantità di moto è un momento delle forze di inerzia e viene detto momento di reazione giroscopica.

Essendo per ipotesi Ω costante, in questo caso (vedi appendice sulla derivata di un vettore) è:

$$M = \frac{dI_{zz}\Omega}{dt} = I_{zz}\Omega \wedge \omega$$

Poichè Ω ed ω sono ortogonali tra di loro e sono dirette secondo gli assi z ed x rispettivamente, il momento di reazione giroscopica è diretto secondo l'asse y e vale in modulo:

$$M_y = I_{zz} \Omega \omega$$

In definitiva, quindi, il momento di reazione giroscopica è un momento ortogonale al piano formato dall'asse di rotazione e dall'asse della velocità di precessione ω e diretto in modo da tendere a far sovrapporre l'asse di rotazione all'asse di precessione.

7.2 FENOMENI GIROSCOPICI ELEMENTARI

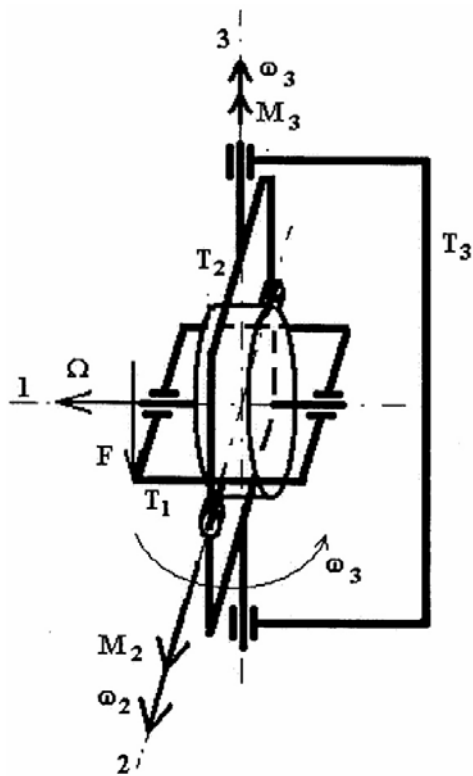


Fig. 7.3

Si consideri un rotore a struttura giroscopica montato come mostrato schematicamente in figura 3. Il rotore è libero di ruotare intorno ad un asse 1 rispetto ad un telaio T_1 che, a sua volta, può ruotare intorno ad un asse 2, ortogonale al precedente, rispetto ad un telaio T_2 ; quest'ultimo può ruotare intorno ad un asse 3, ortogonale agli assi 1 e 2, rispetto ad un telaio T_3 . Tale sistema di telai mobili consente all'asse di rotazione del rotore di assumere qualunque orientamento nello spazio e prende il nome di triplice sospensione cardanica. Il rotore a struttura giroscopica così montato

prende il nome di giroscopio; tale nome, dal Greco antico, significa : “vedo la rotazione” e fu coniato da Lèon Focault (1819-1868) perché, mediante il giroscopio, è possibile visualizzare il moto di rotazione della terra. Il Focault, inoltre, fu il primo ad avere l’intuizione che un giroscopio, con opportuni accorgimenti, potesse mostrare la direzione del nord terrestre potendo così sostituire la bussola magnetica.

L’applicazione pratica di questa intuizione fu però realizzata solo ai primi del XX secolo.

Il giroscopio su triplice sospensione cardanica consente, innanzi tutto, di osservare alcuni fenomeni che sono alla base di molte moderne applicazioni dei giroscopi e che sono descritti qui di seguito.

7.2.1. Tenacia dell’asse giroscopico.

Se si applica una piccola forza F al telaio T_1 come indicato in fig. 3 tale da generare un momento attorno all’asse 2 poco più grande del momento delle forze di attrito nei cuscinetti rispetto ai quali il telaio T_1 può ruotare rispetto al telaio T_2 , si osserva che:

- Se il rotore è fermo, in telaio T_1 ruoterà in senso antiorario (per chi guarda la figura), come era lecito aspettarsi.
- Se il rotore ruota ad una velocità di rotazione Ω relativamente elevata, il telaio T_1 resta fermo, e ruoterà il telaio T_2 .

7.2.2. Tendenza al parallelismo.

Come appena accennato, nelle condizioni descritte, se il rotore ruota ad una velocità di rotazione Ω relativamente elevata, l’applicazione della forza F genera una rotazione del telaio T_2 intorno all’asse 3 in modo da portare l’asse di rotazione 1 a sovrapporsi con l’asse della perturbazione 2; tale perturbazione consiste infatti in momento intorno a tale asse dato dalla forza F che tenderebbe a far ruotare il telaio T_1 , con velocità ω_2 .

Come già visto, quindi, una causa che tenda a far ruotare il rotore intorno ad un asse ortogonale al suo asse di rotazione genera una reazione che consiste in un momento intorno ad un asse ortogonale al piano formato dall’asse di rotazione e dall’asse della perturbazione e diretto in modo da tendere a far sovrapporre l’asse di rotazione all’asse della perturbazione.

7.2.3. Permanenza dell'asse giroscopico

Se si fa ruotare il telaio T_3 , variando il suo orientamento nello spazio, si osserva che l'asse di rotazione del rotore rimane sempre parallelo a se stesso.

Tale fenomeno è detto permanenza dell'asse giroscopico.

Naturalmente, a lungo andare, la direzione dell'asse di rotazione varierà; questo è dovuto alla inevitabile presenza di piccole coppie di attrito nei cuscinetti tra i telai che introdurranno coppie perturbatrici. Dopo un certo numero di movimenti del telaio T_3 , quindi, l'asse giroscopico perderà l'allineamento iniziale. Per ovviare a tale inconveniente e quindi poter fare affidamento su di un riferimento di direzione costante ed indipendente dai moti di un mobile, in alcune applicazioni quali l'orizzonte artificiale e la bussola giroscopica, vengono adottati alcuni accorgimenti che saranno descritti nel seguito.

Esempio 7.1

Un aeromobile procede ad una velocità $V=800$ km/h e compie una virata descrivendo un arco di cerchio di raggio $R=3000$ m intorno ad un asse verticale u .

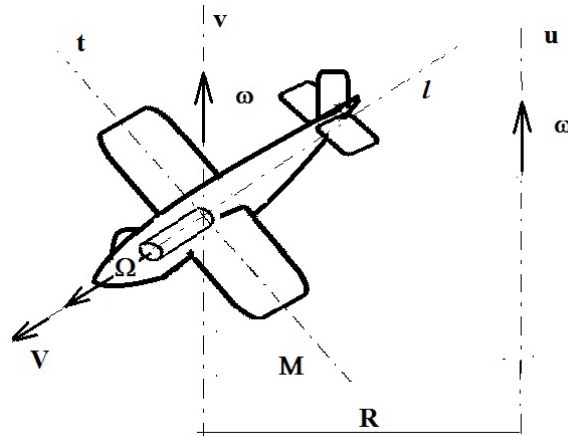


Fig. 7.4

Determinare la coppia di reazione giroscopica della quale è sede il rotore di una turbomacchina il cui momento di inerzia di massa è $I = 1 \text{ kg m}^2$, e

ruota attorno ad un asse parallelo all'asse longitudinale l del velivolo con velocità di rotazione pari a 10000 giri/min.

Con i dati a disposizione si calcola:

$$\Omega = 2\pi/60 \cdot 10000 = 1000 \text{ rad/s}$$

$$V = 800 \cdot 1000 / 3600 = 222.2 \text{ m/s}$$

$$\omega = V / R = 222.2 / 3000 = 0.74 \text{ rad/s}$$

Da cui si ottiene:

$$M = I \Omega \omega = 1 \cdot 1000 \cdot 0.74 < 741 \text{ Nm}$$

Questo momento si trasmette all'aeromobile attraverso i supporti del rotore, agisce intorno all'asse trasversale t del velivolo (ortogonale al piano degli assi l e V) e tende a far sovrapporre l'asse l (vettore Ω) all'asse V della perturbazione ω . Per effetto della virata verso sinistra, dato il verso di Ω , il velivolo tenderà ad abbassare il muso, cioè a picchiare.

Esempio 7.2

In fig. 7.5 è schematicamente rappresentata la ruota anteriore e la relativa forcella di una bicicletta che procede verso chi osserva.

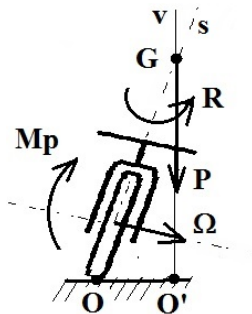


Fig. 7.5

La velocità di rotazione della ruota è pertanto indicata dal vettore Ω mostrato in figura. Poiché non è concettualmente possibile che la verticale passante per il baricentro G incontri esattamente il punto di

appoggio O , la forza peso P darà luogo ad un momento M_p , su di un asse ortogonale a quello di Ω . Detto I_r il momento di inerzia di massa della ruota della bicicletta, si desterà quindi una coppia di reazione giroscopica:

$$R = I_r \Omega \wedge M_p$$

che ha, naturalmente, direzione ortogonale al piano costituito da Ω e da M_p (dunque intorno all'asse s) e verso che vede Ω sovrapporsi ad M_p . In definitiva, quindi, R tende a far ruotare la forcella in modo da far portare a coincidere O con O' .

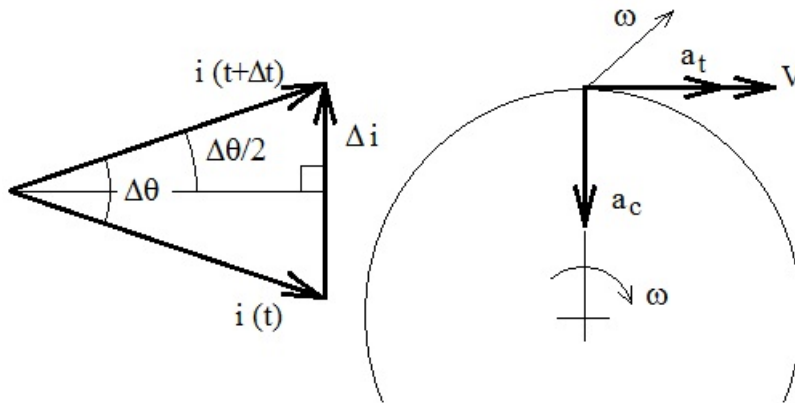
APPENDICE AL CAP. 7

Derivata di un vettore

Vettore : $\vec{V} = V \cdot \vec{i}$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}(V \cdot \vec{i}) = \frac{dV}{dt} \cdot \vec{i} + V \frac{d\vec{i}}{dt}$$

Derivata di un versore $i(t)$



Dalla figura si vede che $\Delta i/2 = i \sin(\Delta\theta/2)$, siccome $i = 1 \rightarrow$

$$\frac{\Delta i}{\Delta\theta} = \frac{2 \sin \Delta\theta/2}{\Delta\theta}$$

se $\Delta\theta$ è molto piccolo ($\Delta t \rightarrow 0$), allora : $2 \sin \Delta\theta/2 \cong \Delta\theta \Rightarrow \frac{2 \sin \Delta\theta/2}{\Delta\theta} \cong 1$

$$\frac{|\Delta i|}{\Delta t} = \frac{\Delta i}{\Delta\theta} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \frac{2 \sin \Delta\theta/2}{\Delta\theta}$$

$$\frac{di}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{2 \sin \Delta\theta/2}{\Delta\theta} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \cong \frac{d\theta}{dt}$$

In definitiva:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dt} \cdot \bar{i} + \omega \wedge V$$

Esempio:

$$a_t = \frac{dV}{dt}; \quad a_c = \omega \wedge V = \omega^2 r$$