

# LO STADIO DI TURBINA ASSIALE

## Generalità Sulle Turbomacchine Assiali

Come è noto, lo stadio di turbomacchina assiale si colloca ó nel panorama delle macchine dinamiche ó nell'area di quelle ad *alto numero di giri specifico*. Ricordando la definizione generale di tale parametro:

$$N_s = n \frac{\dot{V}^{1/2}}{\Delta H^{3/4}} \quad (1)$$

La turbomacchina assiale risulta quindi idonea, a parità di velocità di rotazione  $n$ , allo smaltimento di elevate portate volumetriche  $\dot{V}$  e alla realizzazione di limitati salti,  $\Delta H$ , di entalpia totale in confronto a quanto ottenibile da turbomacchine di diversa tipologia (ad esempio da turbine e compressori radiali).

Da tale considerazione deriva che le turbomacchine assiali trovano la loro principale applicazione nel settore delle grandi potenze erogate o assorbite ( $10^3$  ó  $10^5$  kW), associate quindi al flusso di rilevanti portate volumetriche (fino all'ordine di  $10^2$  m<sup>3</sup>/s). Importanti esempi di turbomacchine assiali si ritrovano quindi in:

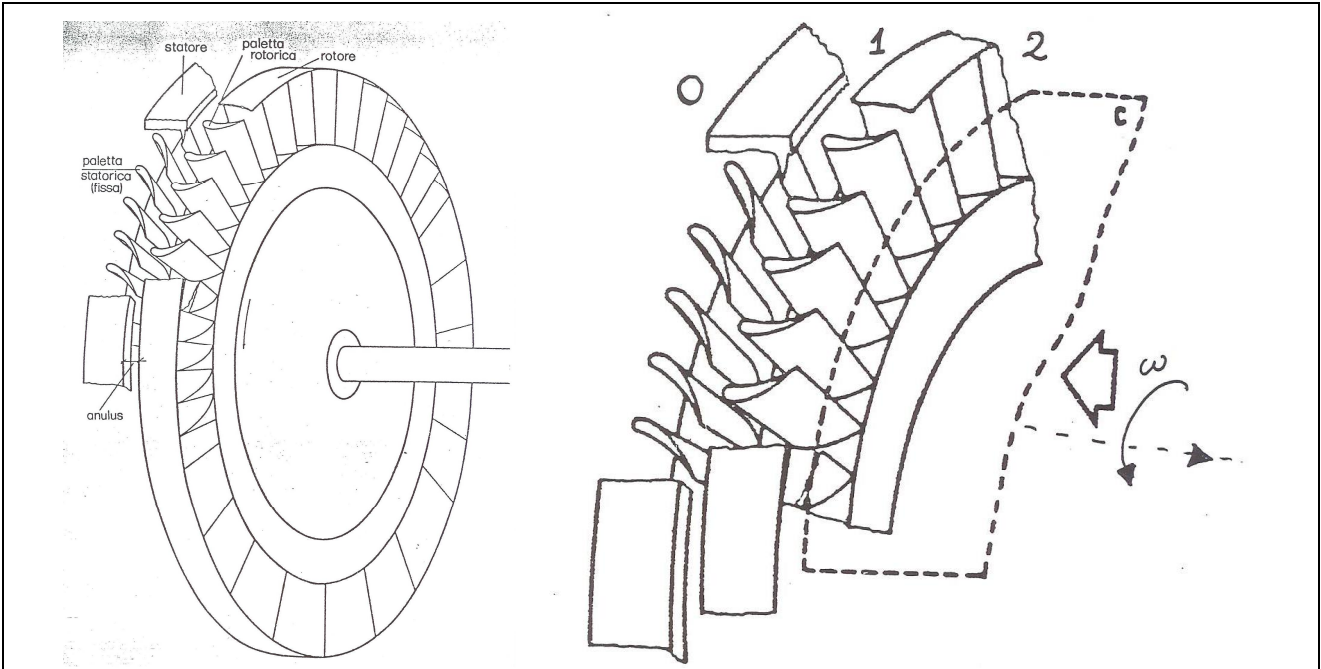
- Compressori assiali di turbine a gas della potenza di decine o centinaia di MW;
- Turbine a vapore o a gas di medio ó grande potenza (a partire dal MW fino alle centinaia di MW).

Per tali categorie di macchine operatrici e motrici, il limitato salto entalpico realizzabile conduce sempre alla necessità di ricorrere a configurazioni *multistadio*. Esistono, naturalmente, anche casi di turbine assiali a singolo stadio, ad esempio per gruppi di sovralimentazione di motori di grande potenza. Analogamente, tipiche turbomacchine operatrici a singolo stadio sono i ventilatori assiali, stante il piccolo incremento di energia totale da trasferire al fluido.

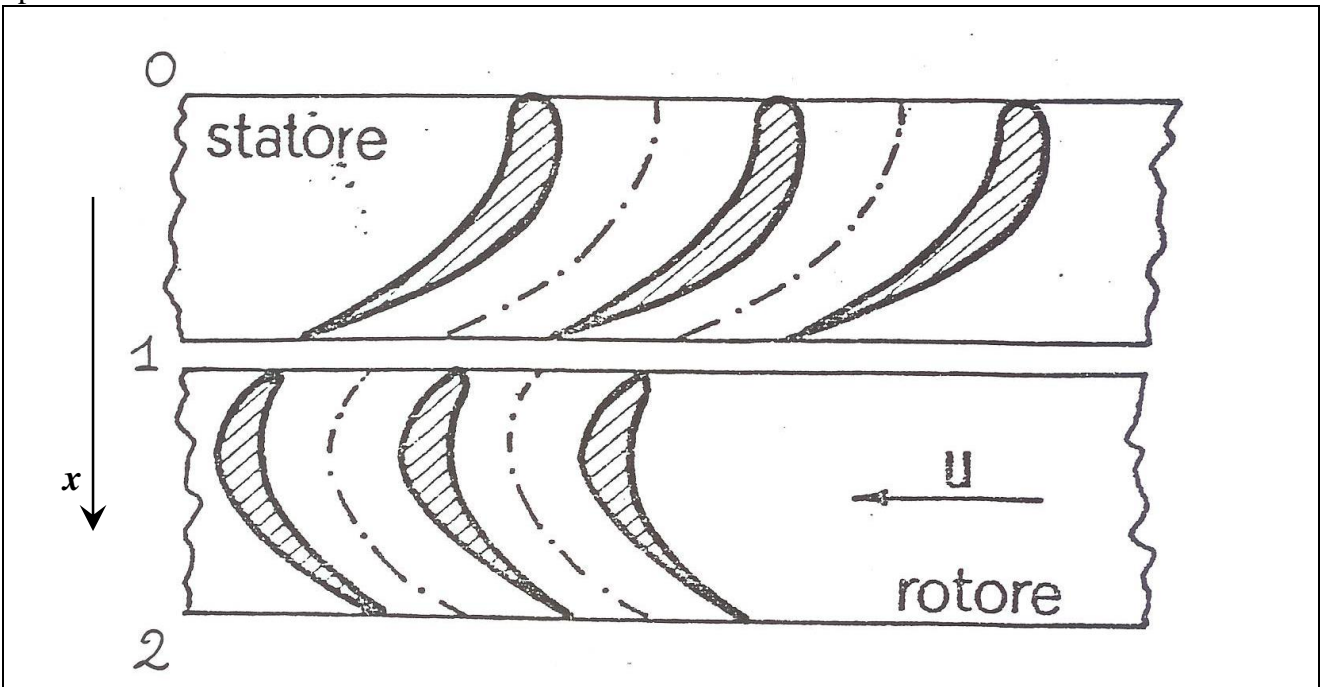
Si ricorda infine che altri esempi notevoli di turbomacchine assiali si ritrova nel campo delle macchine idrauliche: si ricordano, infatti, le turbine assiali ad *elica* e le *Kaplan*, adatte allo smaltimento di considerevoli portate volumetriche sotto piccoli salti di energia di posizione (in genere pochi metri, quindi poche decine di J/kg). In questo caso, il basso valore del salto  $\Delta H$  impone anche basse velocità di rotazione. Analogamente, turbomacchine operatrici idrauliche ad alto numero di giri specifico sono le *pompe assiali*, destinate in genere alla realizzazione di piccole prevalenze su notevoli portate di liquido.

# 1. Rappresentazione dello stadio e dei processi termo fluidodinamici.

La tipica rappresentazione delle palettature e dei triangoli di velocità in uno stadio di turbina assiale è ottenuta attraverso una *sezione cilindrica* della macchina, come quella operata in figura:



Tale operazione è coerente con l'ipotesi che il flusso si sviluppi secondo superfici cilindriche coassiali alla macchina e rende quindi possibile la rappresentazione delle palettature sviluppando in piano la sezione cilindrica:



In particolare, la superficie di flusso in figura è quella riferita al diametro medio della palettatura, definito in base alla relazione:

$$\Omega = \pi D_m l \tag{2}$$

in cui  $\Omega$  è l'area di passaggio offerta al flusso perpendicolarmente all'asse della macchina e  $l$  è l'altezza della pala nella stessa posizione. Il diametro medio  $D_m$  divide quindi l'area di passaggio in due parti uguali collocate al di sopra e al di sotto della superficie di flusso media.

L'analisi preliminare dello stadio assume inoltre che le condizioni di flusso siano, ovviamente, variabili nella direzione assiale,  $x$ , di trasferimento della portata ma siano uniformi lungo l'altezza della palettatura. L'espressione generale della portata massica attraverso una generica sezione di passaggio si riduce quindi a:

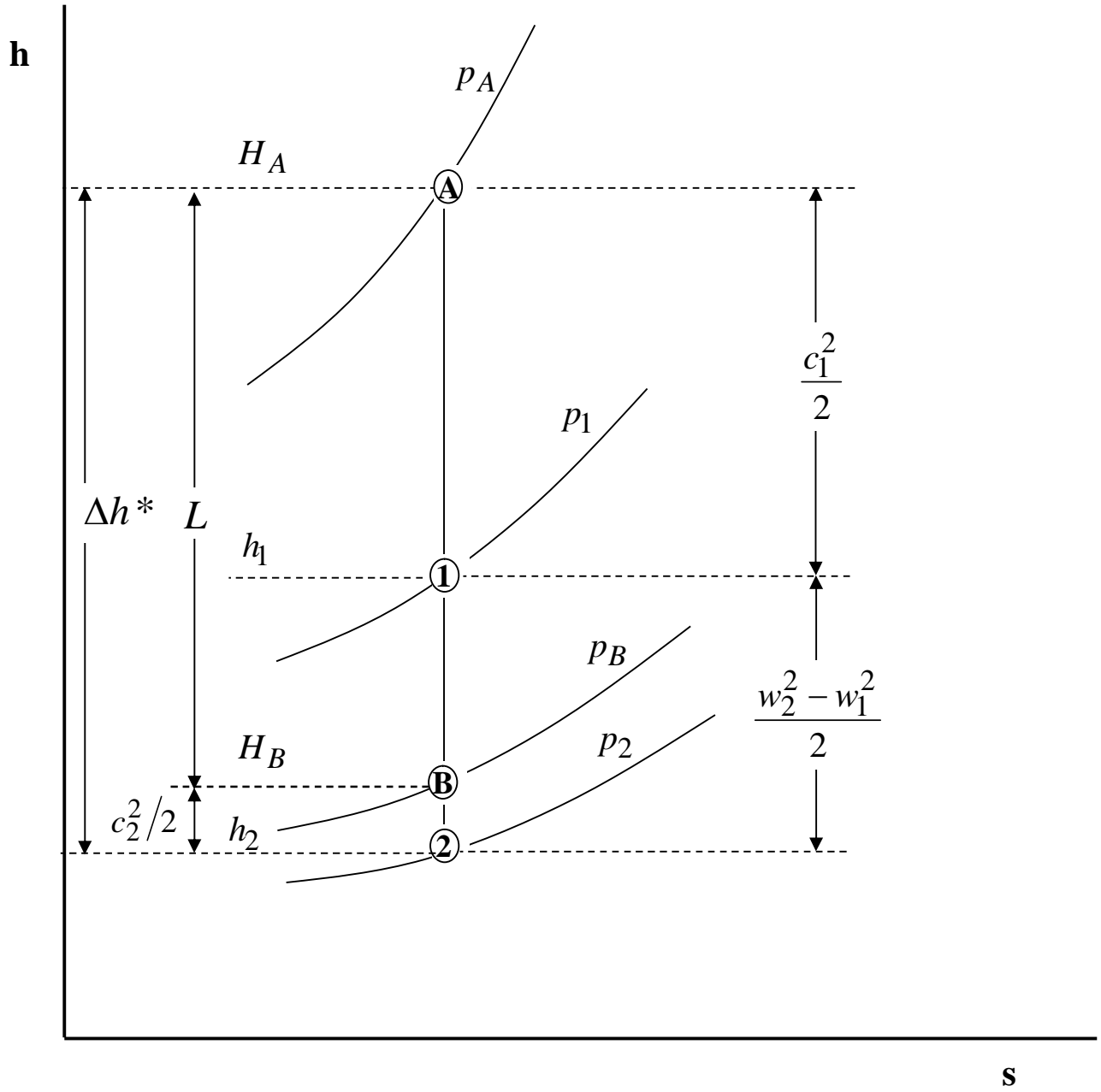
$$\dot{m} = \rho c_x \Omega = \rho c_x \pi D_m l = \rho c_x \pi D_m^2 \left( \frac{l}{D_m} \right) \quad (3)$$

La validità dell'ipotesi di flusso radialmente uniforme è strettamente legata al valore del rapporto altezza/diametro della palettatura,  $l/D_m$ : per alti valori di questo rapporto (che in ogni caso, come si vedrà nel seguito, non deve superare il limite di circa 0.3) le variazioni di condizioni lungo l'altezza della palettatura non sono infatti trascurabili.

Come evidenziato dalle figure precedenti il flusso procede attraverso le sezioni di passaggio:

- Ingresso statore (0);
- Uscita statore ó Ingresso Rotore (1);
- Uscita rotore (2) ó Scarico dallo stadio

Nel caso più generale lo stadio in esame sarà uno intermedio di una turbina multistadio: quindi le condizioni nella sezione 0 saranno quelle di scarico dallo stadio precedente, mentre quelle in 2 saranno anche le condizioni di ingresso nello stadio successivo.



### 1.1) Le trasformazioni termodinamiche nello stadio

Si farà inizialmente riferimento a uno stadio con flusso comprimibile adiabatico e privo di effetti dissipativi. Con riferimento alla figura, lo stadio di turbina ha quindi a disposizione per la conversione in energia meccanica un salto entalpico totale dato da:

$$\Delta h^* = H_A - h_2 \quad (4)$$

in cui  $H_A$  è l'entalpia totale nelle condizioni 0 di ingresso allo statore e  $h_2$  è l'entalpia nelle condizioni statiche 2 allo scarico dal rotore.

#### - Trasformazioni nello statore

In condizioni di flusso adiabatico, lo statore avrà il solo ruolo di conversione dell'energia potenziale termodinamica in energia cinetica. L'ipotesi di assenza di fenomeni garantisce inoltre la costanza della pressione totale nel passaggio dalla sezione 0 a quella 1:

$$\begin{aligned} p_{00} &= p_{01} = p_A \\ H_A &= h_0 + \frac{c_0^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2} \end{aligned} \quad (5)$$

L'espansione del fluido nei condotti statorici, con la conseguente caduta di pressione fino al livello  $p_1$ , porterà quindi il livello di energia cinetica al valore:

$$\frac{c_1^2}{2} = H_A - h_1 = \int_{p_1}^{p_A} v dp \quad (6)$$

#### - Trasformazioni nel rotore

Nel flusso attraverso i condotti mobili rotorici avrà luogo il completamento dell'espansione del fluido fino alla pressione di scarico  $p_2$  e al relativo livello di entalpia  $h_2$ . Le condizioni totali nel flusso assoluto attraverso la sezione di scarico 2 saranno quindi:

$$\begin{aligned} p_{02} &= p_B \\ H_B &= h_2 + \frac{c_2^2}{2} \end{aligned} \quad (7)$$

Trattandosi di un processo adiabatico che avviene in una macchina motrice, quindi con trasferimento di energia positivo ( $L > 0$ ), il livello di entalpia totale all'uscita del rotore,  $H_B$ , sarà minore di quello di ingresso,  $H_A$ . L'equazione di bilancio dell'energia sarà quindi:

$$\text{Equazione dell'energia : } L = H_A - H_B = h_1 - h_2 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} = \Delta h^* - \frac{c_2^2}{2} \quad (8)$$

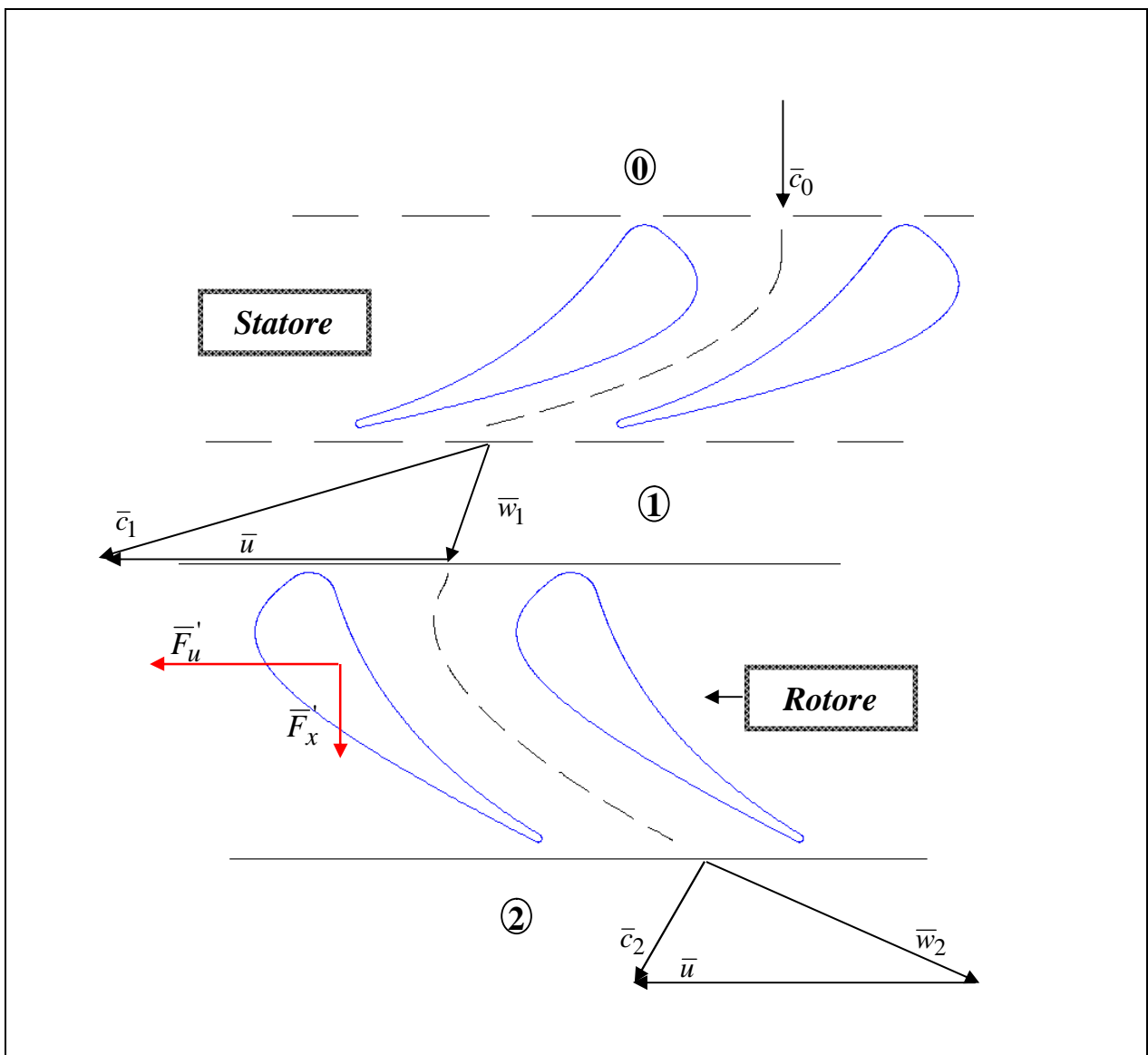
### 1.2) Lo scambio di lavoro nel rotore

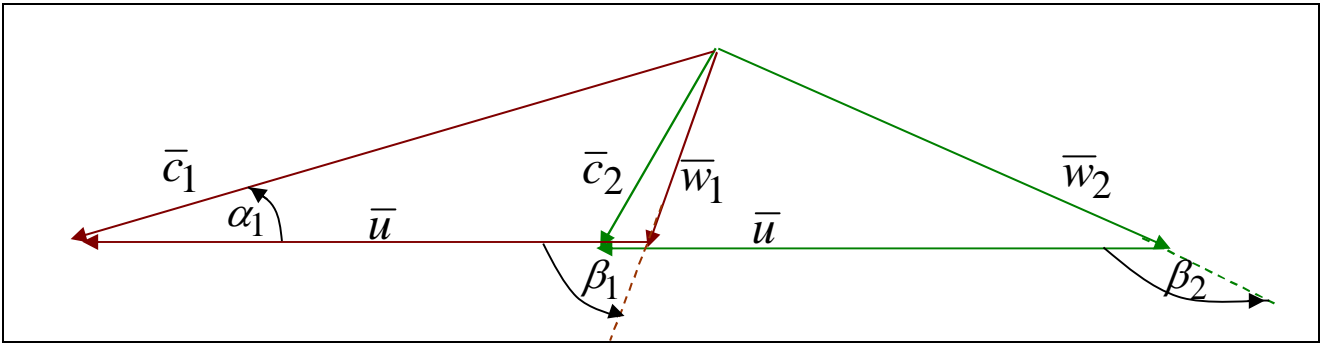
Il lavoro ottenuto nello stadio di turbina corrisponde alla caduta di entalpia totale  $H_A - H_B$ ; viene quindi sfruttato il salto entalpico disponibile, a meno dell'energia cinetica allo scarico che va

quindi considerato come perdita per lo stadio in esame. Ne deriva la definizione del *rendimento di palettatura ideale*:

$$\text{Rendimento di palettatura ideale: } \eta_{p,id} = \frac{L}{\Delta h^*} = 1 - \frac{c_2^2/2}{\Delta h^*} \quad (9)$$

La denominazione di tale rendimento dipende, innanzitutto, dalle ipotesi di flusso ideale fin qui assunte. Il suo valore è il risultato della situazione di velocità assolute e relative nello stadio e quindi della forma delle palettature fisse e mobili, nonché della velocità di trascinamento delle pale rotoriche. Occorre quindi riferirsi a una rappresentazione, generica ma completa, degli elementi statorici e rotorici dello stadio e dei triangoli di velocità.





Con riferimento alle figure che riportano in dettaglio il disegno delle palettature e i triangoli di velocità, è possibile osservare che:

- Lo statore genera un flusso accelerato verso lo scarico (sezione 1) grazie alla forma del condotto tra due pale adiacenti. Il condotto può risultare infatti a pareti convergenti nel caso di flussi subsonici o incomprimibili o convergenti ó divergenti nel caso di flussi transonici. La curvatura del condotto è causata inoltre dall'inclinazione della velocità  $\bar{c}_1$  rispetto alla direzione della velocità periferica  $\bar{u}$ , secondo l'angolo  $\alpha_1$ .
- Il rotore riceve il flusso secondo la velocità relativa di ingresso  $\bar{w}_1$ , orientata secondo l'angolo  $\beta_1$ . La forma delle pale determina quella del condotto rotorico e quindi la possibilità di generare un flusso accelerato nel moto relativo ( $w_2 > w_1$ ). La velocità relativa di scarico,  $\bar{w}_2$ , è inclinata dell'angolo  $\beta_2$  rispetto alla velocità periferica e, attraverso la composizione con quest'ultima, dà luogo alla velocità nel sistema di riferimento assoluto,  $\bar{c}_2$ .

Va ricordato che la relazione tra velocità assolute e periferiche, in assenza di componenti radiali, è data da:

$$\bar{c} = \bar{w} + \bar{u} \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} w_{1x} = c_{1x} \\ w_{1u} = c_{1u} - u \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} c_{2x} = w_{2x} \\ c_{2u} = w_{2u} + u \end{array} \right\} \quad (10)$$

Il meccanismo di scambio di lavoro è descritto dall'equazione di Eulero, espressa nel caso in particolare di  $u_2 = u_1 = u$ :

$$\text{Equazione di Eulero :} \quad L = \left\{ \begin{array}{l} u(c_{1u} - c_{2u}) = u(w_{1u} - w_{2u}) \\ \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \end{array} \right. \quad (11)$$

Le componenti assiali e tangenziali delle velocità sono legate agli angoli di flusso dalle relazioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 \sin(\alpha_1) = c_{1x} = w_{1x} = w_1 \sin(\beta_1) \\ c_{1u} = c_1 \cos(\alpha_1) ; w_{1u} = w_1 \cos(\beta_1) \end{array} \right\} ; \left\{ \begin{array}{l} c_2 \sin(\alpha_2) = c_{2x} = w_{2x} = w_2 \sin(\beta_2) \\ c_{2u} = c_2 \cos(\alpha_2) ; w_{2u} = w_2 \cos(\beta_2) \end{array} \right\} \quad (12)$$

Nel caso di componente assiale uniforme nell'attraversamento del rotore ( $c_{2x}=c_{1x}=c_x$ ), si ricava, dalla prima forma dell'equazione di Eulero:

$$L = \begin{cases} u\Delta c_u = uc_x(\cotg(\alpha_1) - \cotg(\alpha_2)) \\ u\Delta w_u = uc_x(\cotg(\beta_1) - \cotg(\beta_2)) \end{cases} \quad (13)$$

L'equazione (13) si presta a numerose interessanti interpretazioni:

- Va innanzitutto ricordato che il trasferimento di energia meccanica è dovuto sia alla velocità della macchina ( $u$ ), sia alla variazione di componente tangenziale delle velocità del flusso;
- Osservando che risulta  $\Delta c_u = \Delta w_u$ , la variazione di componenti tangenziali è comunque affidata alla forma delle pale rotoriche e, in particolare alla variazione tra gli angoli di flusso relativi  $\beta_1$  e  $\beta_2$ ;
- Un elevato valore di  $\Delta c_u$  implica che lo statore generi una velocità di uscita  $c_1$  con piccolo angolo di flusso  $\alpha_1$ ; l'aumento di  $\Delta c_u$  è inoltre favorito da un valore nullo o negativo dell'angolo di flusso assoluto allo scarico  $\alpha_2$ .

L'ultima affermazione va comunque confrontata con la definizione di rendimento di palettatura (9), in base alla quale la massima efficienza dello stadio è ottenuta minimizzando la perdite di energia cinetica allo scarico. È intuitivo che, fissato il valore della componente assiale  $c_{2x}$  della velocità ai fini dello smaltimento della portata, la minima velocità di scarico  $c_2$  è ottenuta annullando la componente tangenziale  $c_{2u}$ . Se quindi l'obiettivo di aumentare il lavoro secondo la (11) o la (13) suggerirebbe di realizzare valori  $c_{2u} < 0$ , va osservato che in questo caso potrebbe risultare eccessivo il salto entalpico messo a disposizione dello stadio e quindi la perdita di energia cinetica.

### 1.3) Il grado di reazione

Si è già visto al par. 1.1 che, in generale, una parte del salto entalpico totale,  $\Delta h^*$ , a disposizione dello stadio viene smaltita direttamente nel rotore. È nota inoltre la definizione di grado di reazione:

$$\text{Grado di Reazione : } R = \frac{h_1 - h_2}{L} = 1 - \frac{\frac{c_1^2 - c_2^2}{2}}{\frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}} \quad (14)$$

In base a tale definizione, il grado di reazione esprime il rapporto tra la caduta di entalpia rotorica,  $h_1 - h_2$ , e il lavoro trasferito dal fluido al rotore. Attraverso il confronto tra equazione di bilancio dell'energia e equazione di Eulero:

$$\begin{aligned}
 \text{Equazione dell'energia : } L = H_A - H_B &= \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + h_1 - h_2 \\
 \text{Equazione di Eulero : } L &= \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}
 \end{aligned} \tag{15}$$

si osserva che la caduta di entalpia (secondo la trasformazione isentropica 1 ó 2) è associata all'aumento di energia cinetica nel moto relativo, e quindi alla forma e all'assetto delle pale rotoriche.

Per gli stadi di turbina (e, in particolare, per quelli assiali discussi in questo capitolo) è usuale riferirsi a una diversa definizione del grado di reazione, basata sul salto entalpico totale  $\Delta h^*$ :

$$\text{Grado di Reazione : } R^* = \frac{h_1 - h_2}{\Delta h^*} = 1 - \frac{\frac{c_1^2}{2}}{\frac{c_1^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}} = R\eta_{p,id} \tag{16}$$

È evidente che la differenza numerica tra il grado di reazione definito con la (14) e quello,  $R^*$ , calcolato attraverso la (16) è modesta per valori elevati (prossimi all'unità) del rendimento di palettatura. Concettualmente, la definizione di  $R^*$  esprime in modo più diretto la distinzione tra il ruolo dell'elemento statorico e di quello rotorico:

- Per  $R^*=0$ , tutto il salto entalpico  $\Delta h^*$  viene convertito in energia cinetica allo scarico dallo statore,  $c_1^2/2$ . Nel rotore non vi è alcuna variazione di entalpia, e quindi di energia cinetica relativa, e il suo ruolo è quindi unicamente quello di provocare una deviazione del flusso relativo.
- Per un valore generico del grado di reazione ( $0 \leq R^* \leq 1$ ), la velocità allo scarico dallo statore è immediatamente calcolabile come:

$$c_1 = \sqrt{(1 - R^*)} \sqrt{2\Delta h^*} \tag{17}$$

ed è quindi evidente che un valore  $R^* > 1$  non avrebbe alcun significato fisico.

#### 1.4) Il rendimento di palettatura in funzione dei parametri operativi dello stadio

Da quanto visto in precedenza, il rendimento di palettatura ideale tiene conto esclusivamente della energia cinetica allo scarico, da considerarsi come perdita per lo stadio ma non necessariamente per la macchina. Infatti, le condizioni allo scarico dallo stadio in esame potrebbero essere quelle di ingresso per lo stadio successivo.

Più correttamente, quindi, il rendimento di palettatura ideale di uno stadio intermedio è un indice della più o meno efficiente utilizzazione delle palettature statoriche e rotoriche; ambedue i sistemi subiscono infatti sollecitazioni crescenti con le differenze di pressione all'estremità e con le variazioni di velocità assolute e relative e, in definitiva, con il salto entalpico totale a disposizione dello stadio,  $\Delta h^*$ . Un basso valore del rendimento di palettatura segnala quindi che una parte rilevante delle forze esercitate dal flusso sulla palettatura non si è rivelata utile ai fini del trasferimento di energia meccanica.

In base, all'ultima considerazione, è quindi opportuno ottimizzare il rendimento di palettatura anche degli stadi intermedi, al fine di ottenere la più efficiente utilizzazione dei sistemi di pale statori che e rotoriche.

Il **calcolo generale di uno stadio** può essere eseguito a partire da un insieme di *parametri liberi*, di seguito elencati:

- Il salto entalpico totale,  $\Delta h^*$ ;
- Il grado di reazione,  $R^*$ ;
- La velocità periferica,  $u$ ;
- L'angolo di flusso statorico,  $\alpha_1$ ;
- Il rapporto di velocità assiali,  $AVR = c_{2x}/c_{1x}$

Una volta assegnati tali parametri, il calcolo delle variabili cinematiche dello stadio procede attraverso le relazioni:

$$\begin{aligned}
 c_1 &= \sqrt{(1-R^*)} \sqrt{2\Delta h^*} ; \begin{cases} c_{1x} = c_1 \sin(\alpha_1) \\ c_{1u} = c_1 \cos(\alpha_1) \end{cases} \\
 w_{1u} &= c_{1u} - u ; \quad w_1 = \sqrt{c_{1x}^2 + w_{1u}^2} ; \quad \cos(\beta_1) = \frac{w_{1u}}{w_1} \\
 w_2 &= \sqrt{w_1^2 + R^* 2\Delta h^*} ; \quad c_{2x} = AVR c_{1x} ; \quad w_{2u} = -\sqrt{w_2^2 - c_{2x}^2} ; \quad \cos(\beta_2) = \frac{w_{2u}}{w_2} \\
 c_{2u} &= w_{2u} + u ; \quad c_2 = \sqrt{c_{2x}^2 + w_{2u}^2} ; \quad \cos(\alpha_2) = \frac{c_{2u}}{c_2}
 \end{aligned} \tag{18}$$

È quindi possibile valutare le prestazioni dello stadio:

$$\begin{aligned}
 \text{Lavoro :} \quad L &= \begin{cases} u(c_{1u} - c_{2u}) = u(w_{1u} - w_{2u}) \\ \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \end{cases} \\
 \text{Rendimento di palettatura ideale :} \quad \eta_{p,id} &= \frac{L}{\Delta h^*} = 1 - \frac{c_2^2/2}{\Delta h^*}
 \end{aligned} \tag{19}$$

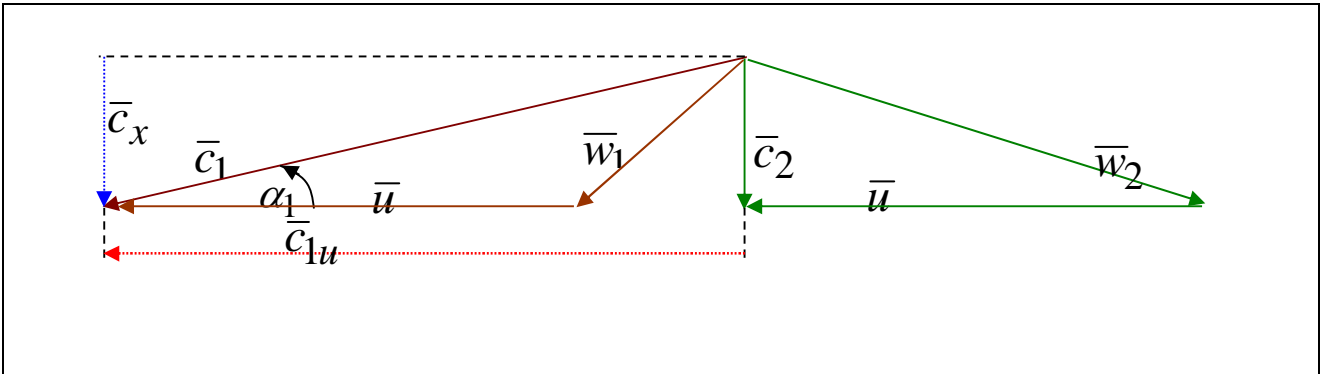
Tali prestazioni sembrano quindi essere funzione di ben 5 variabili ( $\Delta h^*$ ,  $R^*$ ,  $u$ ,  $\alpha_1$ ,  $AVR$ ) e la ricerca di condizioni ottimali per lo stadio appare abbastanza complessa. In realtà, l'analisi e l'ottimizzazione delle condizioni operative dello stadio di turbina assiale può essere semplificata, come si mostrerà nel seguito, attraverso il ricorso a parametri adimensionali.

Come ulteriore semplificazione, si assumerà che il rapporto di velocità assiali sia unitario:

$$AVR = 1 \Rightarrow c_{2x} = c_{1x} = c_x.$$

Inoltre, si esamineranno solo le situazioni che minimizzano l'energia cinetica allo scarico dallo stadio. Come visto in precedenza, tali situazioni comportano che sia:  $c_{2u} = 0 \Rightarrow \alpha_2 = 90^\circ$ . Pertanto, la velocità di scarico,  $c_2$ , sarà orientata secondo la direzione assiale ( $c_2 = c_x$ ) e la perdita per energia cinetica sarà data da:

$$\frac{c_2^2}{2} = \frac{c_1^2}{2} \sin^2(\alpha_1) = (1 - R^*) \Delta h^* \sin^2(\alpha_1) \quad (20)$$



In figura sono rappresentati i triangoli di velocità, corrispondenti a una generica situazione con  $(0 \leq R^* \leq 1)$ , in cui si è realizzata la minima perdita di energia cinetica allo scarico.

Nella stessa situazione, il lavoro e il rendimento di palettatura saranno dati da:

$$\begin{aligned} \text{Lavoro :} \quad L &= u c_{1u} = u c_1 \cos(\alpha_1) = \frac{u^2}{(u/c_1)} \cos(\alpha_1) = c_1^2 (u/c_1) \cos(\alpha_1) = 2(1 - R^*) \Delta h^* (u/c_1) \cos(\alpha_1) \\ \text{Rend. di palettatura ideale :} \quad \eta_{p,id} &= \frac{L}{\Delta h^*} = 1 - \frac{c_2^2/2}{\Delta h^*} = 1 - (1 - R^*) \sin^2(\alpha_1) = \cos^2(\alpha_1) + R^* \sin^2(\alpha_1) \end{aligned} \quad (21)$$

Le relazioni (21) danno luogo ad alcune interessanti considerazioni:

- Il lavoro dello stadio è proporzionale al quadrato della velocità periferica secondo parametri adimensionali: il rapporto cinematico  $(u/c_1)$  e l'angolo di flusso statorico  $\alpha_1$ . L'uguaglianza di tali parametri, unita alle condizione già imposte ( $AVR=1$  ;  $c_{2u} = 0$ ) soddisfa criteri di similitudine per i triangoli di velocità e quindi di *similitudine cinematica*. L'espressione (21) del lavoro è quindi valida per tutte le situazioni caratterizzate da triangoli di velocità simili (ad esempio, riduzione contemporanea della velocità periferica e della componente assiale della velocità di rotazione secondo un rapporto costante)
- Il rendimento di palettatura ideale è strettamente dipendente dall'angolo  $\alpha_1$  e, per un qualunque grado di reazione  $R^*$ , aumenta al diminuire del valore di questo angolo. Dato un valore di  $\alpha_1$ , il minimo rendimento corrisponde al grado di reazione nullo ( $R^* = 0$ ). La situazione limite si avrebbe per grado di reazione unitario, nel qual caso anche il rendimento di palettatura sarebbe unitario indipendentemente dall'angolo  $\alpha_1$ .

Va anche osservato che le relazioni (21) sono valide nel caso di triangoli di velocità in cui la velocità assoluta di scarico abbia la direzione assiale, ottimizzando così il rendimento di palettatura; il rapporto  $(u/c_1)$  presente in tali relazioni rappresenta quindi quello ottimale in quanto conduce alla minima perdita di energia cinetica allo scarico. Il rapporto  $(u/c_1)_{opt}$  può essere quindi ricavato confrontando le espressioni (21) del lavoro e del rendimento di palettatura ideale:

$$2(1-R^*)(u/c_1)_{opt} \cos(\alpha_1) = \cos^2(\alpha_1) + R^* \sin^2(\alpha_1)$$

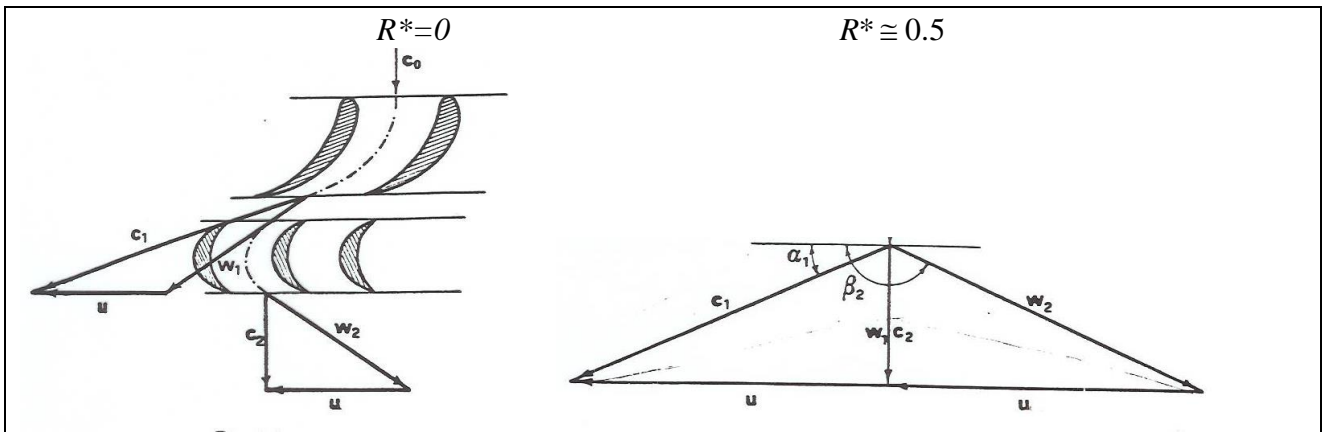
↓

$$\left(\frac{u}{c_1}\right)_{opt} = \frac{\cos^2(\alpha_1) + R^* \sin^2(\alpha_1)}{2(1-R^*)\cos(\alpha_1)} = \frac{\cos(\alpha_1)}{2} + \frac{R^*}{2(1-R^*)\cos(\alpha_1)} \quad (22)$$

Da tale espressione si ritrovano alcuni risultati noti, riguardanti il valore del rapporto di velocità ottimale al variare del grado di reazione:

$R^* = 0$	$\Rightarrow$	$\left(\frac{u}{c_1}\right)_{opt} = \frac{\cos(\alpha_1)}{2}$	;	$\eta_{p,id} = \cos^2(\alpha_1)$	
$R^* \cong 0.5$	$\Rightarrow$	$\left(\frac{u}{c_1}\right)_{opt} = \cos(\alpha_1)$	;	$\eta_{p,id} = \frac{2\cos^2(\alpha_1)}{1 + \cos^2(\alpha_1)}$	(23)
$R^* = 1$	$\Rightarrow$	$\left(\frac{u}{c_1}\right)_{opt} = \infty$	;	$\eta_{p,id} = 1$	

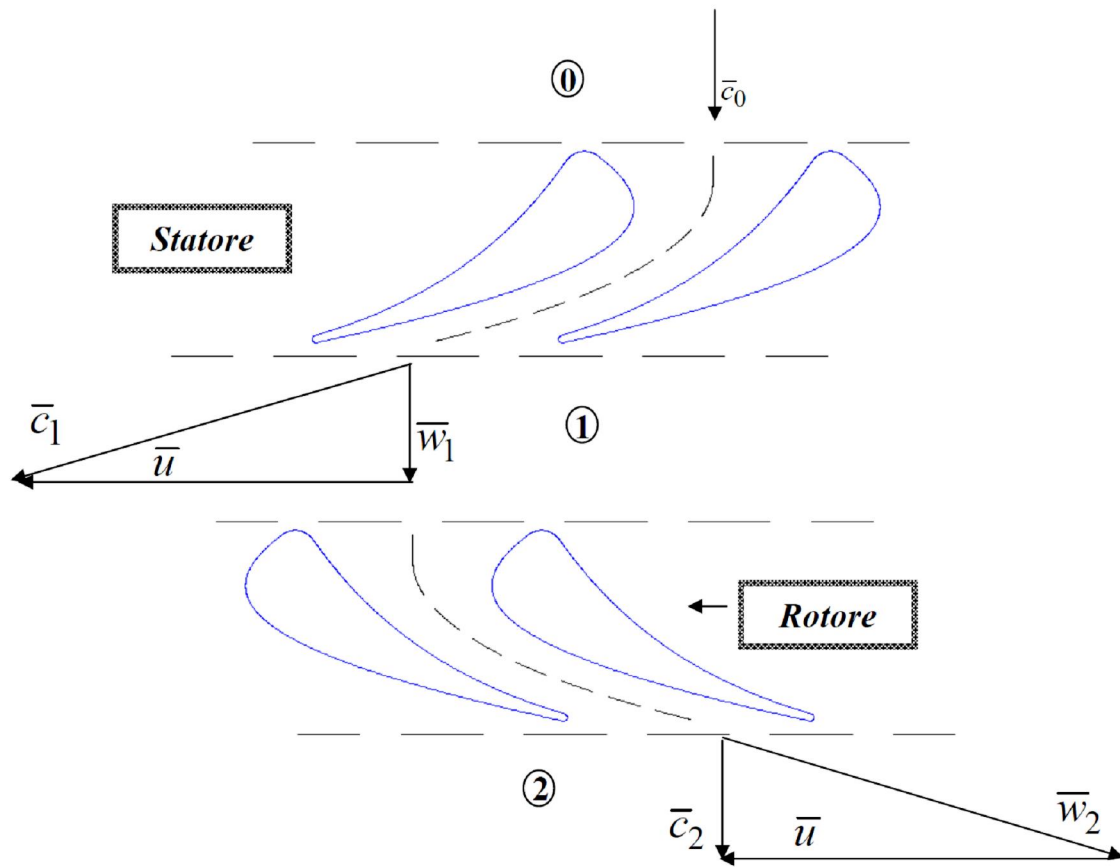
Si riportano di seguito i triangoli di velocità, già noti, nel caso di stadio di turbina ad azione ( $R^*=0$ ) e di quello con  $R^* \cong 0.5$ .



Va osservato che nel secondo caso il valore corretto del grado di reazione è  $R^* = \frac{\cos^2(\alpha_1)}{1 + \cos^2(\alpha_1)}$ , che risulta pari a circa 0.5 per piccoli valori dell'angolo di flusso statorico  $\alpha_1$  (quindi con  $\cos^2(\alpha_1) \cong 1$ ) che, come già visto, sono necessari per un alto rendimento di palettatura.

Viene infine confermato che il grado di reazione unitario rappresenta una situazione limite, in quanto richiederebbe un rapporto di velocità infinito.

**Grado di reazione  $R^* \cong 0.5$**



### 1.5) Il salto entalpico di stadio e la necessità di turbine multistadio

Introducendo nell'espressione (21) del lavoro la relazione (22) per il rapporto di velocità ottimale, si ottengono le relazioni che legano il lavoro e il coefficiente di carico dello stadio di turbina assiale alla velocità periferica e ai parametri operativi dello stadio ( $R^*$ ,  $\alpha_1$ ):

$$\begin{aligned}
 L &= u^2 \left( 2 - \frac{2R^*}{R^* + (1 - R^*)\cos^2(\alpha_1)} \right) \\
 \psi &= \frac{L}{u^2/2} = 4 - \frac{4R^*}{R^* + (1 - R^*)\cos^2(\alpha_1)} \\
 \Delta h^* &= \frac{L}{\eta_{p,id}} = \frac{L}{\cos^2(\alpha_1) + R^* \sin^2(\alpha_1)}
 \end{aligned} \tag{24}$$

E si ritrovano quindi alcuni valori noti relativi a particolari livelli del grado di reazione:

$$\begin{aligned}
 R^* = 0 &\quad \Rightarrow \quad L = 2u^2 && ; \quad \psi = 4 \\
 R^* \cong 0.5 &\quad \Rightarrow \quad L = u^2 && ; \quad \psi = 2 \\
 R^* = 1 &\quad \Rightarrow \quad L = 0 && ; \quad \psi = 0
 \end{aligned} \tag{25}$$

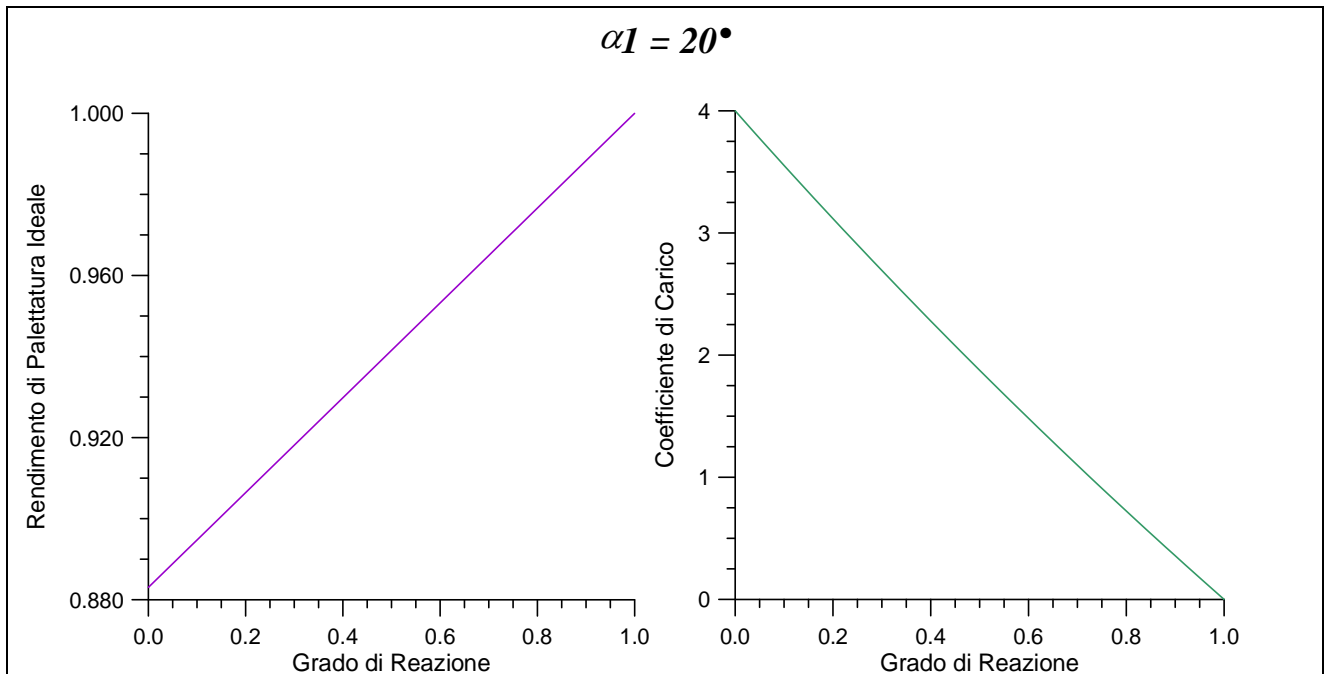
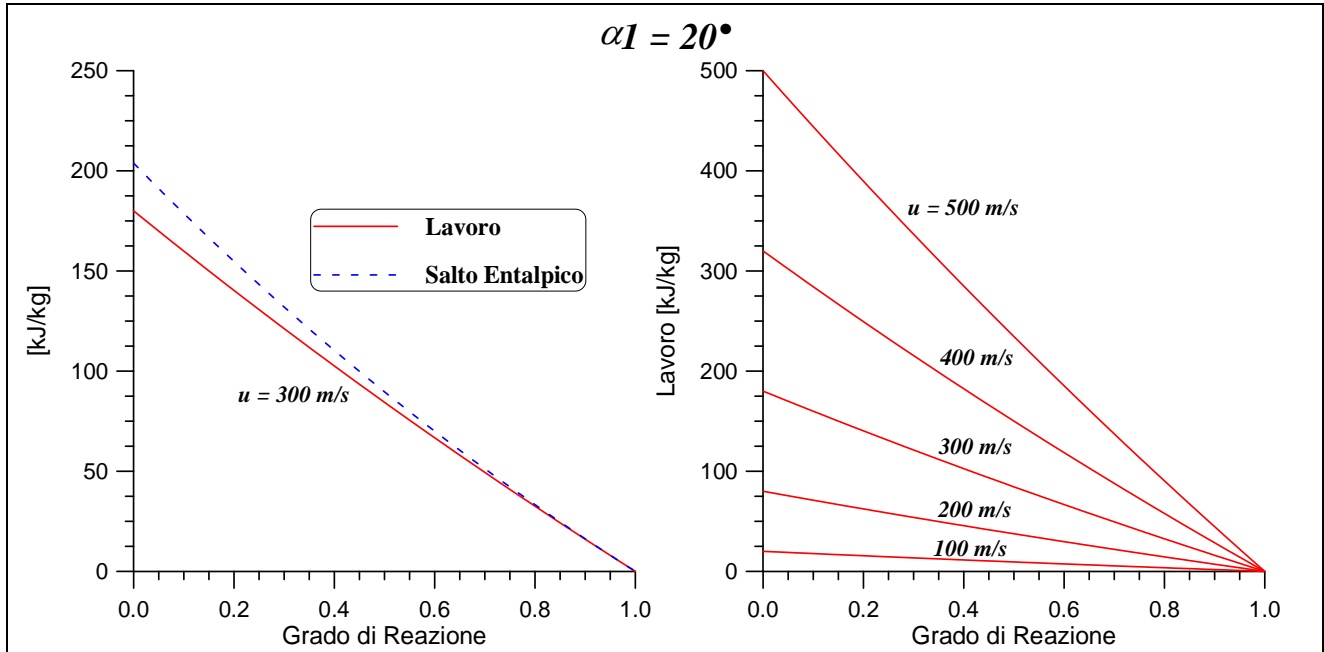
Come già osservato in precedenza, per piccoli valori dell'angolo di flusso statorico  $\alpha_1$  risulta ( $\cos^2(\alpha_1) \cong 1$ ): pertanto, le espressioni 24 si semplificano nelle relazioni lineari con il grado di reazione:

$$\begin{aligned}
 L &= 2u^2(1 - R^*) \\
 \psi &= \frac{L}{u^2/2} = 4(1 - R^*)
 \end{aligned} \tag{26}$$

L'utilizzo delle relazioni semplificate (26) appare del tutto giustificata dal reale andamento del lavoro e del salto entalpico di stadio ottenuto attraverso le relazioni esatte (24) e rappresentato in figura. Va ricordato che sia le relazioni (24) ó (26), sia i diagrammi delle figure successive si riferiscono alle condizioni di miglior rendimento di palettatura; per ciascuna coppia di parametri ( $R^*$ ,  $\alpha_1$ ) il lavoro e il salto entalpico realizzabile in uno stadio di turbina assiale sono crescenti con la velocità periferica. Quest'ultima costituisce quindi il reale limite alla possibilità di smaltimento del salto entalpico da parte di un singolo stadio di turbina.

La causa principale di limitazione della velocità periferica delle pale rotoriche risiede sicuramente nella necessità di controllare le forze centrifughe che sollecitano a trazione le pale stesse. Il valore limite è variabile, naturalmente, con la temperatura del fluido evolvente e con il materiale della pala. Si ricorda, ad esempio, che la temperatura di ingresso in una turbina a gas può superare i 1600 ó 1700 K, ove quella in una turbina a vapore d'acqua è usualmente di circa 800 ó 850 K. Le due tipologie di turbine fanno però anche ricorso metalli diversi per le pale e la prima è dotata, nei primi stadi, di un sistema di raffreddamento. Questi vari fattori concorrono alla determinazione delle sollecitazioni ammissibili e quindi della velocità periferica limite della pala. I

valori più ricorrenti sono compresi tra i 250 m/s e i 500 m/s: i livelli più bassi sono tipici dei rotori dei primi stadi di turbine a vapore, ove quelli più alti si ritrovano all'apice delle pale di bassa pressione delle stesse turbine a vapore. In quest'ultimo caso, le temperature del vapore sono notevolmente più basse e il massimo livello di velocità, come detto, si riscontra all'apice della pala: la velocità periferica media rimane attorno ai 350 m/s.



Va ricordato che una turbina a vapore di medio-grande potenza ha a disposizione un salto entalpico complessivo di 1200 ó 1600 kJ/kg (quest'ultimo valore si riferisce a turbine operanti in impianti con ciclo a risurriscaldamento): considerando, ad esempio, una velocità periferica media di 300 m/s, il diagramma del lavoro e del salto entalpico di stadio evidenzia che il lavoro ottenibile da un singolo stadio è di circa 180 kJ/kg se lo stadio è ad azione ( $R^* = 0$ ) e di circa 90 kJ/kg per un grado di reazione intermedio ( $R^* = 0.5$ ). Se quindi il valore citato rappresenta il limite ammissibile

per la velocità periferica, ne consegue la necessità di frazionare il salto entalpico complessivo in un numero di stadi variabile, a seconda del grado di reazione, tra 7 e 18. In realtà, la necessità di frazionamento nasce anche da altre esigenze:

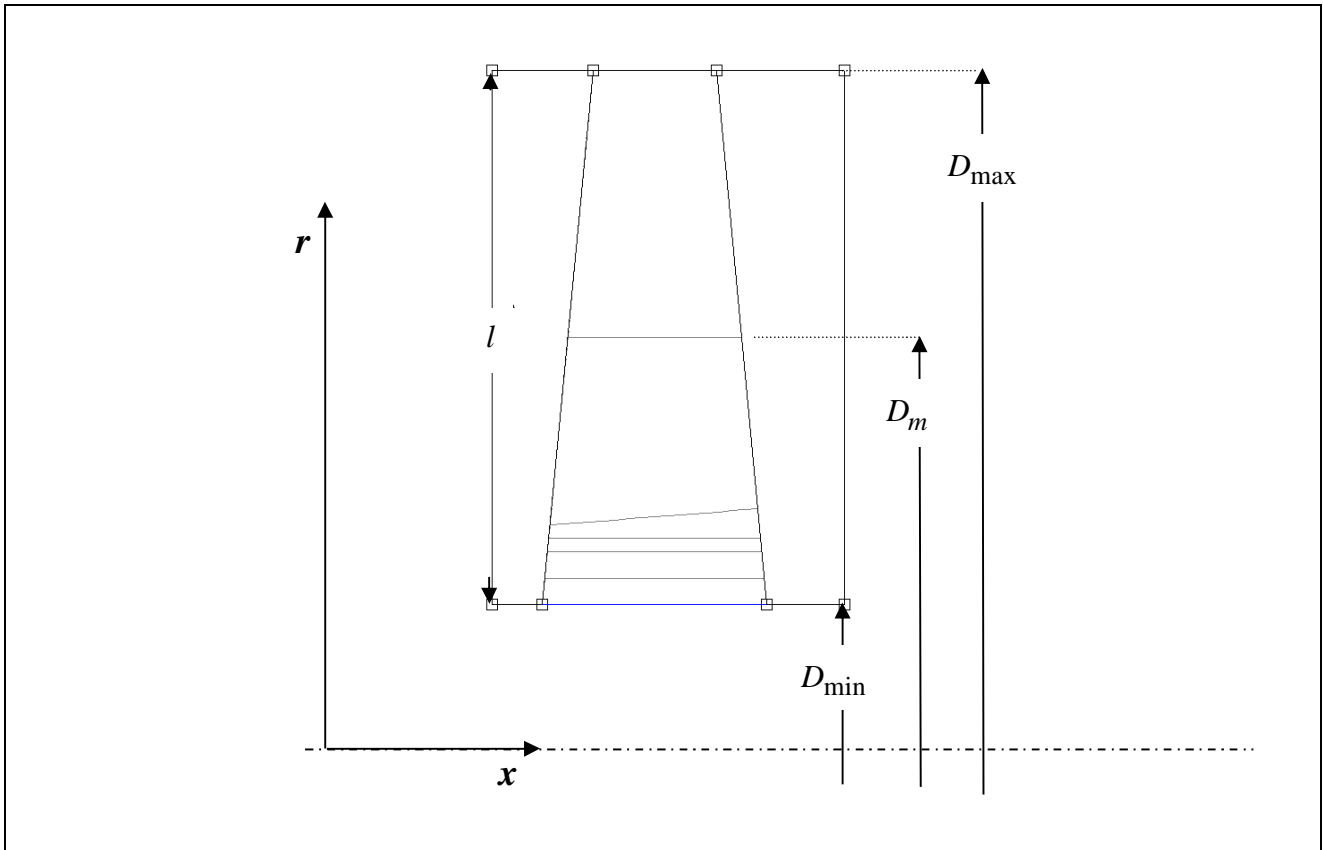
- Come si vede dal diagramma del rendimento di palettatura ideale, il suo valore varia da circa 0.88 ( $R^* = 0$ ) a 0.93 (per  $R^* = 0.5$ ). Una ipotetica turbina monostadio, che realizzasse quindi l'intero salto entalpico, risentirebbe di una perdita per energia cinetica del 12 ó 7 %, cui vanno aggiunte quelle per fenomeni dissipativi nel flusso attraverso la macchina. Il rendimento interno della turbina risulterebbe quindi eccessivamente penalizzato. Ripartendo, invece, il salto entalpico, la perdita per energia cinetica riguarda solo l'ultimo stadio e quindi incide solo su una frazione del salto entalpico complessivo
- Soprattutto in una turbina a vapore, la variazione di volume specifico dalle condizioni di ingresso in alta pressione a quelle di scarico al condensatore è notevolissima: anche 3 ordini di grandezza. Una turbina monostadio dovrebbe quindi realizzare, nello spazio riservato a una palettatura statorica e a una rotorica, tale variazione. Verrebbe così meno l'ipotesi, alla base dello studio della turbomacchina assiale, di flusso su superfici cilindriche, in quanto l'altezza di pala e il diametro medio dovrebbero essere rapidamente crescenti per compensare la diminuzione di densità. Si ricorda infatti che la portata attraverso lo stadio risponde alla relazione (3).
- La suddivisione in stadi favorisce inoltre, nella turbina a vapore, la presenza di *spillamenti* di vapore da indirizzare a scambiatori rigenerativi.

La turbina assiale di una turbina a gas necessita comunque di una ripartizione in stadi, anche se in numero decisamente inferiore: usualmente, la turbina di una turbina a gas "heavy-duty" è composta da 3 ó 5 stadi. La ragione risiede nel salto entalpico totale più basso di quello per le turbine a vapore (in questo caso, 500 ó 1000 kJ/kg) e nel ricorso, soprattutto per le turbine a gas di ultima generazione, a velocità periferiche mediamente più elevate grazie all'impiego di materiali ad alta resistenza e alle tecniche di raffreddamento avanzate negli stadi esposti ad alta temperatura dei gas.

### 1.6) La necessità di svergolamento delle pale

Quando il rapporto altezza / diametro medio della pala è elevato ( $> 0.1$ ), la variazione di diametro dalla base all'apice della pala non è trascurabile e, con essa, quella di velocità periferica:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{\min} = D_m \left( 1 - \frac{l}{D_m} \right) \quad ; \quad u_{\min} = u_m \left( 1 - \frac{l}{D_m} \right) \\ u_m = \pi D_m \frac{n}{60} \\ D_{\max} = D_m \left( 1 + \frac{l}{D_m} \right) \quad ; \quad u_{\max} = u_m \left( 1 + \frac{l}{D_m} \right) \end{array} \right. \quad (27)$$



Ad esempio, per una velocità periferica media  $u_m = 300 \text{ m/s}$  e un rapporto  $l/D_m = 0.3$ , risulta  $u_{min} = 210 \text{ m/s}$  ;  $u_{max} = 390 \text{ m/s}$ . Questa considerevole differenza di velocità periferica tra le estremità della pala determina la necessità di variare i triangoli di velocità lungo l'altezza della pala stessa. Supponendo, infatti, di voler realizzare un lavoro uniforme lungo l'altezza ed essendo, in condizioni di massimo rendimento di palettatura:

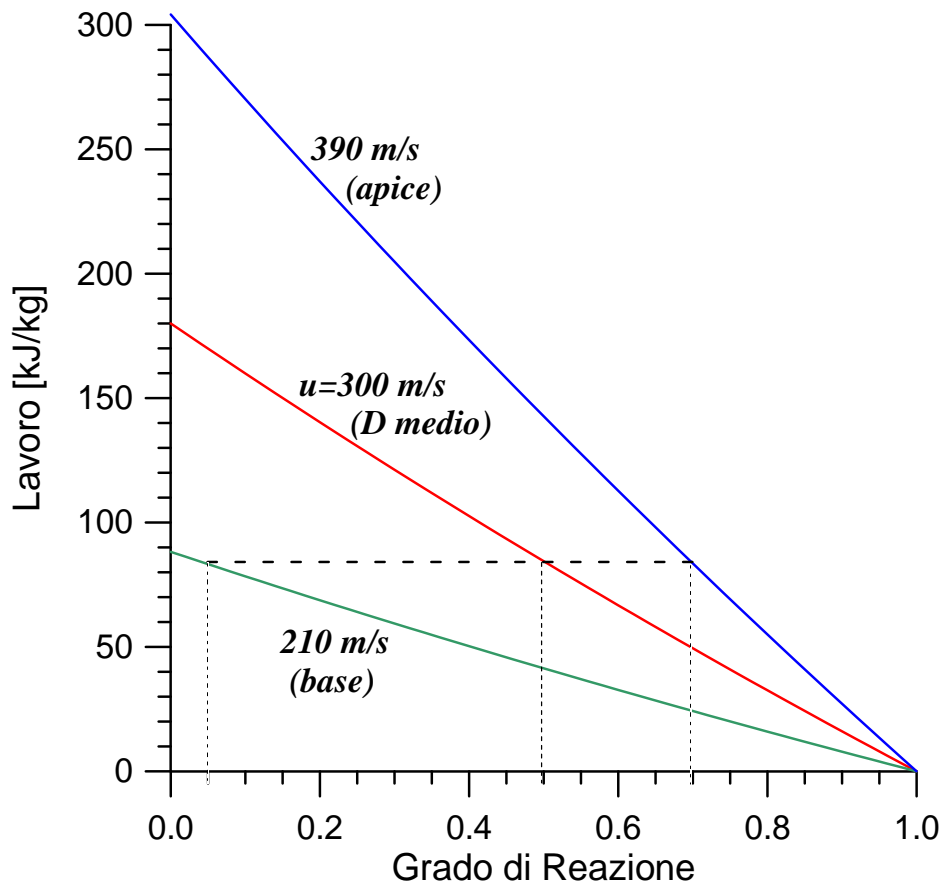
$$L = uc_{1u} = uc_1 \cos(\alpha_1) = u\Delta w_u$$

La costanza del lavoro con il raggio implica la variazione delle componenti tangenziali delle velocità assolute e relative secondo le relazioni:

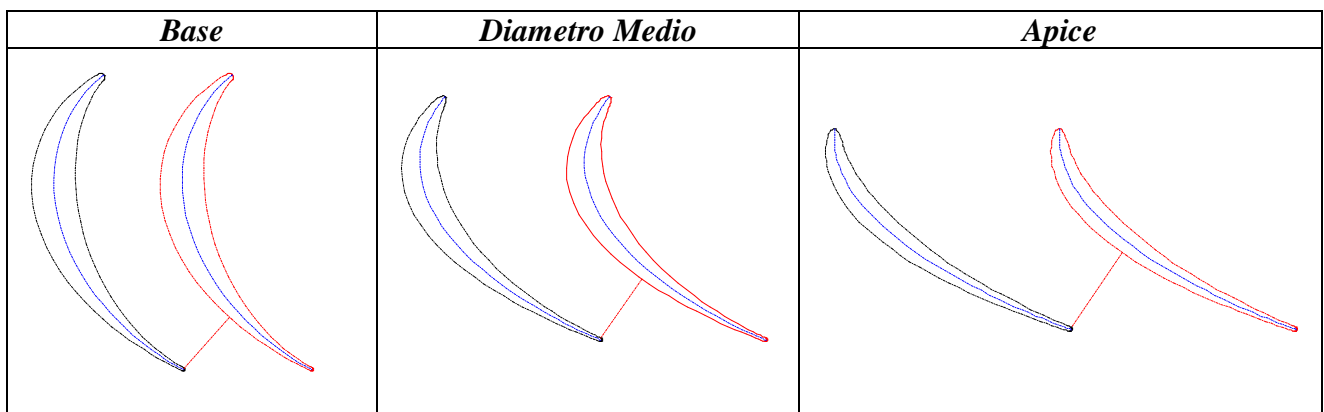
$$L(r) = cost \Rightarrow c_{1u}r = cost \quad ; \quad \Delta w_u r = cost \quad (28)$$

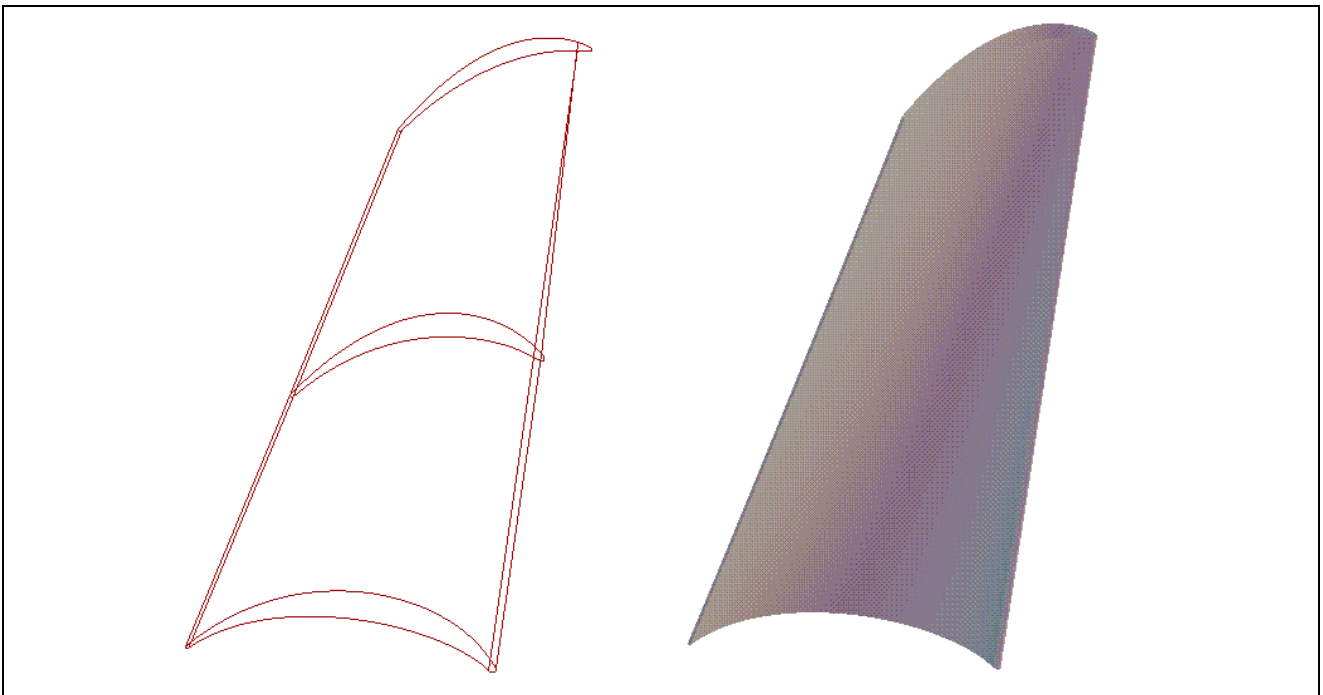
Pertanto, sia la componente tangenziale della velocità assoluta in ingresso al rotore,  $c_{1u}$ , sia la deviazione del flusso relativo rotorico (rappresentata dal termine  $\Delta w_u$ ) devono essere decrescenti col raggio. Tale ultima condizione comporta che la palettatura rotorica deve risultare a profilo variabile lungo l'altezza. Del resto, anche la pala statorica dovrà presentare un bordo di uscita con inclinazione variabile lungo il raggio, dovendo l'angolo di uscita  $\alpha_1$  rispettare la relazione (28).

Le pale statoriche e rotoriche risulteranno quindi *svergolate*, a causa della variazione del loro profilo dalla base all'apice. Il metodo descritto è noto come *svergolamento a vortice libero*, che rappresenta uno dei più diffusi criteri di variazione radiale delle proprietà del flusso. La legge del vortice libero è sintetizzata da una relazione del tipo ( $c_{1u}r = cost$ ) assicura la costanza del flusso di momento di quantità di moto in direzione radiale: tale condizione corrisponde quindi anche a un'uniformità radiale del momento esercitato dal flusso rispetto all'asse di rotazione della macchina.

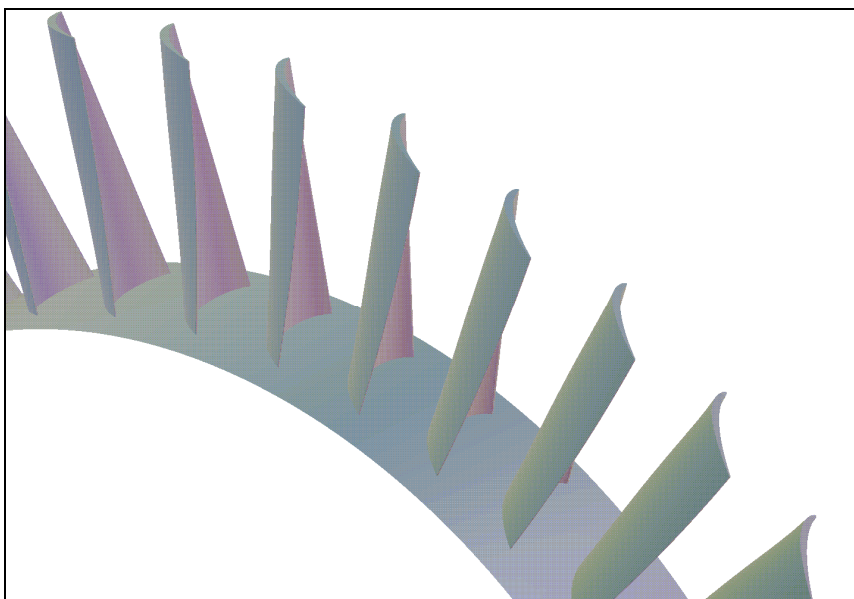


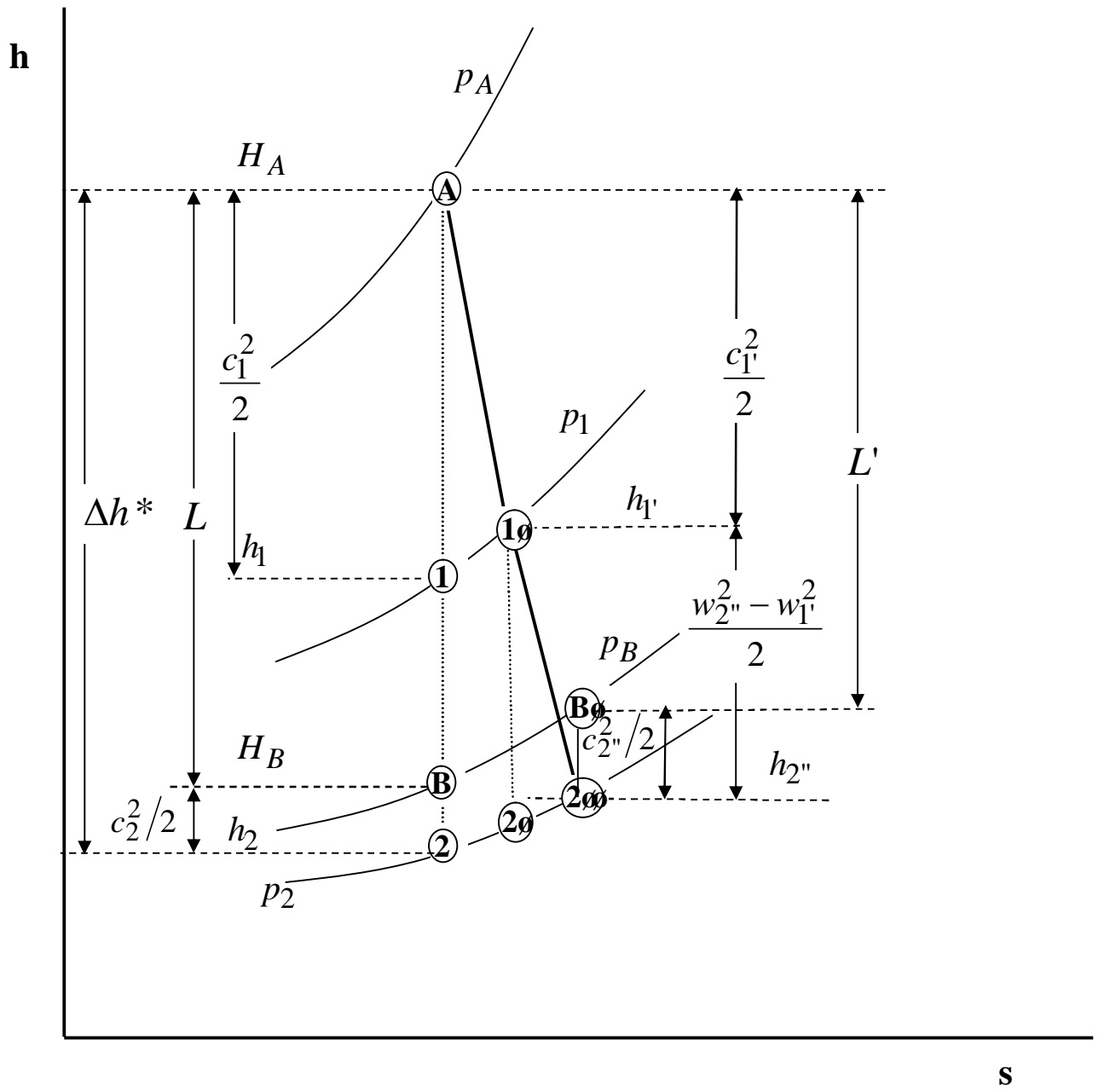
Ricordando l'andamento del lavoro di stadio col grado di reazione e con la velocità periferica, riportato in figura, si nota come il grado di reazione risulti crescente con la posizione radiale. Riprendendo l'esempio precedente ( $u_m = 300 \text{ m/s}$ ,  $l/D_m = 0.3$ ) si nota come, con un lavoro di circa 85 kJ/kg, il grado di reazione risulti di circa 0.5 al diametro medio, con un'escursione da 0.05 a circa 0.7 passando dalla base all'apice della pala. I profili di pala subiscono quindi notevoli variazioni da quello di base a quello di apice, come mostrato dalla figura seguente.





La pala svergolata, una cui vista prospettica è mostrata nella figura precedente, pone ulteriori problemi di resistenza. La pala rotorica, può essere infatti considerata come un solido incastrato, all'estremità di base, al disco o al tamburo della turbina; è soggetta quindi, oltre alle forze centrifughe, alle azioni di taglio e momento flettente derivanti dalle forze aerodinamiche. L'eventuale disallineamento dei centri di applicazione di tali forze in senso radiale aggiunge la possibilità di un momento torcente e l'insorgere di oscillazioni torsionali dovute alla non stazionarietà del flusso sulla pala. I criteri di resistenza della pala svergolata sono quindi usualmente più severi e costituiscono un'ulteriore limitazione al valore massimo del rapporto altezza / diametro medio.





## TRASFORMAZIONI ADIABATICHE REALI NELLO STADIO DI TURBINA

L'analisi dello stadio di turbina ideale, condotto nei paragrafi precedenti, è di notevole importanza per l'individuazione dell'influenza di alcuni parametri caratteristici quali il grado di reazione, il rapporto di velocità ( $u/c_1$ ), gli angoli di flusso. Tale tipo di analisi, basata sulle ipotesi di flusso isentropico attraverso i condotti statorici e rotorici, non tiene però conto degli effetti delle irreversibilità che si traducono in:

- Variazione nei livelli di velocità assolute e relative
- Definizione di rendimenti interni del processo termo-fluidodinamico attraverso statore e rotore.

Con l'aiuto della figura precedente è possibile innanzitutto osservare che le trasformazioni reali nello statore e rotore, ancora adiabatiche ma irreversibili, sono caratterizzate da variazioni nei salti entalpici rispetto alle corrispondenti trasformazioni reversibili. In questa figura, si sono lasciati inalterati il salto di pressione complessivo ( $p_A - p_2$ ) e la pressione intermedia  $p_1$ . In tal modo risulta evidente che:

- Nello statore, il salto entalpico reale ( $H_A - h_1'$ ) risulta inferiore a quello isentropico  $H_A - h_1$ . Conseguentemente, l'energia cinetica allo scarico dallo statore sarà inferiore a quella prevista dalla trasformazione ideale. La perdita di energia cinetica è quindi quantificabile come:

**- Perdita statorica:** 
$$\delta h_{stat} = h_1' - h_1 = \frac{c_1^2}{2} - \frac{c_1'^2}{2} = \xi_s \frac{c_1'^2}{2}$$

- Il coefficiente di perdita statorico,  $\xi_s$ , dipende da vari fattori fluidodinamici e geometrici quali: il numero di Reynolds del flusso assoluto, l'angolo di incidenza sulla pala statorica, l'angolo di flusso allo scarico, la curvatura e lo spessore della pala statorica, la solidità della schiera di pale.
- È evidente che il triangolo di velocità in ingresso al rotore risulterà modificato per effetto della diminuzione della velocità  $c_1$
- Nel rotore, l'espansione risulta alterata per due ragioni:
  - Le condizioni iniziali sono variate (dal punto 1 al punto 1')
  - Anche la trasformazione statorica (1' - 2') è a entropia crescente
- È quindi possibile individuare una perdita rotorica, con il relativo coefficiente di perdita,  $\xi_r$ , che dipende da fattori analoghi al coefficiente di perdita statorico:

**- Perdita rotorica:** 
$$\delta h_{rot} = h_2'' - h_2' = \xi_r \frac{w_2''^2}{2}$$

- Tale perdita si traduce, in pratica, in un minore incremento dell'energia cinetica relativa rispetto a quello atteso nel caso ideale. Inoltre, la velocità assoluta di scarico,  $c_{2\delta}$ , risulterà

variata rispetto alla  $c_2$  ideale, essendo modificato anche il triangolo di velocità all'uscita del rotore.

- In definitiva, anche l'entalpia totale allo scarico dal rotore risulterà variata ( $H_{B\phi} > H_B$ )

Il processo complessivo attraverso gli elementi statorico e rotorico dello stadio ha quindi prodotto cadute di entalpia inferiori a quelle previste dall'analisi dello stadio ideale:

- **Salto entalpico isentropico Total-to-Static:**  $\Delta h^* = H_A - h_2$
- **Salto entalpico reale Total-to-Static:**  $\Delta h'^* = H_A - h_2''$
- **Salto entalpico isentropico Total-to-Total:**  $\Delta H = L = H_A - H_B$
- **Salto entalpico reale Total-to-Total:**  $\Delta H' = L' = H_A - H_{B'}$

In definitiva, il lavoro ottenuto a parità di salto entalpico isentropico di riferimento  $\Delta h^*$  risulta inferiore a quello valutato nel caso ideale ( $L\phi < L$ ):

$$\begin{cases} L' = \frac{c_1^2 - c_2''^2}{2} + \frac{w_2''^2 - w_1^2}{2} = H_A - H_B = \Delta H \\ L = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = H_A - H_{B'} = \Delta H' \end{cases}$$

Dalla valutazione del lavoro reale  $L\phi$  è possibile definire due tipici rendimenti del processo termofluidodinamico nello stadio di turbina:

*Rendimento "total - to - total":*  $\eta_{tt} = \frac{L'}{\Delta H} = \frac{L'}{L} = 1 - \frac{h_2'' - h_2}{\Delta H} = f(\xi_s, \xi_r, \dots)$

*Rendimento "total - to - static":*  $\eta_{ts} = \frac{L'}{\Delta h^*} = 1 - \frac{(h_2'' - h_2) + \frac{c_2''^2}{2}}{\Delta h^*} = f\left(\xi_s, \xi_r, \frac{c_2''^2}{2}, \dots\right)$

Il primo rendimento  $\tilde{\eta}_{total-to-total}$  confronta il lavoro reale con il salto entalpico isentropico disponibile tra le pressioni totali a monte e a valle dello stadio. Il suo valore dipende quindi unicamente dalle irreversibilità nelle trasformazioni statorica e rotorica.

Il rendimento  $\tilde{\eta}_{total-to-static}$  tiene anche conto della perdita per energia cinetica allo scarico ed è pertanto inferiore al rendimento  $\tilde{\eta}_{total-to-total}$ .

Nel caso di processi reversibili il rendimento  $\tilde{\eta}_{total-to-total}$  risulterà unitario mentre quello  $\tilde{\eta}_{total-to-static}$  coinciderà col rendimento di palettatura ideale, in quanto l'unica perdita è rappresentata dall'energia cinetica allo scarico