

Principi sulla misura della densità

La densità può essere misurata mediante un densimetro a tubo oscillante Antoon Paar Mod. 602, regolato alla temperatura di $25,00 \pm 0,01^\circ\text{C}$. Lo strumento consta di una cella tubolare in vetro della capacità di circa $0,7 \text{ cm}^3$, nella quale va caricata la soluzione di cui si desidera misurare la densità. Un dispositivo elettronico sollecita la cella mettendola in oscillazione e produce un segnale ad onda quadra, letto da un apposito contatore, corrispondente alla naturale frequenza di oscillazione caratteristica del sistema cella-soluzione. Il periodo di oscillazione risulta definito dall'inverso della frequenza digitale letta dal contatore.

Il periodo T caratteristico di un oscillatore armonico è legato alla sua massa m dalle relazioni:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \leftrightarrow \quad m = \frac{k}{4\pi^2} \cdot T^2 \quad (1)$$

nella quale k è la costante elastica di richiamo dell'oscillatore.

Se ρ_s è la densità incognita della soluzione, V_C la capacità della cella e m_C la massa della cella vuota, la massa totale del sistema cella-soluzione oscillante con periodo T_s è:

$$m = \rho_s \cdot V_C + m_C = \frac{k}{4\pi^2} \cdot T_S^2 \quad (2)$$

da cui si ricava semplicemente la densità incognita ρ_s come funzione lineare di T_S^2 :

$$\rho_s = a + b \cdot T_S^2 \quad (3)$$

$$\begin{cases} a = -\frac{m_C}{V_C} \\ b = \frac{k}{4\pi^2 V_C} \end{cases} \quad (4, 5)$$

I parametri a e b sono due costanti che dipendono soltanto da alcune caratteristiche dello strumento, dunque possono essere determinate per taratura. A tal fine è necessario utilizzare due *standard* a densità nota, di norma acqua bidistillata e aria.

A 25°C e a pressione atmosferica, la densità dell'acqua è $\rho_W = 0,997044 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$.

La stima della densità dell'aria viene effettuata attraverso misure di pressione atmosferica e di umidità relativa: supponendo che l'aria assuma comportamento di gas ideale, la sua densità può essere espressa dalla formula:

$$\rho_A = \frac{n}{V} \cdot \frac{m}{n} = \frac{p}{R \cdot T} \cdot M_{AU} \quad (6)$$

Nella relazione (6) T è la temperatura assoluta, e non va confusa con il periodo di oscillazione, convenzionalmente indicato con lo stesso simbolo.

M_{AU} è il peso molecolare dell'aria umida, e può essere ottenuto in tal modo:

$$M_{AU} = x_A \cdot M_A + x_W \cdot M_W \quad (7)$$

M_A e M_W sono rispettivamente il peso molecolare dell'aria anidra e quello dell'acqua; mentre x_A e x_W rappresentano le relative frazioni molari di aria anidra e vapore acqueo nell'aria atmosferica. Dalla misura dell'umidità relativa **Rh** si può risalire a x_W grazie alla relazione:

$$x_W = \frac{p_W^0 \cdot Rh}{P_{ATM}} \quad (8)$$

Il numeratore del membro di destra nella (8) rappresenta la pressione parziale dell'acqua, ottenuta dal prodotto tra la pressione del vapore saturo a 25°C e l'umidità relativa. Il rapporto tra pressione parziale dell'acqua e pressione totale atmosferica è uguale alla frazione molare di vapor acqueo nell'atmosfera. Ovviamente risulta che $x_A = 1 - x_W$.

Noto il valore ρ_A nelle condizioni ambientali di misura, e grazie al valore ρ_W che non mostra variazioni apprezzabili per pressioni ordinarie, si possono determinare le costanti del densimetro, registrando i periodi di oscillazione

della cella contenente aria (T_A) e acqua (T_W) e risolvendo il seguente sistema di due equazioni nelle incognite **a** e **b**:

$$\begin{cases} \rho_W = a + b \cdot T_W^2 \\ \rho_A = a + b \cdot T_A^2 \end{cases} \quad \text{(9, 10)}$$

Le soluzioni algebriche del sistema sono:

$$\begin{cases} a = \rho_W - \left(\frac{\rho_W - \rho_A}{T_W^2 - T_A^2} \right) \cdot T_W^2 \\ b = \frac{\rho_W - \rho_A}{T_W^2 - T_A^2} \end{cases} \quad \text{(11, 12)}$$

Se le operazioni di taratura, di caricamento delle soluzioni e di pulizia della cella vengono effettuate correttamente, il densimetro consente misure di densità per soluzioni non eccessivamente viscosi con un margine di errore di $\pm 5 \cdot 10^{-6} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.