



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI
FEDERICO II



Uncertainties in acoustic measurements

Teachers:

Prof. Massimo Viscardi – Prof. Ernesto Monaco



DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA
INDUSTRIALE

Argomenti Trattati

- Taratura e calibrazione degli strumenti;
- Introduzione teoria degli errori sperimentali ed analisi dati;
- Guida all'espressione dell'incertezza di misura (UNI CEI 13005, meglio nota GUM);
- Esempio applicativo determinazione incertezza di misura.

Taratura

- La **TARATURA** è un'operazione eseguita in condizioni specifiche e che stabilisce una relazione tra i valori di una grandezza, con le rispettive incertezze di misura, forniti dal campione di misura, e le corrispondenti indicazioni comprensive dell'incertezza di misure associate.
- La Taratura è usata per determinare le caratteristiche metrologiche dello strumento, allo scopo di definirne la **precisione**.
- Quest'ultima è espressa in termini di **incertezza di misura** o **Classe** dello strumento.

Calibrazione

La **Calibrazione** è “un’insieme” di operazioni svolte su un sistema di misura affinché esso fornisca indicazioni prescritte in corrispondenza di determinati valori di una grandezza da misurare (riferimento).

• La **Calibrazione** è l’operazione in cui uno strumento di misura viene regolato in modo da migliorare l’accuratezza e segue i seguenti passi:

- Generazione della grandezza di riferimento;
- Lettura del valore effettivamente visualizzato sullo strumento da calibrare;
- Regolazione dello strumento in modo da ridurre l’errore;
- Verifica della correzione.

Taratura accreditata: chi può eseguirla?

In generale viene eseguita dal Costruttore o dai **Centri di Taratura Accreditati (Accredia, ex Sit)** che forniscono un certificato dove riportano i risultati delle operazioni;

- I vantaggi di una certificazione accreditata:
 - Il mantenimento della riferibilità delle apparecchiature utilizzate dal Centro a campioni nazionali delle unità del Sistema Internazionale (SI);
 - Garanzia da parte del Servizio di Taratura in Italia della correttezza metrologica delle procedure di misura adottate dal Centro.
 - Il riconoscimento dei certificati accreditati di taratura da parte di tutte le nazioni firmatarie degli Accordi di Mutuo Riconoscimento EA-MLA ed ILAC-MRA.

Taratura di un Misuratore del Livello Sonoro (Fonometro)

L'intervallo di tempo tra due verifiche successive **non deve superare** i due anni;

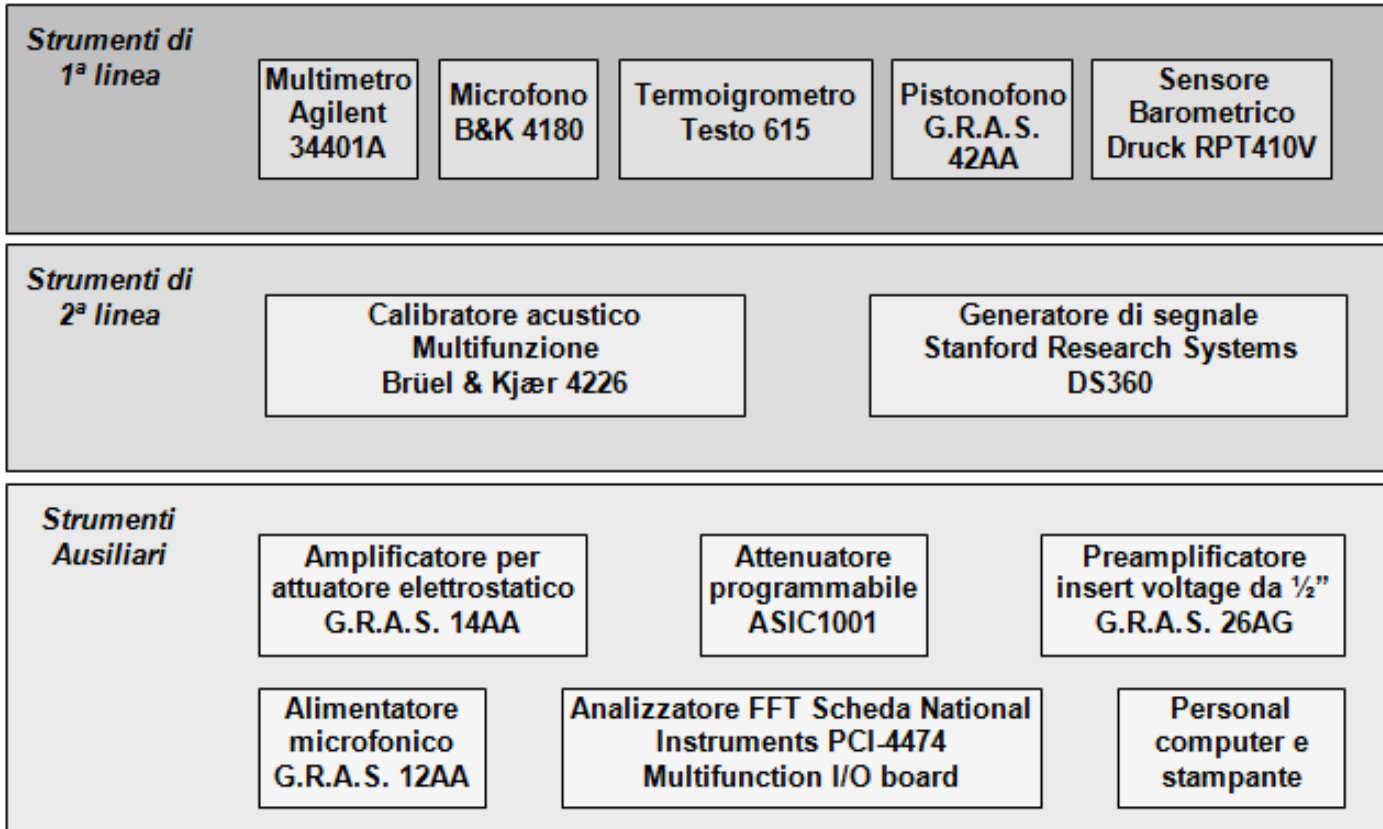
- La verifica **deve essere effettuata** dopo ogni riparazione;
- Norme di riferimento:
 - CEI 29-30;
 - EN 60651;
 - EN 60804;
 - IEC 61672-3.
- Classi di precisione considerate: 1, 2.

Taratura di un Misuratore del Livello Sonoro (Fonometro)

Catena metrologica:

- **strumenti di prima linea:** campioni di riferimento del Laboratorio/Centro che vengono tarati normalmente da un Istituto Metrologico Primario o da un altro Centro/Laboratorio accreditato in ambito EA ed ILAC con un idoneo livello d'incertezza, e che costituiscono il riferimento delle catene metrologiche del Centro ai campioni nazionali o internazionali del Sistema Internazionale.
- **strumenti di seconda linea:** campioni di lavoro del Laboratorio/Centro che vengono normalmente tarati dal Laboratorio/Centro medesimo per confronto con i campioni di prima linea, ed utilizzati per la taratura dei campioni o degli strumenti del Cliente.
- **strumenti e dispositivi ausiliari:** strumenti che completano la “catena di misura” del Laboratorio/Centro che vengono normalmente “verificati” tramite procedure periodiche utilizzate all'interno del Laboratorio/Centro.

Taratura di un Misuratore del Livello Sonoro (Fonometro)



Taratura di un Misuratore del Livello Sonoro (Fonometro)

Lo strumento **deve** rimanere a riposo almeno un giorno nel Laboratorio in modo da “adattarsi” alle condizioni ambientali del Centro;

- Si procede alla Taratura (CEI 29-30 – IEC 61672-3):

- ✓ Rilevamento Condizioni Ambientali (P, T, UR%);

- ✓ Ispezione preliminare;

- ✓ Vari test di verifica:



Prove Acustiche

Prove Elettriche

Taratura di un Misuratore del Livello Sonoro (Fonometro)

Prove Acustiche:

- Regolazione della Sensibilità;
- Risposta in Frequenza.
- Prove Elettriche (accesso alla parte elettrica del Fonometro):
 - Verifica Selettore campo di misura;
 - Rumore Autogenerato;
 - Linearità dei campi di misura Principale e secondari;
 - Ponderazione in Frequenza (A, C);
 - Pesature Temporali (F, S, I);
 - Rilevatore del valore efficace;
 - Rilevatore di Picco;
 - Media Temporale;
 - Campo dinamico agli impulsi;
 - Indicatore di sovraccarico.

Taratura di un Misuratore del Livello Sonoro (Fonometro)

Per ognuna delle verifica facente parte delle due famiglie di prove viste in precedenza, la norma CEI 29-30 stabilisce i valori di tolleranze in cui deve rientrare la deviazione, ottenuta dalla lettura dell'indicatore dello strumento rispetto al valore nominale, affinché lo strumento risponda ancora ai requisiti di precisione per cui è stato omologato!

Introduzione alla Teoria degli errori

Nell' eseguire una misura di una qualsiasi grandezza fisica si commettono inevitabilmente errori;

- Si distinguono due tipi di errori:

- **Errori sistematici:** dovuti al cattivo funzionamento della strumentazione utilizzata. Una volta individuata la causa che li ha provocati possono essere eliminati (p.e. nelle misure di corrente e tensione con voltmetro e amperometro, le loro resistenze interne cambiano la condizione di funzionamento del circuito in esame).

- **Errori casuali:** sono quelli dovuti all'operatore ed alle condizioni sperimentali della particolare misura. Questi errori modificano casualmente il risultato della misura. Tali fluttuazioni sono dovute all'impossibilità di riprodurre esattamente in ciascuna operazione di misura le stesse condizioni sperimentali (p.e. errori di parallasse, errori di start e stop nelle misure di intervalli temporali). Gli errori casuali possono essere minimizzati, ma non si possono eliminare del tutto.

Introduzione alla Teoria degli errori

- Gli errori casuali presentano certe regolarità statistiche, la loro entità può pertanto essere stimata. Compito della teoria dell'errore è appunto quello di stimare l'errore presumibilmente commesso nell'atto della misura, a partire dai dati sperimentali stessi.
- Una scienza si dice esatta non perché basata su informazioni infinitamente esatte, ma perché la sua metodologia consente di conoscere il valore dell'indeterminazione associata ad esse, ovvero di conoscere il limite del contenuto di informazioni che esse portano.

Introduzione alla Teoria degli errori

- Per la presenza ineliminabile degli errori di misura se eseguiamo misure ripetute di una stessa grandezza, non otteniamo mai lo stesso risultato;
- Il problema della misura va dunque impostato in termini probabilistici, e potremo dire di averlo risolto quando, a partire dai dati sperimentali, saremo in grado di determinare un intervallo di valori avente una assegnata probabilità di contenere il valore vero;
- Bisogna allora organizzare questi dati in modo appropriato per cercare di dare una stima al valore vero della grandezza misurata.

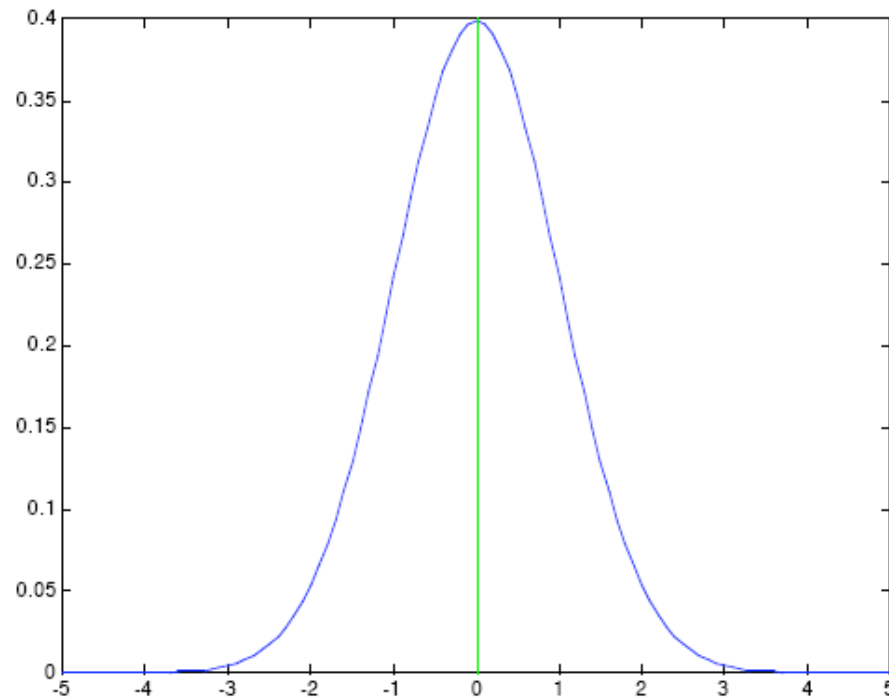
Introduzione alla Teoria degli errori

- Disponendo di più misure della stessa grandezza, la maniera più consueta di rappresentare graficamente le misure è quella di disporle in un' *istogramma*.
- Se facciamo tendere il numero di misurazioni effettuate all'infinito questi risultati seguiranno la **distribuzione di Gauss** o **distribuzione normale**, la cui espressione matematica è:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Distribuzione di Gauss

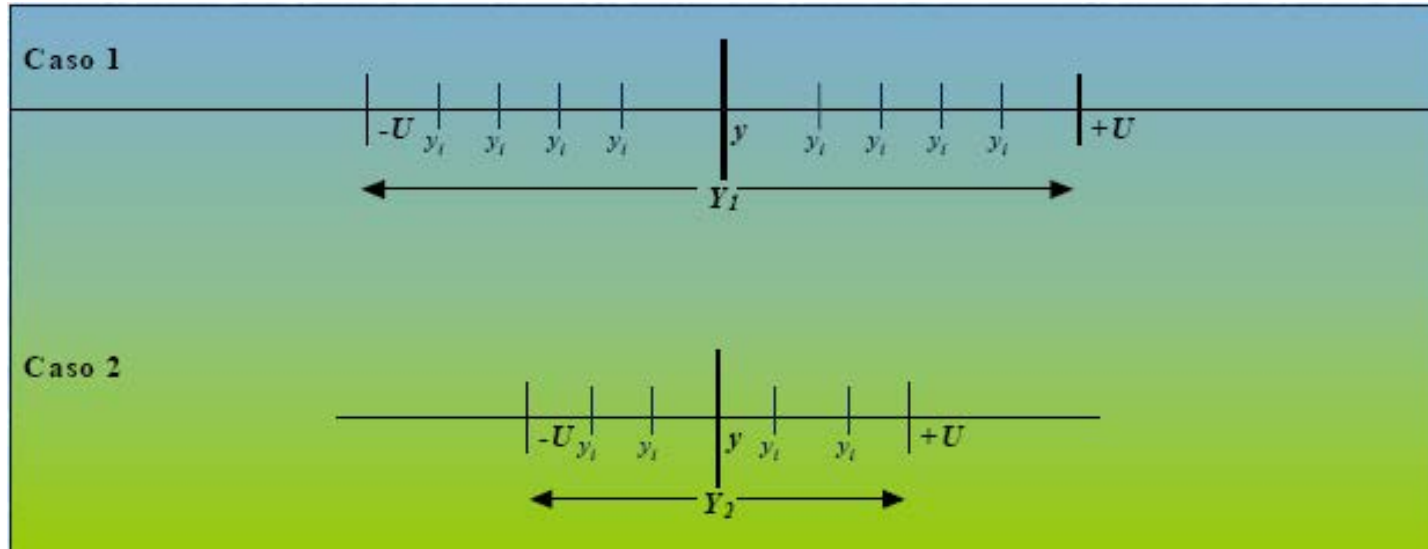
- Curva a campana, simmetrica intorno a $x = \mu = 0$;
- Il punto $x = \mu$ coincide con il valore di massima densità di probabilità;
- La deviazione standard σ definisce la “larghezza” della campana.



Incertezza di misura

- Un **processo di misurazione** è il procedimento per il quale, tramite una serie di misure ripetute, si restituisce il valore vero della misura;
- Il valore vero è e resta comunque sconosciuto, ma il processo di misurazione tramite la media aritmetica (assumendo un modello di distribuzione gaussiano) restituisce la migliore stima del valore vero;
- Il risultato analitico, quindi, non è completo, se non è accompagnato da un indicatore che quantifica le “performances” con il quale è stato ottenuto;
- Per “performances” si intende la dispersione dei risultati ottenuti nella quantificazione del parametro che stima il valore vero.

Incertezza di misura



...senza tale indicazione i risultati delle misurazioni non possono essere confrontati né tra di loro, né con risultati di altri Laboratori!

Incertezza di misura

- La parola “incertezza” significa dubbio, e pertanto “incertezza di misura”, nella sua visione più ampia, significa dubbio circa la validità del risultato di una misurazione;
- La **definizione formale** del termine “incertezza di misura” è (UNI CEI ENV 13005):
“parametro associato al risultato di una misurazione, che caratterizza la dispersione dei valori attribuibili ragionevolmente al misurando”
- L’incertezza di misura è espressa con le stesse unità di misura del misurando.

Incertezza di misura

- **Incertezza composta:** incertezza del risultato di una misurazione quando il risultato è ottenuto mediante i valori di un certo numero di altre grandezze; essa è uguale alla radice quadrata positiva di una somma di termini, che sono le varianze di quelle grandezze, pesate secondo la variazione del risultato della misurazione al variare di esse;
- **Incertezza estesa:** grandezza che definisce, intorno al risultato di una misurazione, un intervallo che ci si aspetta comprendere una frazione rilevante della distribuzione di valori ragionevolmente attribuibili al misurando; si ottiene moltiplicando l'incertezza composta per un fattore moltiplicativo detto **fattore di copertura**.

Incertezza di misura

- Nella pratica come può un Laboratorio affrontare il problema dell'incertezza di misura dei risultati ottenuti???
- L'incertezza di misura, in generale, comprende più componenti. Alcune di queste possono essere valutate dalla distribuzione statistica dei risultati delle misurazioni e possono essere caratterizzate mediante scarti tipo. Le altre componenti, anch'esse caratterizzate mediante scarti tipo, sono valutate sulla base dell'esperienza o informazioni di altro tipo.

Incertezza di misura

- In pratica esistono molte fonti di incertezza, tra le quali:
 - inadeguata conoscenza degli effetti delle condizioni ambientali sulla misurazione o imperfetta misurazione delle condizioni stesse;
 - distorsione personale dell'operatore nella lettura di strumenti analogici;
 - risoluzione o soglia di risoluzione strumentale non infinita;
 - valori non esatti di costanti ed altri parametri ottenuti da fonti esterne ed usati nell'algoritmo di elaborazioni dati.

- Le incertezze vengono suddivise in due categorie a seconda del metodo di valutazione:
 - Incertezza di **Categoria A**;
 - Incertezza di **Categoria B**.

Incertezza di Categoria A

■ Viene stimata dalla distribuzione statistica dei risultati di serie di misurazioni (assumendo una distribuzione gaussiana) e viene caratterizzata mediante scarto tipo sperimentale (detta anche incertezza di ripetibilità).

■ Si eseguono almeno 10 ($n=10$) misurazioni di una grandezza y
 y_1, y_2, \dots, y_{10}

➤ Si calcola la media

$$y_m = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

➤ La deviazione standard

$$s = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_m)^2}{n-1}}$$

➤ Incertezza di Ripetibilità

$$u_{rip} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Incertezza di Categoria B

- Basata su giudizi scientifici utilizzando tutte le informazioni rilevanti disponibili:
 - Dati forniti in Certificati di taratura;
 - Specifiche del costruttore;
 - Misurazioni precedenti;
 - Esperienza, conoscenze generali;
 - Incertezze assegnate a valori di riferimento prese da manuali.

- In questo caso si assume una distribuzione uniforme di probabilità, detta anche rettangolare

- Se sono disponibili come incertezze standard, vengono usate come tali, altrimenti, si usano appropriati fattori correttivi.

Incertezza di Categoria B

La situazione di minima informazione è rappresentata da un intervallo, individuato da due valori X_{imax} e X_{imin} , al di fuori del quale si esclude possa trovarsi il valore della grandezza, mentre all'interno dell'intervallo tutti i valori hanno la stessa probabilità.

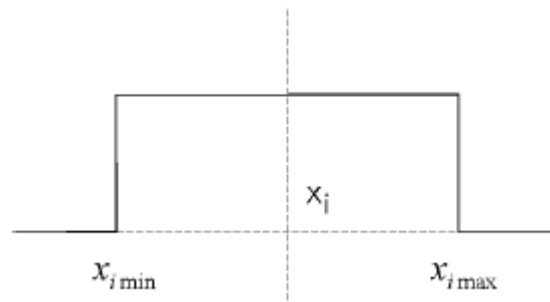
In questo modo si assume una distribuzione uniforme di probabilità, detta anche rettangolare, di ampiezza pari ad $X_{imax} - X_{imin}$.

In questo caso si può attribuire come stima di x_i il valore medio dell'intervallo, pari a:

$$\bar{x}_i = \frac{x_{imax} - x_{imin}}{2}$$

Si può dimostrare che l'incertezza di questa distribuzione può essere calcolato con la seguente relazione:

$$u(\bar{x}_i) = \frac{x_{imax} - x_{imin}}{2 \cdot \sqrt{3}}$$



Incertezza composta

- Dopo aver stimato tutte le componenti che contribuiscono all'incertezza di misura (sia di tipo A che di tipo B), si procede a calcolare l'incertezza composta. Essa è pari alla radice quadrata positiva della varianza composta ottenuta combinando tutte le componenti valutate:

$$u_s = \sqrt{\sum u_i^2}$$

Legge di propagazione delle incertezze

Incertezza estesa

- Definisce un intervallo intorno al risultato di una misurazione che ci si aspetta possa comprendere una rilevante porzione della distribuzione di valori che si possano ragionevolmente attribuire al misurando:

$$U=K*u_s$$

- K è detto **fattore di copertura** ed è basato sulla probabilità di copertura o livello di fiducia richiesto (tipici valori sono compresi tra 2 e 3 corrispondente ad un livello di fiducia del 95-99%);
- In questo modo il risultato della misura viene espresso in modo più appropriato: $Y=y\pm U$;
- Nei Certificati di Taratura viene riportata l'incertezza estesa di ogni verifica effettuata, riportando esplicitamente anche il fattore di copertura considerato!!!

Incertezza estesa

- Definisce un intervallo intorno al risultato di una misurazione che ci si aspetta possa comprendere una rilevante porzione della distribuzione di valori che si possano ragionevolmente attribuire al misurando:

$$U = K \cdot u_s$$

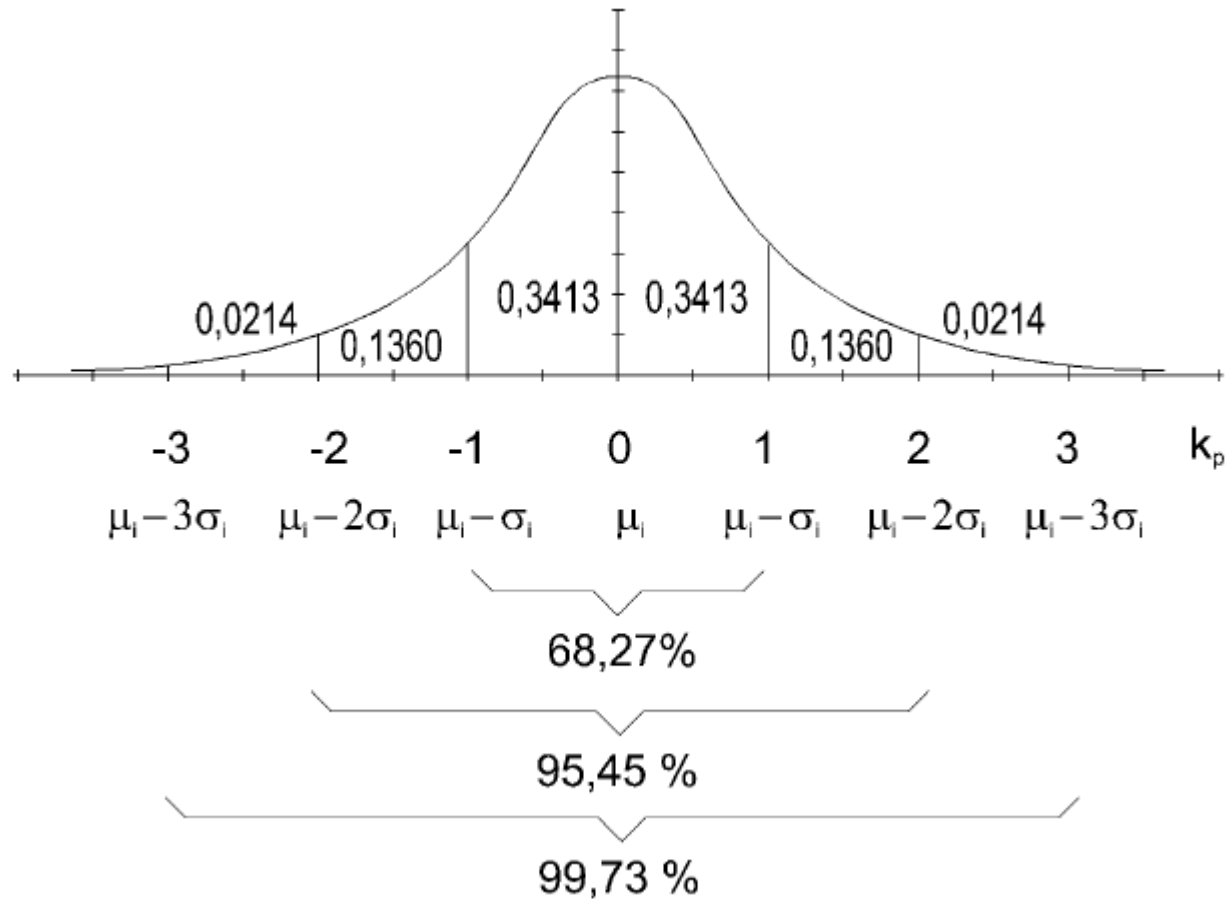
- Nei casi in cui al misurando si possa attribuire una distribuzione normale (gaussiana) si potrà usare un fattore di copertura $k = 2$. L'incertezza estesa così ottenuta corrisponde approssimativamente ad un livello di fiducia del 95%.
- L'ipotesi di una distribuzione normale non può sempre essere facilmente confermata sperimentalmente. Tuttavia nei casi in cui, all'incertezza tipo composta contribuiscono parecchie (cioè $N \geq 3$) componenti dell'incertezza, originate da ben note distribuzioni di probabilità di grandezze indipendenti, p.e. distribuzioni normali o distribuzioni rettangolari, con contributi dello stesso ordine di grandezza, le condizioni del *Teorema del Limite Centrale* sono soddisfatte e si può assumere con un buon grado di approssimazione che la distribuzione della grandezza d'uscita sia normale.

Fattore di Copertura

- Per stimare il valore di un fattore di copertura k corrispondente ad un livello di fiducia data si richiede che sia presa in considerazione l'affidabilità dell'incertezza tipo $u(y)$ di una stima d'uscita y . Questo significa valutare quanto bene $u(y)$ stimi lo scarto tipo associato al risultato della misurazione. Per una stima dello scarto tipo di una distribuzione normale, una espressione quantitativa dell'affidabilità sono i **gradi di libertà** di questa stima, che dipendono dalla dimensione del campione su cui essa è basata.
- Viene scelto sulla base del livello di fiducia richiesto all'intervallo $y-U$ ad $y+U$;
- Fattore di Copertura K nel caso di una distribuzione normale:

Livello di fiducia ρ (per cento)	Fattore di copertura k_p
68,27	1
90	1,645
95	1,960
95,45	2
99	2,576
99,73	3

Fattore di Copertura



Incertezza di misura

- In generale, il misurando Y dipende da un certo numero di *grandezze di ingresso* $X_1, X_2, X_3 \dots X_n$ attraverso una relazione funzionale del tipo:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n) \quad (1)$$

detta *modello della misurazione* (in generale una funzione complessa).

- Tipiche grandezze di ingresso:
 - ✓ Quelle riportate nei certificati di taratura;
 - ✓ Le variabili ambientali (temperatura, pressione..)
- La stima del misurando y sarà data dalla (1) sostituendo alle grandezze X_i le stime di ingresso x_i

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \quad (2)$$

Incertezza di misura

- Come calcolare l'incertezza composta $u_c(y)$ della stima y del misurando Y ?
- Anche questa volta ci viene incontro la legge di propagazione delle incertezze, quindi l'incertezza composta sarà la radice quadrata positiva della varianza composta:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)$$

dove $u(x_i)$ è un'incertezza di categoria A o B.

- L'incertezza composta $u_c(y)$ caratterizza la dispersione dei valori ragionevolmente attribuibili al misurando Y .
- Le derivate parziali $\partial f / \partial x_i$ sono dette *coefficienti di sensibilità* descrivono come varia la stima di uscita y al variare delle stime di ingresso x_1, x_2, \dots, x_n .

Incertezza di misura

- Esempio: Se ai terminali di un resistore avente resistenza R_0 alla temperatura t_0 e dipendente linearmente dalla temperatura secondo un coefficiente α si applica una differenza di potenziale V , la potenza P (il misurando) dissipata dal resistore alla temperatura t dipende da V , R_0 , α e t secondo l'equazione:

Si ha:
$$P = f(V, R_0, \alpha, t) = V^2 / R_0 [1 + \alpha(t - t_0)]$$

$$c_1 \equiv \partial P / \partial V = 2V / R_0 [1 + \alpha(t - t_0)] = 2P / V$$

$$c_2 \equiv \partial P / \partial R_0 = -V^2 / R_0^2 [1 + \alpha(t - t_0)] = -P / R_0$$

$$c_3 \equiv \partial P / \partial \alpha = -V^2(t - t_0) / R_0 [1 + \alpha(t - t_0)]^2 = -P(t - t_0) / [1 + \alpha(t - t_0)]$$

$$c_4 \equiv \partial P / \partial t = -V^2 \alpha / R_0 [1 + \alpha(t - t_0)]^2 = -P \alpha / [1 + \alpha(t - t_0)]$$

Quindi:

$$u^2(P) = \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)^2 u^2(V) + \left(\frac{\partial P}{\partial R_0} \right)^2 u^2(R_0) + \left(\frac{\partial P}{\partial \alpha} \right)^2 u^2(\alpha) + \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right)^2 u^2(t)$$

Esempio stima incertezza di misura

- Si vuole stimare l'incertezza di misura associata alla misura del valore di pressione acustica generata dal calibratore.
- Come si “rileva” questa grandezza??
 - Si misura il livello del segnale elettrico in uscita dall'insieme microfono campione, preamplificatore ed alimentatore microfonico, che è relativo alla pressione sonora generata dal calibratore in prova mediante il multimetro.
 - Si esclude il segnale generato dal calibratore in prova (spegnendolo ma lasciandolo montato sul microfono) e si alimenta il preamplificatore microfonico con una tensione sinusoidale di frequenza nota (letta precedentemente) ed ampiezza tale da leggere sul multimetro un valore uguale a quello precedentemente generato dal calibratore.
 - Si misura il livello di tensione generato dal generatore che corrisponde al livello di pressione sonora generato dal calibratore.

Esempio stima incertezza di misura

- Il livello di pressione acustica generato dal calibratore, riferito a $20\mu\text{Pa}$ e calcolato in dB, è ottenuto mediante la seguente equazione:

$$L_p = 20\log\left(\frac{U_{ins} 1Pa}{20\mu Pa}\right) - 20\log\left(\frac{P_s}{P_{s,ref}}\right) - 20\log\left(\frac{U_p}{U_{p,ref}}\right) - \Delta L_v - M_p$$

U_{ins} = tensione di inserzione in Volt

$1Pa$ = pressione acustica di riferimento

P_s = pressione statica durante la misura

$P_{s,ref}$ = pressione statica di riferimento

U_p = tensione di polarizzazione durante la misura

$U_{p,ref}$ = tensione di polarizzazione nominale del microfono

$$\Delta L_v = -20\text{Log}\left(\frac{V_{cal} + V_{load}}{V_{cal} + V_{nom}}\right)$$

V_{cal} = Volume della cavità interna del calibratore

V_{load} = Volume di carico del microfono campione

V_{nom} = Volume di carico nominale del calibratore

Esempio stima incertezza di misura

$$M_P = M_{P,ref} + C_P (P_S - P_{S,ref}) + C_t (t - t_{ref}) - \delta M_{P,ref}$$

M_P = sensibilità del microfono campione durante la misura, in dB riferiti a 1V/Pa

$M_{P,ref}$ = sensibilità del microfono campione alle condizioni di riferimento, in dB riferiti a 1V/Pa

$dM_{P,ref}$ = variazione temporale della sensibilità del microfono campione alle condizioni di riferimento, in dB riferiti a 1V/Pa

C_P = coefficiente di variazione della sensibilità del microfono campione con la pressione statica in dB/kPa (0.005 dB/kPa)

C_t = coefficiente di variazione della sensibilità del microfono campione con la temperatura in dB/K (-0.0016 dB/K)

Esempio stima incertezza di misura

- Cosa contribuisce alla stima dell'incertezza di misura associata alla stima del nostro misurando?
- Una componente legata alla variabilità della misura, nota come incertezza di Ripetibilità (Incertezza di Categoria A);
- Una componente legata alla sensibilità del microfono campione (ricavata da dati del costruttore, Incertezza di categoria B);
- Una componente legata alle letture di tensione effettuate col multimetro (ricavata dal manuale d'uso dello strumento, Incertezza di Categoria B);
- Una componente legata alla tensione di inserzione sinusoidale generata dal generatore di segnale (ricavata dal manuale d'uso, Incertezza di categoria B);
- Una componente legata alla tensione di polarizzazione del microfono campione (ricavata dal manuale dell'alimentatore microfonico, Incertezza di Categoria B).

Esempio stima incertezza di misura

- Procediamo al calcolo per stimare ogni singola componente che contribuisce all'incertezza composta del misurando.
- In primis calcoliamo l'incertezza di Ripetibilità eseguendo un insieme di misure ($N=20$) della stessa grandezza e rispettando le seguenti condizioni:
 - Stesso metodo di misurazione;
 - Stesso Operatore;
 - Stessa linea di misura;
 - Medesimo luogo;
 - Medesime condizioni di utilizzo dello strumento e del misurando.



Esempio stima incertezza di misura

Valutazione Incertezza di Ripetibilità

Numero di Misure N = 20

SPL Nominale 94 dB

Freq [Hz] 1000,00000

N	SPL
N=1	93,98000
N=2	93,96000
N=3	93,97000
N=4	93,95000
N=5	93,97000
N=6	93,96000
N=7	93,95000
N=8	93,93000
N=9	93,97000
N=10	94,05000
N=11	93,97000
N=12	93,96000
N=13	93,98000
N=14	93,96000
N=15	93,94000
N=16	93,94000
N=17	93,94000
N=18	94,01000
N=19	93,95000
N=20	93,95000

Media 93,96450
Dev. Std. 0,02704
Inc. Rip. 0,00800



Esempio stima incertezza di misura

- Procediamo al calcolo dell'incertezza legata alla sensibilità del microfono campione (Incertezza di Categoria B).
- Si considera l'incertezza estratta dal certificato di taratura, alla frequenza di interesse (1000Hz), essendo un'incertezza estesa, e considerando una distribuzione normale, l'incertezza tipo relativa alla sensibilità del microfono vale:

$$U(x_i) = 0.05 / 1.96 = 0.026 \text{ dB}$$

Sensibilità del microfono Brüel & Kjær 4180 matr. 2412860

Frequenza Hz	Sensibilità dB Re 1V/Pa	Incertezza dB
31,6	-37,56	0,08
63,1	-37,59	0,05
125,9	-37,61	0,05
251,2	-37,62	0,05
501,2	-37,63	0,05
1000,0	-37,64	0,05
1995,3	-37,62	0,05
3981,1	-37,53	0,05
7943,3	-37,20	0,05
12589,3	-36,93	0,10
15848,9	-37,26	0,10

Esempio stima incertezza di misura

- Procediamo al calcolo dell'incertezza legata alle letture di tensione con il multimetro (Incertezza di Categoria B).
- Il valore letto sul multimetro in corrispondenza di 94 dB @ 1000 Hz è 13mV, quindi dal manuale dello strumento si ricava la caratteristica di precisione ad 1 anno per range e frequenze di interesse, che nel nostro caso è 0.06+0.04 (%lettura+%orange).

Caratteristiche di precisione ± (% della lettura + % del range) [1]

Funzione	Range [3]	Frequenza	24 ore [2] 23°C ± 1°C	90 giorni 23°C ± 5°C	1 anno 23°C ± 5°C	Coefficiente di temperatura 0°C – 18°C 28°C – 55°C
Tensione AC RMS effettiva [4]	100.0000 mV	3 Hz – 5 Hz	1.00 + 0.03	1.00 + 0.04	1.00 + 0.04	0.100 + 0.004
		5 Hz – 10 Hz	0.35 + 0.03	0.35 + 0.04	0.35 + 0.04	0.035 + 0.004
		10 Hz – 20 kHz	0.04 + 0.03	0.05 + 0.04	0.06 + 0.04	0.005 + 0.004

- Si procede al calcolo dell' errore totale:

$$E_{tot} = (0.06/100) * 0.013 + (0.04/100) * 0.1 = 0.5 \text{ e-}4 \text{ V}$$

- Incertezza tipo del multimetro vale:

$$u(x_i) = E_{tot} / \text{Rad}q(3) = 2.76 \text{ e-}5 \text{ V} \quad (\text{Distribuzione Rettangolare})$$

Esempio stima incertezza di misura

- Procediamo al calcolo dell'incertezza legata alla tensione di polarizzazione del microfono campione (Incertezza di Categoria B).
- Dal manuale dell'alimentatore microfonico si ricava direttamente che è ottenuta da una distribuzione normale, riportando il valore dell'incertezza tipo:
 $u(x_i) = 5 \text{ e-}3 \text{ V}$

Esempio stima incertezza di misura

- Procediamo, infine, al calcolo dell'incertezza legata alla tensione di inserzione del generatore di segnale (Incertezza di Categoria B).
- Tale incertezza deriva da una serie di informazioni estrapolate dal manuale operativo del generatore e da alcune osservazioni di natura elettrica, non oggetto di questo corso, pertanto l'incertezza tipo relativa alla tensione di inserzione vale:
 $u(x_i) = 8.83 \text{ e-4 V}$

Esempio stima incertezza di misura

Si procede al calcolo dei coefficienti di sensibilità attraverso le derivate parziali della seguente relazione:

$$L_p = 20 \log \left(\frac{U_{ins} 1Pa}{20 \mu Pa} \right) - 20 \log \left(\frac{P_s}{P_{s,ref}} \right) - 20 \log \left(\frac{U_P}{U_{P,ref}} \right) - \Delta L_v - M_p$$

- Conosciamo tutte le componenti di incertezza tipo che determinano l'incertezza composta del misurando, come otteniamo l'incertezza composta?
- Con la legge di propagazione delle incertezze:

$$u_s = \sqrt{\sum u_i^2}$$

Esempio stima incertezza di misura

- Nella tabella seguente si riportano tutte le grandezze che contribuiscono all'incertezza, con i valori delle incertezze tipo, le distribuzioni di probabilità che si assumono e i coefficienti di sensibilità:

Frequenza 1000 Hz						
Grandezza X_i	Stima x_i	Incertezza tipo $u(x_i)$	Distr. Probab.	Coeff di sensibilità C_i	Incertezza $U_i(Y)=c_i u(x_i)$	Gradi di libertà
Microfono campione	-38	0,05/1.96 dB	Norm	-1	0.026 dB	∞
Multimetro	0.013 V	$0.5 e^{-4}/\sqrt{3}$	Rett.	$20/(U_{\text{insez}} * \text{Ln}10)$	0.020 dB	∞
U inserz.	0.0132 V	$15.3 e^{-5}/\sqrt{3}$	Rett.	$20/(U_{\text{insez}} * \text{Ln}10)$	0.0581 dB	∞
Up	200 V	5 E-03V	Norm.	$20/(U_p \text{Ln}10)$	2.17E-04 dB	∞
Ripetibilità	94 dB	0.008 dB	Norm.	1	0.008 dB	19
Livello di Pressione (Y)	94 dB				0.067 dB	

- L'incertezza estesa della prova (con livello di fiducia pari a 95%) è pertanto:

$$U = k * u(y) = 2 * 0,067 = 0,13 \text{ dB}$$