

Prova di metà corso Fisica Generale I – Prof. L. Marrucci – 28/04/2017

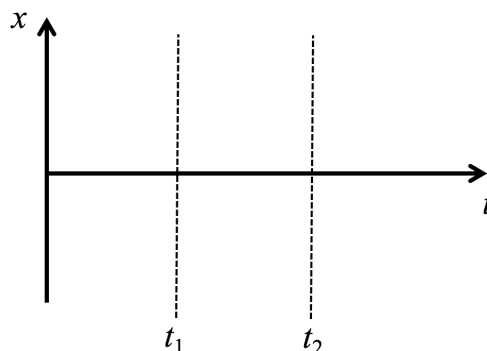
Istruzioni: Questi fogli, oltre a contenere le domande, contengono lo spazio per riportare le risposte finali e la copia “in bella” del vostro svolgimento. Quindi **tutte le risposte, insieme ai passaggi principali della loro derivazione, vanno riportate in modo ordinato negli spazi vuoti di questi fogli**. I passaggi e le risposte riportati in altri fogli non verranno presi in considerazione. Il tempo a disposizione è di 2 ore; non è consentito l'uso di libri o appunti e il cellulare deve essere rigorosamente spento (pena l'annullamento della prova); è consentito l'uso della calcolatrice.

Nota sul punteggio: Il punteggio prevede 8 punti assegnati in automatico, un totale di 11 punti per domande di livello base, 8 punti per domande di livello medio e 3 punti per domande di livello avanzato.

NOME e COGNOME:

MATRICOLA:

- 1) Tracciare nel grafico riportato a fianco la curva della legge oraria di un moto unidimensionale che parte da una certa $x < 0$ per $t = 0$, si mantiene in quiete dal tempo 0 fino al tempo t_1 , poi risulta uniformemente accelerato fino al tempo t_2 , per poi diventare rettilineo uniforme per il resto del tempo [livello base; punti 2]



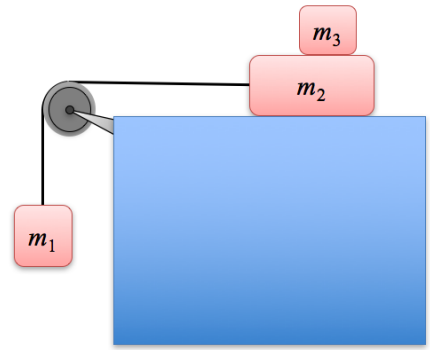
- 2) Riportare l'enunciato completo del terzo principio della dinamica o di Newton [livello base; punti 2]

- 3) Riportare l'espressione della potenza associata ad una forza che agisce su un corpo in movimento, specificando la definizione matematica completa dei termini che compaiono nelle espressioni [livello medio; punti 2]

- 4) Scrivere l'espressione vettoriale della legge di forza che caratterizza la resistenza di un mezzo gassoso a velocità elevate (nota: non è necessario dettagliare la costante caratteristica) [livello base; punti 2]

- 5) Una molecola oscilla di moto armonico con un periodo di 6.28×10^{-8} s e un'ampiezza dell'oscillazione pari a 5 nm. Calcolare la massima velocità della molecola durante l'oscillazione. [livello base; punti 2]

- 6) Nel sistema di tre blocchi rappresentato in figura, il blocco 1 è collegato mediante un filo inestensibile di massa trascurabile al blocco 2 tramite una carrucola ideale, anch'essa di massa trascurabile. I blocchi hanno le seguenti masse: $m_1 = 2.0$ kg, $m_2 = 3.0$ kg e $m_3 = 1.0$ kg. Tra il blocco 2 e il suo piano di appoggio non c'è attrito, mentre c'è attrito tra il blocco 2 e il blocco 3. Assumendo in particolare che l'attrito statico sia sufficiente a impedire al blocco 3 di scivolare sul blocco 2, calcolare l'accelerazione a_2 con cui si muove il blocco 2. [livello base; punti 3]

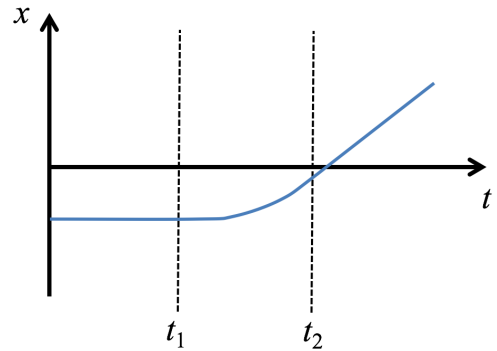


- 7) Continuazione del problema precedente. Il blocco 3 viene ora sostituito con uno più leggero. Assumendo che il coefficiente d'attrito statico tra i blocchi 2 e 3 sia $\mu_s = 0.35$, quant'è il valore minimo della massa m_3 sotto il quale il blocco 3 inizia a slittare sul blocco 2? [livello medio; punti 3]
- 8) Continuazione del problema precedente. Ponendo $m_3 = 0.5$ kg e assumendo che il coefficiente d'attrito dinamico tra i blocchi 2 e 3 sia $\mu_d = 0.30$, quanto vale ora la tensione del filo? [livello medio; punti 3]

- 9) Le curve “paraboliche” sono curve utilizzate negli autodromi nelle quali la strada è inclinata lateralmente in modo da consentire la percorrenza della curva a maggiore velocità senza che l’auto perda aderenza. Supponendo che una data curva inclinata di 20° consenta una velocità massima di 280 km/h e che il coefficiente d’attrito statico tra i pneumatici e la strada sia $\mu_s = 0.7$, calcolare di quale fattore questa velocità massima è più grande rispetto alla curva con strada orizzontale, non inclinata. [*livello avanzato; punti = 3*]

SOLUZIONI

- 1) Tracciare nel grafico riportato a fianco la curva della legge oraria di un moto unidimensionale che parte da una certa $x < 0$ per $t = 0$, si mantiene in quiete dal tempo 0 fino al tempo t_1 , poi risulta uniformemente accelerato fino al tempo t_2 , per poi diventare rettilineo uniforme per il resto del tempo [livello base; punti 2]



- 2) Riportare l'enunciato completo del terzo principio della dinamica o di Newton [livello base; punti 2]

Enunciato con le forze: Dati due corpi qualsiasi 1 e 2 interagenti tra loro, le forze che questi si scambiano sono (i) uguali e opposte, ossia si ha $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$, e (ii) sono dirette lungo la congiungente i due corpi, ossia si ha $\vec{F}_{1,2} \parallel \vec{F}_{2,1} \parallel \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

- 3) Riportare l'espressione della potenza associata ad una forza che agisce su un corpo in movimento, specificando la definizione matematica completa dei termini che compaiono nelle espressioni [livello medio; punti 2]

La potenza è definita come il lavoro compiuto dalla forza per unità di tempo: $P = \frac{dL}{dt}$ con $L = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$ per cui

$$P = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

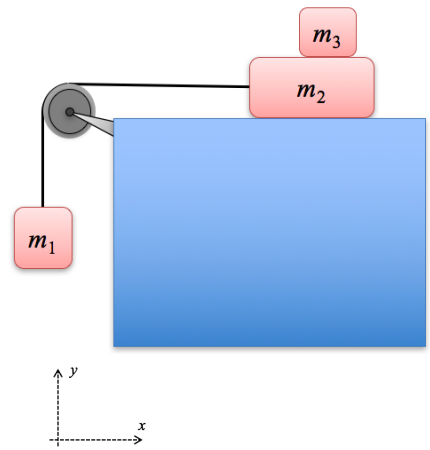
- 4) Scrivere l'espressione vettoriale della legge di forza che caratterizza la resistenza di un mezzo gassoso a velocità elevate (nota: non è necessario dettagliare la costante caratteristica) [livello base; punti 2]

$$\vec{F} = -Cv\vec{v} = -C|\vec{v}|\vec{v}$$

- 5) Una molecola oscilla di moto armonico con un periodo di 6.28×10^{-8} s e un'ampiezza dell'oscillazione pari a 5 nm. Calcolare la massima velocità della molecola durante l'oscillazione. [livello base; punti 2]

$$v_{\max} = \omega A = (2\pi/T)A = 1 \times 10^8 \times 5 \times 10^{-9} = 0.5 \text{ m/s}$$

- 6) Nel sistema di tre blocchi rappresentato in figura, il blocco 1 è collegato mediante un filo inestensibile di massa trascurabile al blocco 2 tramite una carrucola ideale, anch'essa di massa trascurabile. I blocchi hanno le seguenti masse: $m_1 = 2.0$ kg, $m_2 = 3.0$ kg e $m_3 = 1.0$ kg. Tra il blocco 2 e il suo piano di appoggio non c'è attrito, mentre c'è attrito tra il blocco 2 e il blocco 3. Assumendo in particolare che l'attrito statico sia sufficiente a impedire al blocco 3 di scivolare sul blocco 2, calcolare l'accelerazione a_2 con cui si muove il blocco 2. [livello base; punti 3]



Le eq. fondamentali per i 3 corpi sono le seguenti (già per componenti, con assi x e y orizzontale e verticale per tutti i corpi):

$$\begin{aligned} T - m_1 g &= m_1 a_{1y} \\ -T - A_x &= m_2 a_{2x} \quad , \quad N_2 - N_3 - m_2 g = m_2 a_{2y} = 0 \\ A_x &= m_3 a_{3x} \quad , \quad N_3 - m_3 g = m_3 a_{3y} = 0 \end{aligned}$$

dove abbiamo usato il fatto che il modulo della tensione ai capi del filo è lo stesso e abbiamo chiamato A_x la forza d'attrito sul corpo 3, per cui quella sul corpo 2 è $-A_x$. La condizione vincolare sulla lunghezza del filo impone $a_{2x} = a_{1y}$ mentre la condizione di non slittamento del corpo 3 sul corpo 2 porta alla condizione $a_{3x} = a_{2x}$ (perché 2 e 3 si muovono insieme). Combinando queste relazioni si ottiene

$$\text{l'accelerazione del corpo 2: } a_{2x} = -\frac{m_1 g}{m_1 + m_2 + m_3} = -3.27 \text{ m/s}^2$$

- 7) Continuazione del problema precedente. Il blocco 3 viene ora sostituito con uno più leggero. Assumendo che il coefficiente d'attrito statico tra i blocchi 2 e 3 sia $\mu_s = 0.35$, quant'è il valore minimo della massa m_3 sotto il quale il blocco 3 inizia a slittare sul blocco 2? [livello medio; punti 3]

Usando le relazioni algebriche trovate nella domanda precedente, la forza d'attrito statico tra i corpi 2 e 3 (in particolare quella agente sul corpo 3) è data da $A_x = m_3 a_{3x} = m_3 a_{2x} = -\frac{m_3 m_1 g}{m_1 + m_2 + m_3}$, mentre la forza normale tra i corpi 2 e 3 è $N_3 = m_3 g$ (in modulo).

Il punto di "rottura" per la forza d'attrito statico è $|A_x| = \mu_s N_3$, da cui, sostituendo e risolvendo per m_3 , otteniamo

$$m_3 = \left(\frac{1 - \mu_s}{\mu_s} \right) m_1 - m_2 = 0.71 \text{ kg che rappresenta il valore della massa sotto il quale inizia lo slittamento}$$

- 8) Continuazione del problema precedente. Ponendo $m_3 = 0.5$ kg e assumendo che il coefficiente d'attrito dinamico tra i blocchi 2 e 3 sia $\mu_d = 0.30$, quanto vale ora la tensione del filo? [livello medio; punti 3]

Le equazioni fondamentali sono le stesse del punto (6), ma non vale più la relazione $a_{3x} = a_{2x}$ perché i corpi 2 e 3 adesso slittano tra loro. Al posto del vincolo di non slittamento, adesso vale la legge di forza dell'attrito dinamico, che è la seguente:

$$A_x = -\mu_d N_3 \quad (\text{dove il segno meno è stato scelto sulla base del verso del moto relativo tra i due corpi})$$

Risolvendo le equazioni si ottiene l'accelerazione $a_{2x} = a_{1y} = -\frac{m_1 - \mu_d m_3}{m_1 + m_2} g$ e da questa la tensione del filo

$$T = m_1 (g + a_{1y}) = \frac{m_1 (m_2 + \mu_d m_3)}{m_1 + m_2} g = 12.3 \text{ N}$$

- 9) Le curve “paraboliche” sono curve utilizzate negli autodromi nelle quali la strada è inclinata lateralmente in modo da consentire la percorrenza della curva a maggiore velocità senza che l’auto perda aderenza. Supponendo che una data curva inclinata di 20° consenta una velocità massima di 280 km/h e che il coefficiente d’attrito statico tra i pneumatici e la strada sia $\mu_s = 0.7$, calcolare di quale fattore questa velocità massima è più grande rispetto alla curva con strada orizzontale, non inclinata. [livello avanzato; punti = 3]

Uno schema delle forze in azione durante la curva è riportato nel disegno a fianco (le forze sono in nero).

La combinazione di queste forze deve generare l’accelerazione centripeta a_c indicata nel disegno in rosso (che è orientata verso il centro dell’arco di cerchio descritto dall’auto in curva). Se la curva è percorsa a velocità scalare costante non vi è accelerazione tangenziale.

Considerando la legge fondamentale della dinamica (2° principio) parallelamente al piano (asse x) e perpendicolarmente ad esso (asse y) otteniamo le seguenti relazioni:

$$A + mg \sin \alpha = ma_c \cos \alpha = m \frac{v^2}{R} \cos \alpha$$

$$N - mg \cos \alpha = ma_c \sin \alpha = m \frac{v^2}{R} \sin \alpha$$

dove abbiamo indicato con R il raggio di curvatura della curva. La massima velocità in curva si raggiunge quando l’attrito raggiunge il massimo, ossia $A = \mu_s N$. Risolvendo le equazioni si ottiene:

$$v_{max} = \sqrt{Rg \left(\frac{\mu_s \cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \mu_s \sin \alpha} \right)}$$

Per $\alpha = 0$ da questa espressione si trova $v_{max,0} = \sqrt{Rg\mu_s}$ per cui possiamo anche riscrivere il risultato come segue:

$$v_{max} = v_{max,0} \sqrt{\left(\frac{\cos \alpha + \frac{1}{\mu_s} \sin \alpha}{\cos \alpha - \mu_s \sin \alpha} \right)} \approx v_{max,0} \times 1.43$$

Quindi il fattore di incremento è 1.43, cioè la velocità massima per strada orizzontale sarebbe di 196 km/h circa.

