

Università di Napoli Federico II, Corso di Laurea triennale in Matematica

Programma del corso di

SISTEMI DINAMICI, Modulo II, 2016-2017

Docente: Bruno Buonomo

Richiami di algebra lineare

[G] Capitolo 1, par. 1-2 (pagg. 1-21)

Spazi vettoriali. Matrici e applicazioni lineari. Determinante e traccia di una matrice. Somma diretta. Autovalori reali. Diagonalizzazione. Complessificazione di uno spazio vettoriale. Operatori semisemplici.

Elementi di teoria della stabilità

[G] Capitolo 2, par 5 e par 6 (pagg. 38-45)

[W] Capitolo 1 e 2;

[M] Cap. 3, par 2 e 4, Cap. 7, par. 2 (escluso prop. 7.3) e par. 3 (solo prop. 7.4)

Esercizi: [W] par 1.6, n.1 e par 2.1, n. 5.

Equazioni differenziali lineari. Equilibri di campi vettoriali. Equazioni differenziali lineari planari: classificazione degli equilibri (nodo, sella, fuoco, centro). Stabilità delle traiettorie: Definizioni di stabilità alla Lyapunov e stabilità asintotica. Linearizzazione. Teorema di stabilità per sistemi lineari. Teorema di asintotica stabilità locale per sistemi non lineari. Funzioni di Lyapunov: Definizione di funzione di Lyapunov, Teorema di stabilità semplice e asintotica di Lyapunov. Applicazioni a modelli epidemici: Modello SIR con demografia: esistenza e stabilità locale degli equilibri. Modello SEIR: analisi locale e stabilità locale dell'equilibrio disease-free mediante la teoria di Lyapunov.

Varietà invarianti, teoria della varietà centrale e forme normali

[W] Capitolo 3 par 1,2 e 4, Capitolo 18 par 1, 2, 3 e 5, Capitolo 19, par 2 e 2A.

Esercizi, [W] par 3.8, n. 24

Definizione di insieme e di varietà invariante. Varietà invarianti per campi vettoriali lineari autonomi: sottospazi stabile, instabile e centrale. Dimostrazione dell'invarianza. Esempi di determinazione di varietà invarianti per sistemi lineari. Varietà invarianti di sistemi non lineari autonomi. Varietà centrali di campi vettoriali. Determinazione mediante approssimazione. Varietà centrali dipendenti da parametri, con applicazione alle equazioni di Lorenz. Forme normali: forma normale per la biforcazione di Poincaré-Andronov-Hopf.

Criteri notevoli per campi vettoriali autonomi

[W] Cap. 4, Cap. 7, par. 7.4, Cap. 8, par. da 1 a 3. Cap. 9. Cap. 19, solo par. 12 fino Teor. 19.12.6.

[M] Cap. 7, par 3.

Criteri di non esistenza di orbite periodiche per sistemi planari autonomi: criterio di Bendixson e di Dulac. Proprietà del flusso di campi vettoriali autonomi. Comportamento asintotico: insieme omega e alfa limite. Proprietà degli insiemi omega limite. Teorema di LaSalle e applicazione alla stabilità per il modello SEIR. Teorema di Poincaré-Bendixson. Coniugio ed equivalenza di campi vettoriali. Teorema di Hartman-Grobman.

Elementi di teoria delle biforcazioni

[W] Capitolo 20, par 1 e 2.

Biforcazioni di punti fissi di campi vettoriali. Caso dell'autovalore nullo singolo con esempi. Condizioni generali di biforcazione: Biforcazione nodo-sella, transcritica e pitchfork. Biforcazione di Poincaré-Andronov-Hopf.

Testi consigliati:

[W] S. Wiggins; Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos. Springer, 2003

[G] Appunti di Fisica Matematica 3 del Prof. Guido Gentile, disponibili alla pagina web:
<http://www.mat.uniroma3.it/users/gentile/2014-2015/FM410/testo.html>

[M] M. Martcheva, An Introduction to Mathematical Epidemiology, Texts in Applied Mathematics, Springer, 2015.

Per ulteriori approfondimenti

M. W. Hirsch, S. Smale; Differential equations, dynamical systems and linear algebra. Academic Press, 1974.

J. Guckenheimer, P. Holmes; Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields. Springer, 1990