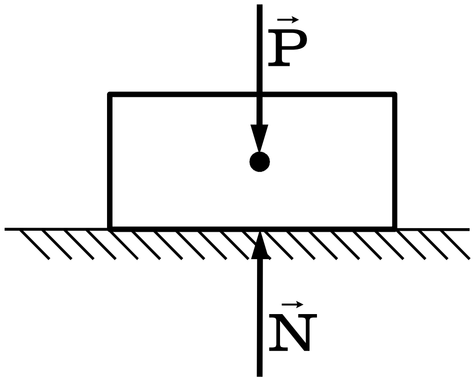
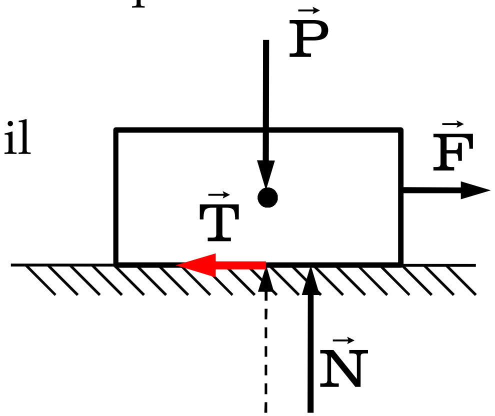
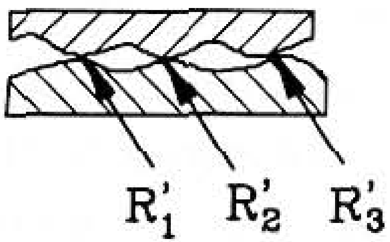
ATTRITO STATICO



Si consideri un corpo rigido su un piano, inizialmente caricato con una forza P normale al piano di appoggio (es. forza peso)
Il corpo è in quiete: all'interfaccia di contatto si origina una forza N che garantisce l'equilibrio.

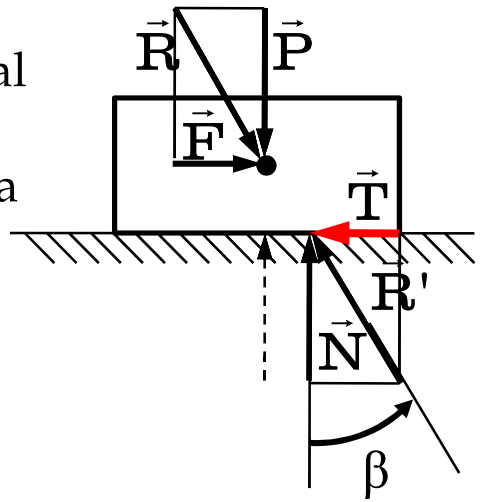
Se al corpo si applica una debole forza parallela al piano, il corpo continua a mantenersi in quiete: all'interfaccia di contatto si origina una ulteriore forza T che garantisce l'equilibrio. Il punto di applicazione di N si sposta per equilibrare la coppia data da F e T.



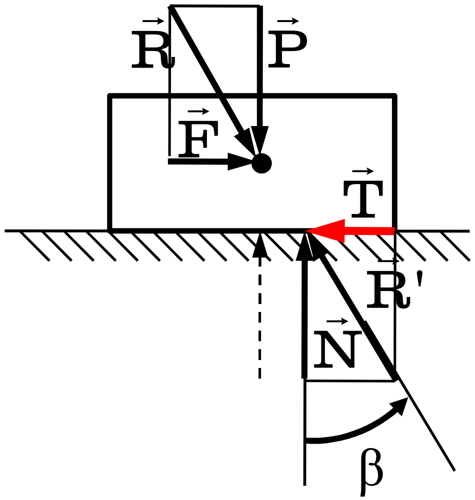


$$\vec{R}' = \sum \vec{R}'_i$$

La forza di aderenza T è originata dal contributo delle inevitabili asperità presenti all'interfaccia di contatto. La presenza dell'attrito si manifesta sotto forma di forze tangenziali distribuite sulla superficie in cui i corpi vengono in contatto.



ATTRITO STATICO

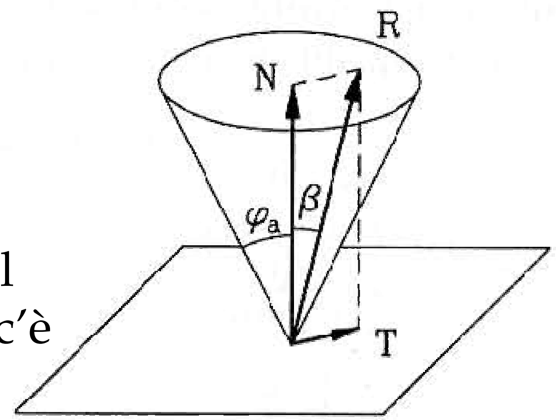


La risultante delle reazioni del piano è data dalla somma di N e di T. Se la forza F aumenta, aumenta anche la reazione T ed il corpo si mantiene ancora in quiete.
L'angolo **β** aumenta.
Quando F supera un valore limite il corpo accelera nella direzione di F.
Le condizioni limite sono identificate da:

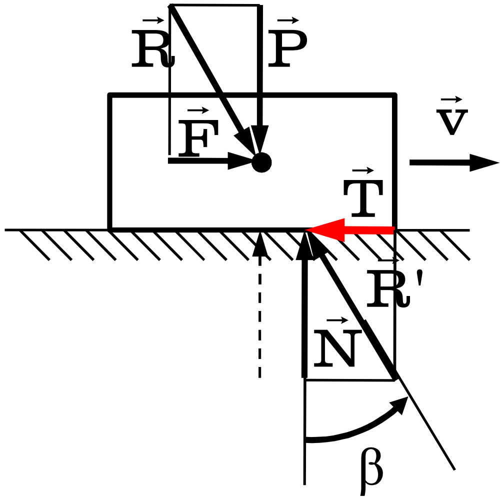
$$\mathbf{F}_{\text{lim}} = \mathbf{T}_{\text{lim}} = \mathbf{N} \cdot \tan\beta_{\text{lim}} = \mathbf{f}_{\text{a}} \cdot \mathbf{N}$$

$$\beta_{\text{lim}} = \arctan(\mathbf{f}_{\text{a}}) = \varphi_{\text{a}}$$

φ_a è detto angolo di aderenza
f_a è detto **coefficiente di attrito statico** o **coefficiente di aderenza**.
f_a dipende dai materiali a contatto e dalle condizioni superficiali (es: rugosità)
Se la risultante delle forze applicate ha un angolo β interno al cono di aderenza, il corpo è in condizioni di aderenza e non c'è moto relativo.



ATTRITO DINAMICO



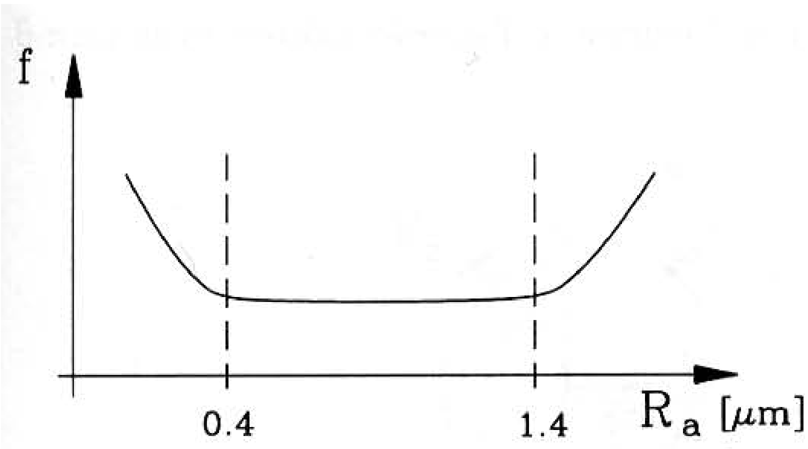
Se $F > F_{lim} = N \cdot f_a$ si stabilisce un moto relativo.

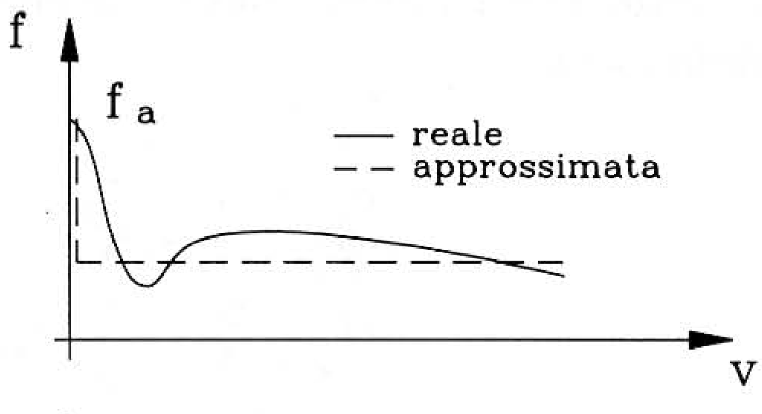
Si supponga di applicare una forza **F** tale da mantenere il corpo in moto a **velocità costante**: il corpo è in equilibrio.

Si osserva sperimentalemnte che in queste condizioni la forza tangenziale è inferiore al limite di aderenza.

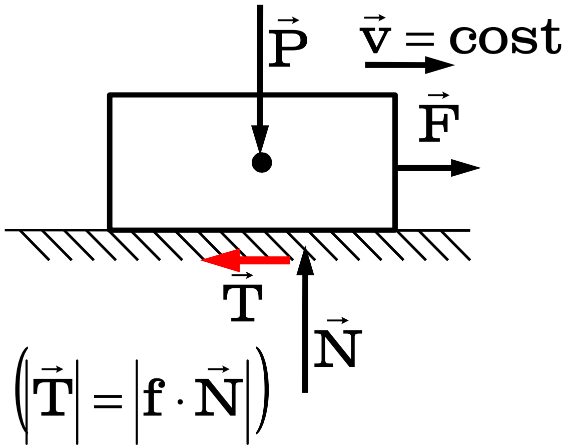
$$\mathbf{v} = \mathbf{cost} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F} = \mathbf{T} < \mathbf{T}_{lim}$$

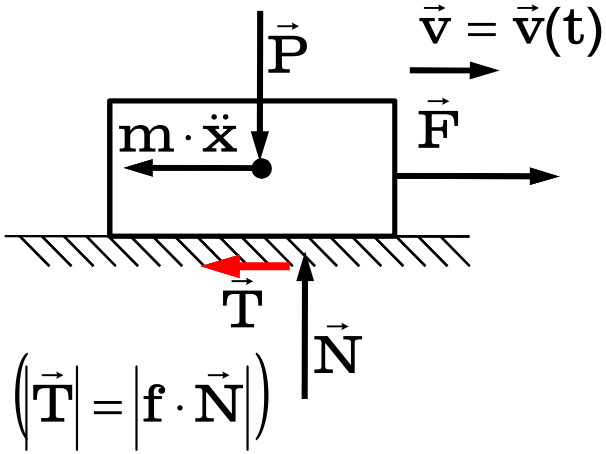
$\mathbf{T} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{f}$ f = coefficiente di attrito dinamico, è poco dipendente dalla velocità relativa.





ATTRITO DINAMICO





$$\mathbf{v} = \text{cost} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F} = \mathbf{T} < \mathbf{T}_{\text{lim}}$$

$$\mathbf{F} > \mathbf{T} = \mathbf{f} \cdot \mathbf{N} \quad \Rightarrow \quad \text{moto accelerato}$$

Se la forza esterna F aumenta, non è più equilibrata da T, si instaura un **moto accelerato**: l'equilibrio del corpo deve ternere conto delle **azioni di inerzia**.
Il **verso** di <u>**T**</u> è **sempre opposto** al verso della **velocità** del corpo relativa alla superficie di scorrimento.

$$\mathbf{N} = \mathbf{P} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{g}$$
$$\mathbf{F} = \mathbf{T} + \mathbf{m} \cdot \ddot{\mathbf{x}}$$
$$\mathbf{T} = \mathbf{f} \cdot \mathbf{N}$$

3.1.3 Problemi con attrito

Alla luce di quanto detto, si vede che nei problemi in cui è presente l'attrito si possono verificare tre casi tipici, ognuno dei quali è rappresentabile da ben precise relazioni analitiche:

a) *Aderenza.* I due corpi a contatto non hanno velocità relativa, inoltre la reazione tangenziale è inferiore al valore limite:

$$V_R=0 \qquad T \leq f_a N$$

b) *Aderenza limite.* I due corpi non hanno velocità relativa, inoltre la reazione tangenziale ha il massimo valore possibile, oltre il quale inizia lo strisciamento:

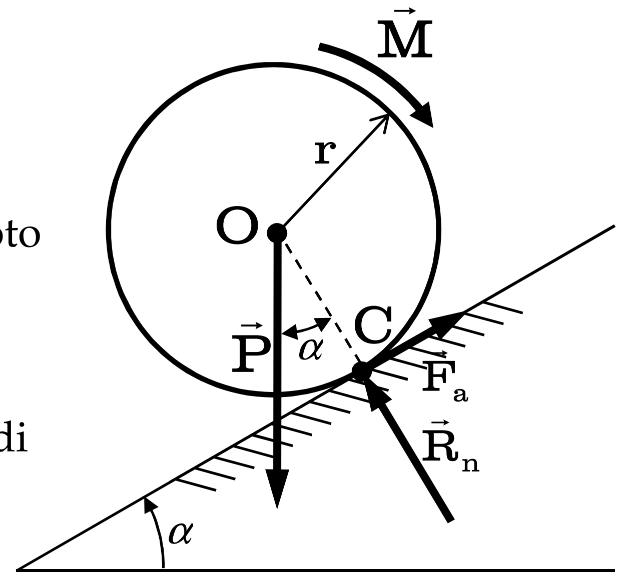
$$V_R=0 \qquad T=f_a N$$

c) *Strisciamento.* I due corpi a contatto hanno una velocità tangenziale relativa (strisciano), inoltre la reazione tangenziale è proporzionale alla reazione normale secondo il coefficiente d'attrito:

$$V_R \neq 0 \qquad T=f\,N$$

ATTRITO

Un disco di raggio **r** e peso **P** rotola senza strisciare lungo un piano inclinato di un angolo $\boldsymbol{\alpha}$ con l'orizzontale.
Si determini la coppia **M** necessaria per mantenere il disco in moto uniforme ed il valore della forza scambiata tra disco e piano.
Si determini il valore minimo del coefficiente di aderenza $\mathbf{f_{a,min}}$ affinché sia garantita la condizione di rotolamento puro.
Se il coefficiente di aderenza è $\mathbf{f_a}$ determinare il valore massimo di accelerazione che può assumere il baricentro **O** e la coppia **M** necessaria per generarla.



$$\sum \vec{F}_e + \vec{F}_i = 0$$
$$\sum \vec{M}_e + \vec{M}_i = 0$$

$$\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{F}_a = 0$$
$$\vec{M} + \overrightarrow{CO} \wedge \vec{P} = 0$$

$$P \cdot \sin\alpha - F_a = 0$$
$$P \cdot \cos\alpha - R_n = 0$$
$$M - P \cdot r \cdot \sin\alpha = 0$$

$$M = P \cdot r \cdot \sin\alpha$$
$$F_a = P \cdot \sin\alpha$$
$$R_n = P \cdot \cos\alpha$$

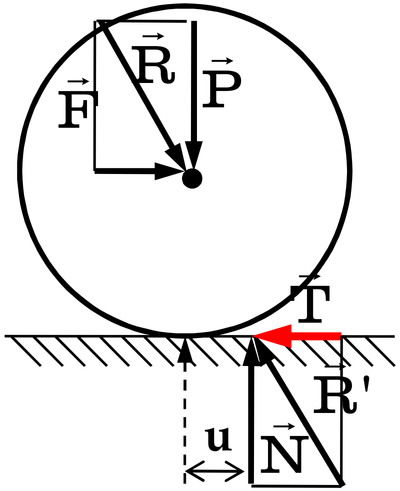
$$f_{a,min} = \frac{F_a}{R_n} = \frac{P \cdot \sin\alpha}{P \cdot \cos\alpha} = tg\alpha$$

$$\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{F}_a = -\vec{F}_I$$
$$\vec{M} + \overrightarrow{CO} \wedge \vec{P} = -\vec{M}_I$$

$$P \cdot \sin\alpha - F_a = m \cdot a_{max}$$
$$P \cdot \cos\alpha - R_n = 0$$
$$M - P \cdot r \cdot \sin\alpha = I \cdot \dot{\omega}_{max}$$

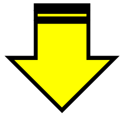
$$F_{a,max} = f_a \cdot R_n = f_a \cdot P \cdot \cos\alpha$$
$$P \cdot \sin\alpha - F_{a,max} = m \cdot a_{max}$$
$$mg \cdot \sin\alpha - f_a \cdot mg \cdot \cos\alpha = m \cdot a_{max}$$
$$a_{max} = g \cdot (\sin\alpha - f_a \cdot \cos\alpha) = r \cdot \dot{\omega}_{max}$$
$$\dot{\omega}_{max} = \frac{a_{max}}{r} = \frac{g \cdot (\sin\alpha - f_a \cdot \cos\alpha)}{r}$$
$$M_{max} = P \cdot r \cdot \sin\alpha + I \cdot \dot{\omega}_{max}$$

ATTRITO VOLVENTE (Resistenza al rotolamento)



Il cilindro è appoggiato al piano orizzontale.
Sperimentalmente si osserva che:

- se gli si applica un'azione motrice (una coppia o una forza di trazione orizzontale), il cilindro resta in quiete fino a che la coppia o la forza non superano un certo valore limite.
- Per mantenere il cilindro in moto uniforme è necessario mantere un'azione motrice.



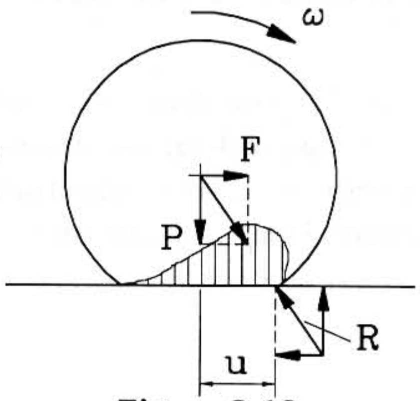
esiste un'azione resistente che si oppone al rotolamento

L'azione resistente dipende essenzialmente da tre fattori:

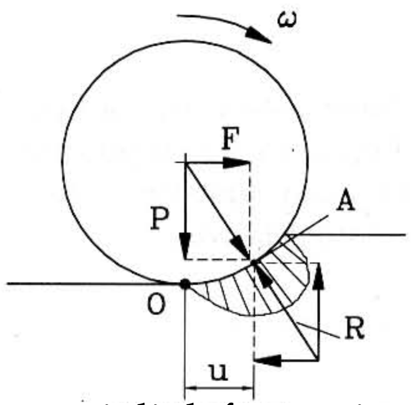
1) I corpi non sono perfettamente rigidi, i carichi producono una certa deformazione
2) Le deformazioni non sono perfettamente elastiche
3) All'interno dell'area di contatto si verificano miscro–strisciamenti dovuti alle deformazioni

ATTRITO VOLVENTE (Resistenza al rotolamento)

La forza N è la risultante delle pressioni di contatto che si originano dalle deformazioni dovute al carico (il contatto avviene in un'area finita)

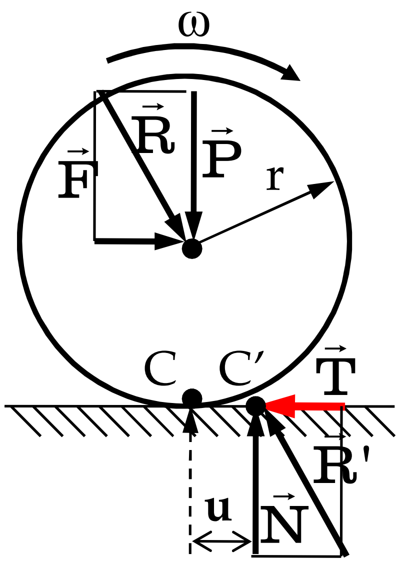


Ipotesi di deformazione del cilindro



Ipotesi di deformazione del piano

per equilibrare la coppia motrice il punto di applicazione della forza N è spostato di una quantità **u** (detto **parametro di attrito volvente**) rispetto alla posizione centrale.



Equilibrio intorno a C':

$$P \cdot u - F \cdot r = 0$$

$$F = P \cdot \frac{u}{r} = P \cdot f_v$$

è la forza necessaria per mantere le condizioni di rotolamento

$$f_v = \frac{P}{F} = \frac{u}{r}$$

Coefficiente di attrito volvente

ATTRITO VOLVENTE (Resistenza al rotolamento)

u [m]: **parametro di attrito volvente**, dipende debolmente dal raggio (cresce al crescere del raggio) del corpo rotolante e dalla velocità angolare di rotolamento (cresce con la velocità angolare).

f_v = u/r: coefficiente di attrito volvente, diminuisce al crescere di **r** (nonostante **u** cresca) e cresce (approssimativamente) con il quadrato della velocità angolare.

Coefficiente di attrito radente		
Superfici	**f_a (statico)**	**f (dinamico)**
Legno - legno	0,50	0,30
Acciaio - acciaio	0,78	0,42
Acciaio - acciaio lubrificato	0,11	0,05
Acciaio - alluminio	0,61	0,47
Acciaio - ottone	0,51	0,44
Acciaio - teflon	0,04	0,04
Acciaio - ghiaccio	0,027	0,014
Acciaio - aria	0,001	0,001
Acciaio - piombo	0,90	n.d.
Acciaio - ghisa	0,40	n.d.
Acciaio - grafite	0,10	n.d.
Acciaio - plexiglas	0,80	n.d.
Acciaio - polistirene	0,50	n.d.
Rame - acciaio	1,05	0,29
Rame - vetro	0,68	0,53
Gomma - asfalto (asciutto)	1,0	0,8
Gomma - asfalto (bagnato)	0,7	0,6
Vetro - vetro	0,9 - 1,0	0,4
Legno sciolinato - neve	0,10	0,05

Coefficiente di attrito volvente	
Superfici	**f_v**
Legno - legno	0,0015
Acciaio - acciaio	0,0005
Legno - acciaio	0,0012
Pneumatico - asfalto	0,08
Sfere rotolanti (cuscinetti)	0,0025÷0,01

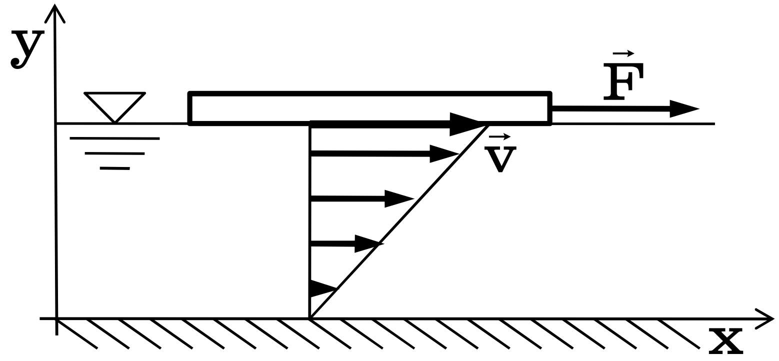
[…] In particolare, secondo il DM 236 del 1989, un pavimento "sicuro" è quello con un coefficiente di attrito superiore allo **0,40** con pavimento bagnato o in presenza d'olio e grassi, testato con elemento scivolante in gomma dura. […]
Fonte INAIL (http://www.ispesl.it/)

FORZE VISCOSE

Sono forze tangenziali originate dal moto relativo di sue strati adiacenti di un fluido.

Sperimentalmente si è visto che:

$$\vec{F} = -\mu \cdot \frac{\vec{v} \cdot A}{h}$$



F = forza necessaria per mantenere la velocità **v**
A = area della superficie della piastra
h = spessore del film fluido
v = velocità della piastra
μ = viscosità dinamica (o viscosità)

$$[\mu] = \frac{[F] \cdot [h]}{[v] \cdot [A]} = \frac{[kg \cdot m \cdot s^{-2}] \cdot [m]}{[m \cdot s^{-1}] \cdot [m^2]} = [kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]$$

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ **viscosità cinematica** (ρ = densità del fluido)

Ordine di grandezza per i fluidi comuni

FORZE VISCOSE

Generalmente **μ** dipende (fortemente) dalla **temperatura** e (debolmente) dalla **pressione** del fluido.

Fluidi **Newtoniani** $\Rightarrow$ **μ non dipende dalla velocità**

Fluidi **non Newtoniani** $\Rightarrow$ **μ dipende dalla velocità**

$$\vec{\tau} = \frac{\vec{F}}{A} = -\mu \cdot \frac{\vec{v}}{h} = -\mu \cdot \frac{d\vec{u}}{dy}$$

tensione tangenziale che si sviluppa tra due strati contigui di fluido

FORZE SU CORPI IMMERSI IN UN FLUIDO

Quando un corpo si muove all'interno di un fluido con velocità **v**, a causa delle forze superficiali agenti in direzione normale (forze di pressione) e tangenziale (forze viscose), si sviluppa sul corpo una forza risultante **F** ce viene normalmente espressa come somma di una componente **R** (resistenza) in direzione della velocità relativa, e di una componente **L** (portanza) in direzione perpendicolare alla velocità relativa.

$$L = c_L \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} A$$

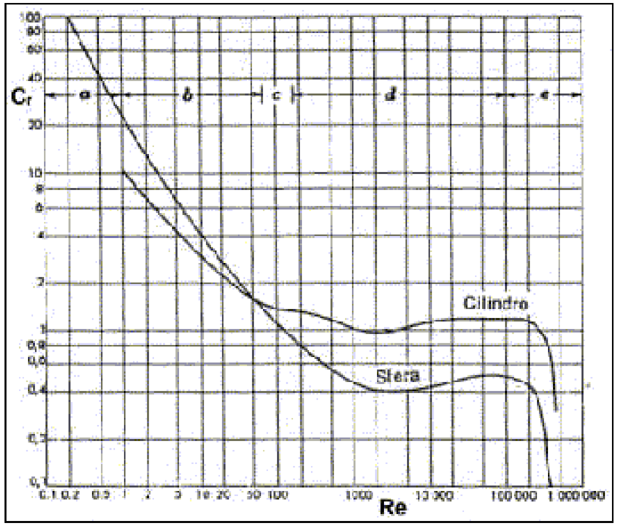
$$R = c_R \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} A$$

$A =$ area caratterisctica del corpo

$\rho =$ densità del fluido

$c_L =$ coefficiente di portanza

$c_R =$ coefficiente di resistenza



Per un corpo avente un asse di simmetria in un fluido con velocità relativa diretta come l'asse di simmetria, la portanza è nulla, e si ha solo resistenza.
In genere il coefficiente di resistenza è fornito come funzione del numero di Reynolds:

$$R = c_r \frac{\rho \cdot v^2}{2} \cdot A$$

$$c_r = c_r(Re)$$

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot L}{\mu}$$

$v =$ velocità relativa

$L =$ lunghezza caratteristica del corpo

$\rho =$ densità del fluido

$\mu =$ viscosità cinematica

$c_R =$ coefficiente di resistenza