

I RAPPORTI STATISTICI

È un rapporto (quozienti) tra due fenomeni, di cui uno almeno di natura statistica, legati da un nesso logico

$$R = \frac{a}{b}$$

- ✓ a → fenomeno da confrontare
- ✓ b → fenomeno da eliminare

Distinguiamo:

- **Rapporti che si semplificano**
Esprimono un concetto analogo ad $\frac{a}{a}$ e $\frac{b}{b}$. Sono espressi nella stessa unità di misura di $\frac{a}{a}$ e $\frac{b}{b}$
 - rapporto di composizione
 - rapporto di derivazione
 - rapporto di coesistenza
 - numeri indici
 -
- **Rapporti che si risolvono**
Hanno un significato diverso da $\frac{a}{a}$ e $\frac{b}{b}$. Sono espressi in unità di misura differente da $\frac{a}{a}$ e $\frac{b}{b}$
 - rapporto di durata
 - rapporto di rinnovo

RAPPORTO DI COMPOSIZIONE

Evidenzia il contributo del valore assunto da una data modalità rispetto a quello di tutte le altre modalità

ES. frequenza relativa $\frac{n_i}{N}$, intensità relativa $\frac{x_i n_i}{\sum_{i=1}^s x_i n_i}$

Problema

Un gruppo di 173 studenti è stato osservato relativamente al suo atteggiamento verso il fumo e relativamente al sesso

	<i>Maschi</i>	<i>Femmine</i>	<i>Totale</i>
<i>Fumatore</i>	16	19	35
<i>Non Fumatore</i>	80	58	138
<i>Totale</i>	96	77	173

- a) fumano più i maschi o le femmine?
- b) tra i fumatori qual è la % di maschi?
- c) come si compone rispetto al sesso il gruppo dei non fumatori?
- d) come si ripartisce l'insieme degli studenti rispetto alle modalità fumatore/non fumatore?

Soluzioni

- a) maschi $16/96=0,167=17\%$ femmine $19/77=0,247=25\%$
- b) $16/35=0,457=46\%$
- c) maschi $80/138=0,58=58\%$ femmine $58/138=0,42=42\%$
- d) fumatore $35/173=0,202=20\%$ non fumatore $138/173=0,798=80\%$

RAPPORTO DI DERIVAZIONE

È un rapporto di causa-effetto, nel senso che rappresenta il presupposto logico di

Esempi

quoziente di natalità	$\frac{\text{nati}}{\text{popolazione}} 100$
-----------------------	--

quoziente di mortalità	$\frac{\text{morti}}{\text{popolazione}} 100$
------------------------	---

quoziente di nuzialità	$\frac{\text{matrimoni}}{\text{popolazione}} 100$
------------------------	---

reddito nazionale pro-capite	$\frac{\text{reddito nazionale}}{\text{popolazione}} 100$
------------------------------	---

n.b. se al denominatore si trova come fenomeno la popolazione, si considera in genere la semisomma della popolazione esistente all'inizio ed alla fine dell'anno

Problema

Dall'annuario statistico italiano (1989) si riporta il numero di incidenti stradali ed il numero di auto circolanti (in migliaia) nelle città capoluogo della Sicilia

Città	Num.incidenti	N.autovetture
Trapani	875	169
Palermo	2129	482
Messina	621	255
Agrigento	212	162
Caltanissetta	384	97
Enna	143	61
Catania	1531	447
Ragusa	295	119
Siracusa	522	160

a) in quale città il rischio di incidenti fra autoveicoli è il più elevato?

b) commentare il risultato

Città	Rischiox1000
Trapani	5,18
Palermo	4,33
Messina	2,44
Agrigento	1,31
Caltanissetta	3,96
Enna	2,34
Catania	3,43
Ragusa	2,48
Siracusa	3,26

a) Trapani b) nel 1989 nella città di Trapani si sono verificati in media 52 incidenti su 10000 auto circolanti

RAPPORTO DI COESISTENZA

Si effettua tra due fenomeni che coesistono all'interno di un collettivo per evidenziare eventuali squilibri

Esempi

quoziente di mascolinità $\frac{\text{nati maschi}}{\text{nati femmine}} 100$

quoziente di bilancio $\frac{\text{importazioni}}{\text{esportazioni}} 100$

Problema

<i>Corso di laurea</i>	<i>Iscritti</i>	<i>Laureati</i>
<i>Economia e commercio</i>	203040	10664
<i>Scienze economiche</i>	370	15
<i>Scienze Bancarie e Assicurative</i>	3779	63
<i>Scienze Economiche e Bancarie</i>	8871	464
<i>Scienze Economiche e Marittime</i>	168	93
<i>Scienze Statistiche e Attuariali</i>	1428	140
<i>Scienze Statistiche e Demografiche</i>	1456	65
<i>Scienze Statistiche e Economie</i>	4957	339
<i>Economia Aziendale</i>	16689	1627
<i>Economia Politica</i>	1943	168
<i>Scienze Economiche e Sociali</i>	2506	154
<i>Discipline Economiche e Sociali</i>	204	67
<i>Comm. Internaz. e Mercati Valutari</i>	4809	37
<i>Economia Marittima .e Trasporti</i>	338	5
<i>Economia Bancaria Finan. e Assicur.</i>	5870	0

a) Calcolare il rapporto tra il numero di laureati in Economia e Commercio ed il numero di laureati in Economia Aziendale. Che tipo di rapporto statistico rappresenta?

b) Calcolare il rapporto tra il numero di iscritti in Scienze Statistiche ed Attuariali ed il numero di iscritti totale. Che tipo di rapporto statistico rappresenta?

b) Calcolare il rapporto tra il numero di laureati in Scienze Statistiche e Demografiche ed il numero di iscritti nello stesso corso di Laurea. Che tipo di rapporto statistico rappresenta?

Soluzioni

a) $10644/1627=6,54$ (13 su 2)
Rapporto di Coesistenza

b) $1428/255348=0,56$ (1 su 200)
Rapporto di Composizione

c) $65/1456=0,0446$ (4,5%)
Rapporto di Derivazione

RAPPORTO DI DURATA

Esprime la permanenza media all'interno di un collettivo

- Es. E Flusso di entrata nel periodo
U Flusso di Uscita nel periodo
C₀ Consistenza all'inizio del periodo
C₁ Consistenza alla fine del periodo

$$R = \frac{(C_0 + C_1) / 2}{(E + U) / 2}$$

- E nascite
U morti
C₀ Popolazione al tempo 0
C₁ Popolazione al tempo 1

RAPPORTO DI RINNOVO

È il reciproco del rapporto di durata

$$\frac{1}{R}$$

Problema

Una macchina confeziona latte in brick. Un nastro trasporta 10 brick. Ogni secondo 2 brick salgono sul nastro e altri 2 scendono. In questo istante 2 brick vengono posti sul nastro. Quanto tempo rimarranno sul nastro?

$$R = \frac{10}{(2 + 2) / 2} = 5 \text{ sec}$$

NUMERI INDICI

Hanno lo scopo di fornire la variazione relativa di un fenomeno nel tempo e nello spazio

n.b. sono numeri puri non dipendono dall'unità di misura del fenomeno

1. numeri indici semplici

costituiscono rapporti percentuali fra due grandezze economiche omogenee misurate in tempi o luoghi diversi

a) **base fissa**

b) **base variabile**

esempi: fenomeno prezzi

BASE FISSA

Si ottengono rapportando la serie dei prezzi al prezzo del periodo scelto come base

$${}_1I_i = \frac{P_i}{P_1} 100 \quad i = 1, \dots, T$$

${}_1I_i$ indice di base 1 al tempo i

BASE VARIABILE

Si ottengono rapportando ciascun prezzo al prezzo del periodo immediatamente precedente

$${}_{i-1}I_i = \frac{P_i}{P_{i-1}} 100 \quad i = 1, \dots, T$$

${}_{i-1}I_i$ indice di base i-1 al tempo i

CAMBIAMENTO DI BASE

da base fissa → a base variabile

(reversibilità delle basi)

Data la successione dei numeri indici a base fissa, per ottenere la corrispondente successione a base variabile si divide ciascun indice a base fissa per il precedente moltiplicando il risultato per cento

$${}_{i-1}I_i = \frac{{}_1I_i}{{}_1I_{i-1}} 100 = \left(\frac{p_i}{p_1} 100 \right) : \left(\frac{p_{i-1}}{p_1} 100 \right) 100$$

es.

${}_1I_1=100\%$	${}_0I_1 =$	non esiste
${}_1I_2=94,5\%$	${}_1I_2 =$	$(94,5/100)100=94,5\%$
${}_1I_3=88,47\%$	${}_2I_3 =$	$(88,47/94,5)100=93,6\%$
${}_1I_4=80,47\%$	${}_3I_4 =$	$(80,47/88,47)100=91,36\%$

da base variabile → a base fissa

(circolarità)

Data la successione dei numeri indici a base variabile, per ottenere la corrispondente successione a base fissa si moltiplicano tutti gli indici a base mobile a ritroso nel tempo dividendo per cento tante volte quanti sono i prodotti effettuati

$${}_1I_i = ({}_1I_2 \square {}_2I_3 \square {}_3I_4 \dots {}_{i-1}I_i) : (100)^{i-2}$$

es.

${}_0I_1=$ non esiste	${}_1I_1 =$	100%
${}_1I_2=94,5\%$	${}_1I_2 =$	94,5%
${}_2I_3=93,6\%$	${}_1I_3 =$	$(93,6 \cdot 94,5)/100=88,47\%$
${}_3I_4=91,36\%$	${}_1I_4 =$	$(93,6 \cdot 94,5 \cdot 91,36)/(100 \cdot 100)=80,47\%$

da una base fissa → ad una differente base fissa

Data la successione dei numeri indici a base fissa, per ottenere la corrispondente successione in una base fissa differente, si divide ciascun indice della successione per l'indice riferito al periodo considerato come nuova base e si moltiplica per 100

$${}_1I_i = \frac{{}_1I_i}{{}_1I_1} 100 = \left(\frac{p_i}{p_1} 100 \right) : \left(\frac{p_1}{p_1} 100 \right) 100$$

$\frac{{}_1I_i}{{}_1I_1}$ coefficiente di raccordo

${}_1I_1=100\%$	${}_2I_1 = (100/94,5)100=105,8\%$
${}_1I_2=94,5\%$	${}_2I_2 = (94,5/94,5)100=100\%$
${}_1I_3=88,47\%$	${}_2I_3 = (88,47/94,5)100=93,6\%$
${}_1I_4=80,47\%$	${}_2I_4 = (80,47/94,5)100=85,1\%$

Problemi

Nella tabella seguente sono riportati gli arrivi di turisti stranieri nelle provincie dell'Emilia Romagna durante i mesi estivi per gli anni '92 e '93

<i>Provincia</i>	'92	'93
<i>Bologna</i>	2650	3123
<i>Ferrara</i>	4300	4600
<i>Forli</i>	9850	11234
<i>Parma</i>	2100	2150
<i>Modena</i>	2346	2400
<i>Reggio Emilia</i>	1980	2100
<i>Piacenza</i>	1235	1250
<i>Ravenna</i>	4579	4980

- a) Si calcoli per ogni provincia la variazione relativa degli arrivi del '93 rispetto al '92
- b) si sintetizzi con opportuno valore medio la variazione per regione

Soluzioni

a)

<i>Provincia</i>	${}_{92}I_{93}$
<i>Bologna</i>	1,178
<i>Ferrara</i>	1,070
<i>Forli</i>	1,141
<i>Parma</i>	1,024
<i>Modena</i>	1,023
<i>Reggio Emilia</i>	1,061
<i>Piacenza</i>	1,012
<i>Ravenna</i>	1,088

b)

$$M_g = \sqrt[8]{\prod_{i=1}^8 I_i} = \sqrt[8]{1,178 \cdot \dots \cdot 1,088} = 1,073$$

Numeri indici composti

Costituiscono indicatori delle variazioni relative di più fenomeni eterogenei, resi confrontabili dal riferimento a prezzi, quantità, ecc. Si ottengono come sintesi di numeri indici semplici

a) media di rapporti

b) rapporti tra medie

esempi: fenomeno prezzi di differenti merci

Tempi	Merci					
	1	2		j		s
0	p_{10}	p_{20}		p_{j0}		p_{s0}
1	p_{11}	p_{21}		p_{j1}		p_{s1}
i	p_{1i}	p_{2i}		p_{ji}		p_{si}
T	p_{1T}	p_{2T}		p_{jT}		p_{sT}

a) media di rapporti

Si calcolano i rapporti tra i prezzi di ciascuna merce avendo preventivamente scelto il tempo base. Si effettua successivamente la media di tutti questi rapporti

$${}_0I_i = \frac{\sum_{j=1}^s \left(\frac{p_{ji}}{p_{j0}} \right)}{s}$$

b) rapporti tra medie

Si calcolano la media dei prezzi di tutte le merci nei periodi considerati e la media dei prezzi di tutte le merci nel periodo scelto come base. Si effettua successivamente il rapporto tra queste medie.

$${}_0I_i = \frac{\sum_{j=1}^s \frac{P_{ji}}{s}}{\sum_{j=1}^s \frac{P_{j0}}{s}}$$

n.b. per tener conto dell'importanza dei diversi beni occorre introdurre un elemento di ponderazione ad esempio la quantità del bene considerato

- a) Indice di Laspeyres
- b) Indice di Paasche
- c) Indice di Edgeworth-Marshall
- d) Indice di Fisher

Indice di Laspeyres

Considera come elemento di ponderazione la quantità del bene relativa al tempo scelto come base

$${}_0I_i^L = \frac{\sum_{j=1}^s P_{ji} Q_{j0}}{\sum_{j=1}^s P_{j0} Q_{j0}}$$

n.b. Tale indice, mantenendo costante la quantità del bene a quella del periodo iniziale, presenta una *tendenziosità positiva*, tende cioè a sopravvalutare gli aumenti dei prezzi e a sottovalutarne le diminuzioni

b)Indice di Paasche

Considera come elemento di ponderazione la quantità del bene relativa al tempo di riferimento

$${}_0I_i^P = \frac{\sum_{j=1}^s p_{ji} q_{ji}}{\sum_{j=1}^s p_{j0} q_{ji}}$$

n.b. Tale indice presenta una *tendenziosità negativa*

c)Indice di Edgeworth-Marshall

Considera come elemento di ponderazione sia la quantità del bene relativa al tempo base sia quella relativa al tempo di riferimento

$${}_0I_i^E = \frac{\sum_{j=1}^s p_{ji} (q_{j0} + q_{ji})}{\sum_{j=1}^s p_{j0} (q_{j0} + q_{ji})}$$

d)Indice di Fisher

Formula ideale

$${}_0I_i^F = \sqrt{{}_0I_i^L {}_0I_i^P}$$

n.b. Problemi generali dei numeri indici possono essere sintetizzati in tre tipi:

- scelta dei beni inserire nel paniere
- scelta della base
- problemi metodologici relativi alla rilevazione dei dati

Principali numeri indici

- indice generale dei prezzi al consumo
 - indice dei prezzi all'ingrosso
 - indice del costo della vita

Problemi

Nella seguente tabella per i 4 titoli (A,B,C,D) vengono riportati le quotazioni ed il numero di titoli trattati in due giorni differenti:

Titolo azionario	9/9/1997		4/12/1997	
	Titoli trattati	Quotazioni	Titoli trattati	Quotazioni
A	204970	31919	241450	52803
B	170030	69520	151000	50984
C	89500	48930	83340	56110
D	114700	36200	90990	34850

- a) Confrontare, in termini relativi, il valore delle contrattazioni del 4/12/97 con quelle del 9/9/97 e commentare il risultato
- b) Tale variazione esprime gli effetti del cambiamento del numero di titoli trattati o del cambiamento delle quotazioni?
- c) Prendendo come tempo base il 9/9/97 calcolare il numero indice di Laspeyres delle quotazioni e si commenti il risultato

Soluzioni

- a) Il valore delle contrattazioni del 4/12/97 rappresenta il 105,2% di quello registrato il 9/9/97, infatti:

$$\frac{(52803 - 241450) + \dots + (34850 - 90990)}{(31919 - 204970) + (36200 - 114700)} = 1,052$$

b) Tale misura delle variazioni esprime sia il cambiamento del numero di titoli trattati sia il cambiamento delle quotazioni

c) Il numero indice di Laspeyres delle quotazioni relativo al tempo 4/12/97 con base 9/9/97 è:

$$\frac{(52803 - 204970) + \dots + (34850 - 114700)}{(31919 - 204970) + (36200 - 114700)} = 1,060$$

il cambiamento delle quotazioni dal 9/9/97 al 4/12/97 è stato tale che, se il numero di titoli trattati fosse rimasto invariato, il valore delle contrattazioni avrebbe guadagnato 6 punti percentuali