

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

POLO DELLE SCIENZE E DELLE TECNOLOGIE



FACOLTÀ DI INGEGNERIA

A.A.2007-2008

ANALISI ENERGETICA ED EXERGETICA DEGLI
SCAMBIATORI DI CALORE

F. CALISE, M. DENTICE D'ACCADIA, R.VANOLI

Corso di Termodinamica dei Processi di Conversione dell'Energia

Prof. Raffaele Vanoli

NAPOLI, MAGGIO 2008

Sommario

<i>ANALISI ENERGETICA ED EXERGETICA DEGLI SCAMBIATORI DI CALORE</i>	1
1. Introduzione	5
2. Tipologie di Scambiatori di Calore	5
3. Analisi termodinamica	11
4. Equazioni di Progetto	14
5. Metodo della media logaritmica delle differenze di temperatura	15
6. Profili di temperatura negli scambiatori di calore	20
7. Metodo ϵ -NTU	31
8. Exergia distrutta negli scambiatori di calore	37
9. Rappresentazione grafica della generazione entropica nel piano T, \dot{S}	39
10. Il numero di generazione entropica (Ns_f)	46
11. Scambiatori di Calore con perdite di carico	56
12. Rendimenti exergetici	59
13. Bibliografia	64

Indice delle Figure

Figura 1 - Tubi coassiali.....	6
Figura 2 - Volumi di controllo, scambiatore a tubi coassiali.....	6
Figura 3 - Scambiatore a tubi coassiali equicorrente	7
Figura 4 - Scambiatore a tubi coassiali controcorrente.....	7
Figura 5 - Scambiatore Tubi e mantello.....	8
Figura 6 - Schema scambiatore tubi e mantello.....	8
Figura 7 - Schema scambiatore tubi e mantello - due passaggi lato tubi.....	9
Figura 8 - Tubo alettato esternamente	9
Figura 9 - Schema scambiatore a flussi incrociati.....	10
Figura 10 - Schema scambiatore di calore a piastre alettate	10
Figura 11 - Schema scambiatore di calore a piastre alettate a flussi incrociati	11
Figura 12 - Volume di controllo per i bilanci sullo scambiatore di calore	12
Figura 13 - Schematizzazione scambiatore di calore.....	15
Figura 14 - Schema equicorrente	18
Figura 15 - Schema controcorrente.....	18
Figura 16 - Diagrammi (T,A) per scambiatori equicorrente.....	20
Figura 17 - Diagrammi (T,A) per scambiatori equicorrente ($A \rightarrow \infty$)	21
Figura 18 - Scambiatore Controcorrente, $M > 0$ ($\dot{C}_f > \dot{C}_c$).....	22
Figura 19 -- Scambiatore Controcorrente, $M > 0$ ($\dot{C}_f > \dot{C}_c$), ($A \rightarrow \infty$).....	23
Figura 20 - Scambiatore Controcorrente, $M > 0$ ($\dot{C}_f > \dot{C}_c$) – Confronto Area finita ed Area infinita.....	23
Figura 21 - Scambiatore controcorrente, $M=0$ ($\dot{C}_f = \dot{C}_c$)	24
Figura 22- Scambiatore controcorrente, $M=0$ ($\dot{C}_f = \dot{C}_c$), ($A \rightarrow \infty$)	25
Figura 23- Scambiatore controcorrente, $M=0$ ($\dot{C}_f = \dot{C}_c$), confronto Area di scambio finita ed infinita.....	25
Figura 24 - Scambiatore controcorrente, $M < 0$ ($\dot{C}_f < \dot{C}_c$)	26
Figura 25- Scambiatore controcorrente, $M < 0$ ($\dot{C}_f < \dot{C}_c$), ($A \rightarrow \infty$)	27
Figura 26- Scambiatore controcorrente, $M < 0$ ($\dot{C}_f < \dot{C}_c$), ($A \rightarrow \infty$), Confronto area di scambio finita ed infinita.....	27
Figura 27 - Scambiatore (EQ o CC) in cui il fluido freddo è in passaggio di fase (evaporatore)	29
Figura 28 - Scambiatore (EQ o CC) in cui il fluido caldo è in passaggio di fase (condensatore)	29
Figura 29- Scambiatore (EQ o CC) in cui il fluido freddo è in passaggio di fase (evaporatore) ($A \rightarrow \infty$)	30
Figura 30- Scambiatore (EQ o CC) in cui il fluido caldo è in passaggio di fase (condensatore) ($A \rightarrow \infty$)	30
Figura 31 – Diagramma ϵ -NTU per scambiatori controcorrente.....	34
Figura 32 – Diagramma ϵ -NTU per scambiatori equicorrente	35
Figura 33 - Scambiatore equicorrente bilanciato di area infinita.....	36
Figura 34 - Rappresentazione dell'Exergia distrutta sul piano T,s -evaporazione.....	39
Figura 35 - Rappresentazione dell'Exergia distrutta sul piano T,s -condensazione	39
Figura 36 - Diagramma T, \dot{S} - isobara.....	40
Figura 37 - Diagramma (T, \dot{S}) - scambiatore di calore	41
Figura 38- Diagramma (T, \dot{S}) - scambiatore di calore –Traslazione isobara fluido freddo ($p_c > p_f$).....	42

Figura 39 - Diagramma (T, \dot{S}) - scambiatore di calore –Traslazione isobara fluido freddo ($p_c < p_f$)	43
Figura 40 - Diagramma (T, \dot{S}) - scambiatore di calore –Traslazione isobara fluido freddo ($p_c = p_f$)	43
Figura 41 Diagramma (T, \dot{S}) - scambiatore di calore – Confronto EQ vs CC	45
Figura 42 - Nsf, scambiatore controcorrente bilanciato	48
Figura 43 - Scambio di energia termica fra due SET	49
Figura 44 - Lunghezza di scambio termico per scambiatori bilanciati con temperature costanti o variabili..	50
Figura 45 - Diagramma Nsf, ϵ , ω , $\chi=0,909$	51
Figura 46 - Diagramma Nsf, ϵ , ω , $\chi=0,60$	52
Figura 47 - Diagramma Nsf, ϵ , ω , $\chi=0,40$	52
Figura 48 - Diagramma Nsf, ϵ , ω , $\chi=0,20$	53
Figura 49 - Massima efficienza di uno scambiatore equicorrente	54
Figura 50 - Diagramma Nsf, ϵ , ω , $\chi=0,20$ – Scambiatore equicorrente	54
Figura 51- Diagramma Nsf, ϵ , ω , $\chi=0,20$ – Scambiatore controcorrente	55
Figura 52- Diagramma Nsf, ϵ , ω , $\chi=0,80$ – Scambiatore equicorrente	55
Figura 53- Diagramma Nsf, ϵ , ω , $\chi=0,80$ – Scambiatore controcorrente	56
Figura 54 - Diagramma exergia oraria, entalpia oraria, scambiatori reali, $T > T_a$	58
Figura 55 - rendimento exergetico, caso A	60
Figura 56- Rendimenti exergetici, caso A	61
Figura 57 - Rendimenti exergetici, caso B	62
Figura 58- Rendimenti exergetici, caso B	63
Figura 59 - rendimento exergetico caso A scambiatore reale.....	64

1. Introduzione

Nell'analisi dei componenti termodinamici si tende a suddividerli in due gruppi, in funzione della tipologia di flusso energetico che attraversa il proprio volume di controllo. Tutti i componenti analizzati nelle sezioni precedenti erano caratterizzati da flussi di energia meccanica non nulli ($\dot{L} \neq 0$) e da superfici del volume di controllo adiabatiche ($\dot{Q} = 0$). I componenti di seguito analizzati, invece, sono caratterizzati da scambi termici non nulli ($\dot{Q} \neq 0$) e superfici anergodiche ($\dot{L} = 0$). A quest'ultima categoria appartengono gli *scambiatori di calore*.

Si definisce scambiatore di calore *un dispositivo che consenta lo scambio di energia termica fra un fluido a temperatura maggiore ed un fluido a temperatura minore*. Gli scambiatori di calore sono tra i componenti termodinamici maggiormente diffusi e sono utilizzati in una vastissima gamma di applicazioni, dalla scala minima (ad es. batterie di scambio termico negli impianti di climatizzazione) fino alla massima (ad es. batterie di scambio termico in impianti motori, operatori ed industriali in genere).

Lo studio degli scambiatori di calore è, in generale, molto complesso in quanto richiede conoscenze multidisciplinari che includono: termodinamica, trasmissione del calore e fluidodinamica. Inoltre, unitamente a considerazioni di carattere termodinamico, la progettazione completa di uno scambiatore di calore richiede l'implementazione di un numero notevole di teorie quali: l'analisi dell'ingombro, del peso, della resistenza meccanica e dei costi dello scambiatore stesso.

In questa sede verranno discusse esclusivamente le modalità attraverso le quali viene realizzata la progettazione termica dello scambiatore di calore, rimandando a trattazioni più specialistiche le analisi di resistenza strutturale e di tipo economico.

2. Tipologie di Scambiatori di Calore

È possibile realizzare un processo di scambio termico fra due fluidi secondo numerosissime modalità; nella pratica, infatti, esistono numerose tipologie di scambiatori di calore, classificabili in funzione di:

- Materiali costruttivi
- Tipologia dei fluidi evolventi
- Disegno termo fluidodinamico

Il metodo più semplice con cui è possibile realizzare uno scambio termico fra due fluidi è quello di utilizzare due tubazioni coassiali, facendo scorrere il primo fluido nel tubo interno ed il secondo nella zona anulare compresa fra il tubo interno ed il tubo esterno (Figura 1).

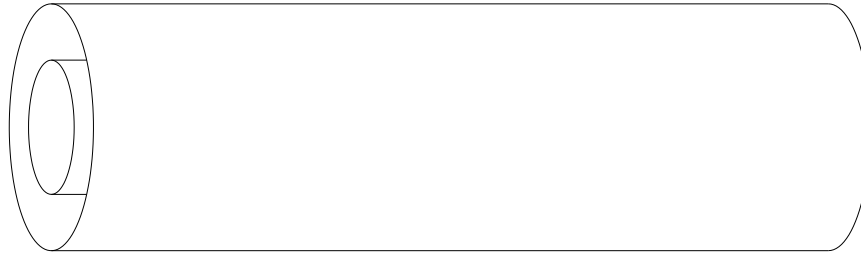


Figura 1 - Tubi coassiali

Tale sistema evidenzia due possibili volumi di controllo:

- Fluido che evolve nel tubo interno (zona non tratteggiata di Figura 2)
- Fluido che evolve nella zona anulare compresa fra il tubo interno ed il tubo esterno (zona tratteggiata di Figura 2)

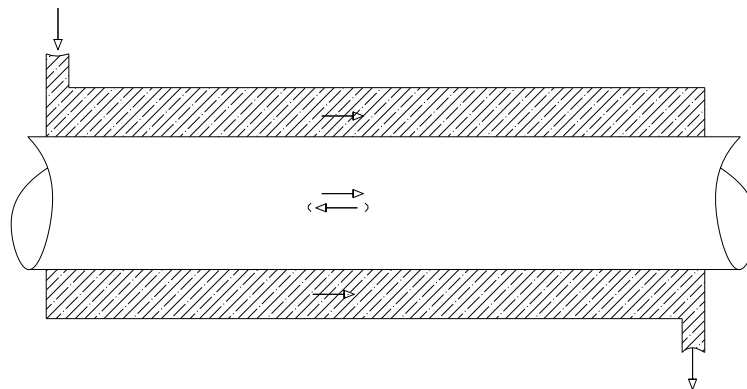


Figura 2 - Volumi di controllo, scambiatore a tubi coassiali

Il processo di scambio termico è estremamente semplice: sezione per sezione, esisterà sempre una certa differenza di temperatura tra il fluido che si trova a temperatura maggiore (detto *fluido caldo*) ed il fluido a temperatura minore (detto *fluido freddo*) che consentirà il trasferimento di energia termica dal primo verso il secondo.

Uno scambiatore di calore di questo tipo è detto a *tubi coassiali* o *tubo in tubo*. Per questa tipologia di scambiatore, possono verificarsi due diverse condizioni di flusso (Figura 2): una prima (Figura 3) in cui entrambi i fluidi scorrono nella stessa direzione e stesso verso (**equicorrente**) ed una seconda (Figura 4) in cui i fluidi hanno la stessa direzione ma verso opposto (**controcorrente**).

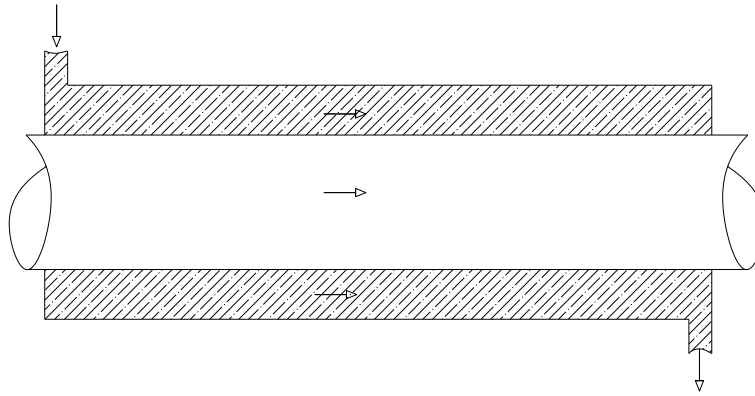


Figura 3 - Scambiatore a tubi coassiali equicorrente

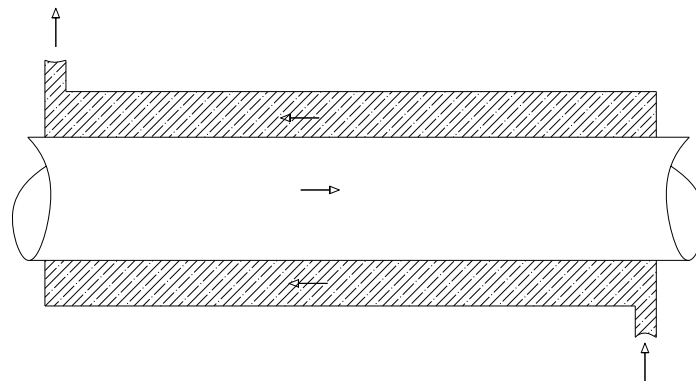


Figura 4 - Scambiatore a tubi coassiali controcorrente

Lo schema dello scambiatore tubo in tubo è sicuramente molto semplice ma nella pratica si realizza solo in rare applicazioni, in quanto tale tipologia di scambiatore richiede ingombri specifici (Area di scambio per unità di potenza termica scambiata) molto elevati. Molto più diffuso, invece, è lo scambiatore a **tubi e mantello**, in cui un fascio tubiero è installato all'interno di un recipiente. Il fluido caldo (o freddo) scorre all'interno dei tubi mentre quello freddo (o caldo) evolve fra la superficie interna del recipiente e la superficie esterna delle tubazioni (Figura 5). Sono costituiti da 3 parti fondamentali: testata di ingresso; fascio tubiero e mantello (corpo centrale); testata di uscita. La testata di ingresso (dove è presente la "tube inlet") ha il compito di indirizzare il fluido nei tubi (in maniera omogenea, cercando quindi di far investire dal fluido tutti i tubi). Per questo motivo non è del tutto semicircolare ma è leggermente allungata consentendo al fluido di distribuirsi in ogni tubo. La testata di ingresso è legata ad una piastra provvista di una serie di fori (che alloggiavano le estremità dei tubi) solitamente disposti lungo una maglia ben precisa. Le maglie più elementari sono quelle triangolari e quadrate che offrono due diversi vantaggi. La triangolare assicura una maggiore turbolenza del fluido, la quadrata garantisce una più semplice pulizia. La distanza tra tubo e tubo viene detta "*passo*" (passo triangolare nel caso della maglia triangolare o passo quadrato nel caso della maglia quadrata) e in media è pari a 1,25 - 1,50 volte il diametro esterno dei tubi. Lo scambiatore è generalmente provvisto di due piastre tubiere, disposte all'estremità dei tubi del fascio, ma in situazioni particolari se ne utilizza una sola. Nel corpo centrale sono disposti i tubi all'interno di un involucro detto *Mantello* (shell). Sono generalmente presenti dei diaframmi (buffels) che migliorano la turbolenza del fluido che passa all'esterno dei tubi (Figura 6). Per evitare l'uso di scambiatori di dimensioni eccessive si può far passare il fluido più volte lato tubi e/o lato mantello. Volendo far passare due volte lato tubi, basterà inserire un diaframma orizzontale nella testata di ingresso (in questo modo si assicura comunque

un'elevata turbolenza del fluido quindi un buon coefficiente di scambio termico), così come mostrato in Figura 7. Si possono avere anche più di due passaggi lato tubi (al massimo 8) e generalmente al massimo 4 passaggi lato mantello. Ricordiamo che unicamente nel caso 2 - 2 (2 passaggi lato tubi e 2 passaggi lato mantello) i 2 fluidi sono sempre in controcorrente, negli altri casi bisognerà tenere conto che i fluidi non scambieranno calore in controcorrente.

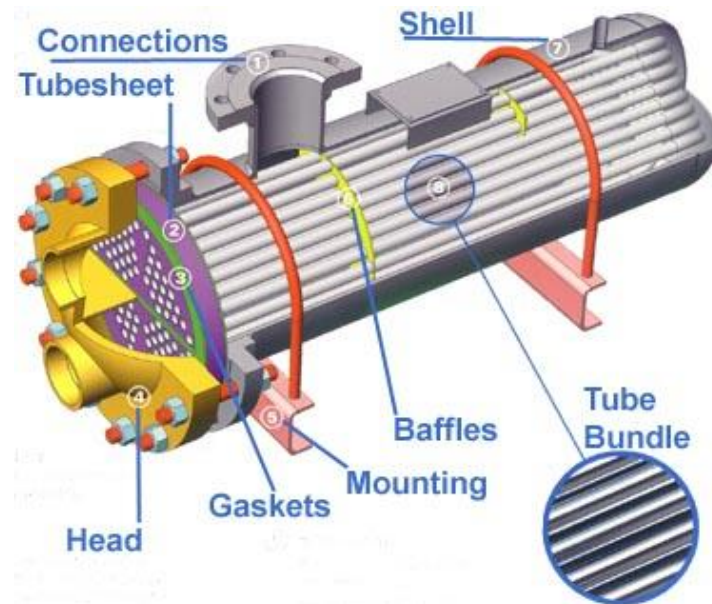


Figura 5 - Scambiatore Tubi e mantello

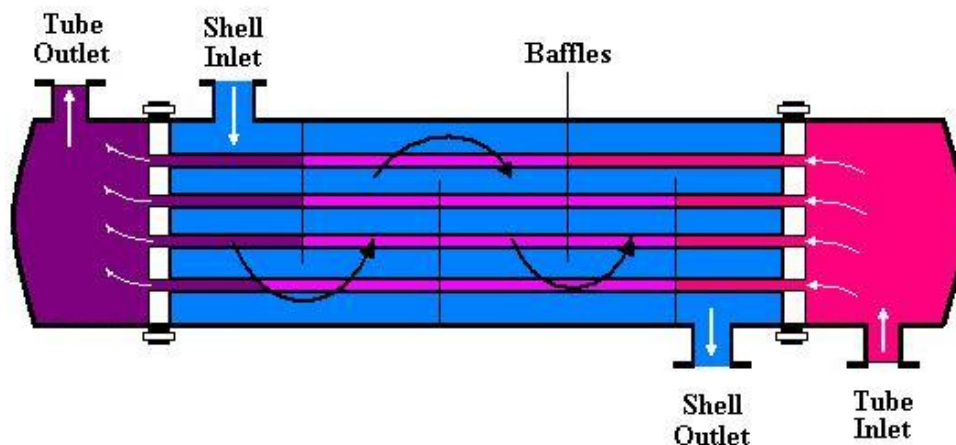


Figura 6 - Schema scambiatore tubi e mantello

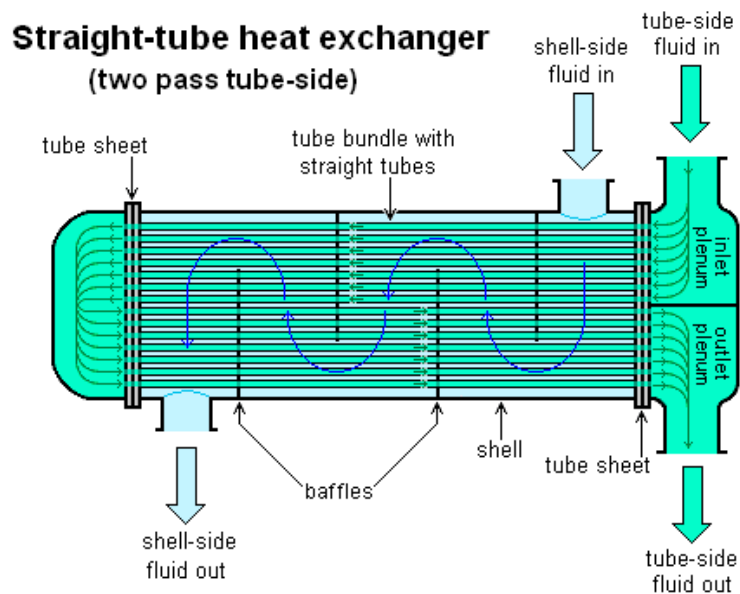


Figura 7 - Schema scambiatore tubi e mantello - due passaggi lato tubi

Gli scambiatori tubo e mantello sono molto utilizzati nel caso in cui entrambi i fluidi si trovino in fase liquida. Nel caso in cui, almeno uno dei due fluidi si trovi nella fase aeriforme risulterebbe molto difficile utilizzare una siffatta tipologia di scambiatore, che richiederebbe aree di scambio e quindi ingombri decisamente elevati. È noto infatti che il coefficiente di scambio termico convettivo di un aeriforme è di ordini di grandezza inferiore a quello di un liquido, determinando quindi notevoli incrementi delle superfici di scambio, a parità di potenza termica scambiata.

Per ovviare a questo problema (aree di scambio molto elevate), per qualsiasi tipologia di scambiatore di calore, compreso il tipo tubo in tubo, si è soliti alettare le superfici di scambio in maniera tale, a parità di ingombro dello scambiatore, da aumentare l'effettiva area di scambio. Questa tecnica risulta particolarmente utile nel caso di scambiatori liquido - aeriforme in cui il coefficiente di scambio termico lato liquido risulta molto più elevato rispetto a quello lato aeriforme. In questo caso, si aletta la sola superficie di scambio lato aeriforme, in modo tale da compensare il minor coefficiente di scambio termico con una maggiore area di scambio.

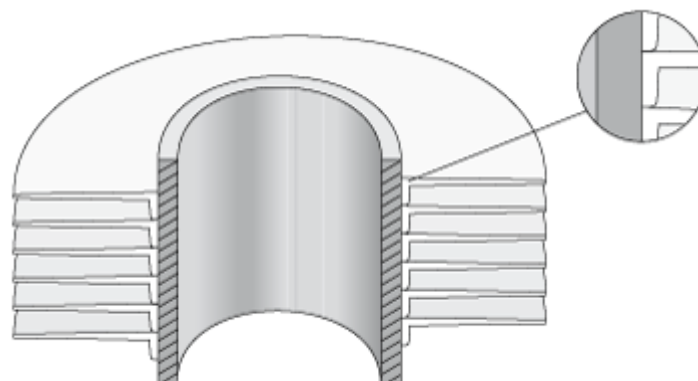


Figura 8 - Tubo alettato esternamente

Sempre facendo riferimento agli scambiatori a tubi e mantello, nel caso in cui i due fluidi si muovano secondo direzioni fra loro ortogonali, si dice che lo scambiatore è a *flussi incrociati* (Figura 9). In questo caso, il fluido che scorre all'interno dei tubi è detto **non mescolato**, quello che scorre all'esterno è detto

mescolato, con ovvio significato dei termini. Ovviamente, per il fluido mescolato, per effetto del mescolamento, il gradiente di temperatura trasversale risulta trascurabile; ciò ovviamente non accade nel caso di flusso non mescolato.

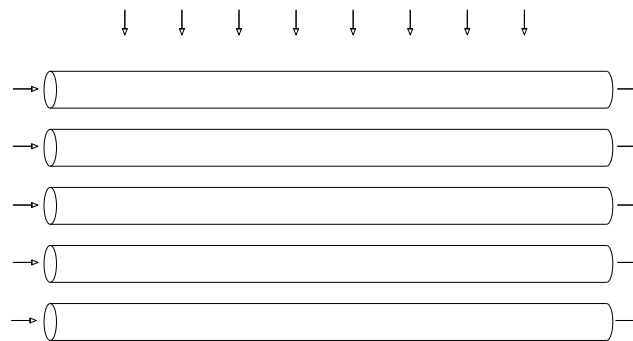


Figura 9 - Schema scambiatore a flussi incrociati

Esiste infine la tipologia degli scambiatori **a piastre alettate**, detti anche **compatti**, che realizzano elevatissimi valori del rapporto tra l'area di scambio ed il volume. Sono costituiti da una serie di piastre alettate sulle cui superfici vengono ricavati i canali di flusso che consentono il passaggio dei fluidi caldo e freddo (Figura 10 o Figura 11). Ne esistono svariate tipologie in funzione della geometria e delle tipologia di piastre. Essi sono particolarmente utili nel caso in cui entrambi i fluidi evolventi si trovino allo stato aeriforme, in quanto le elevatissime aree di scambio (per unità di volume) compensano i modesti coefficienti di scambio termico degli aeriformi.

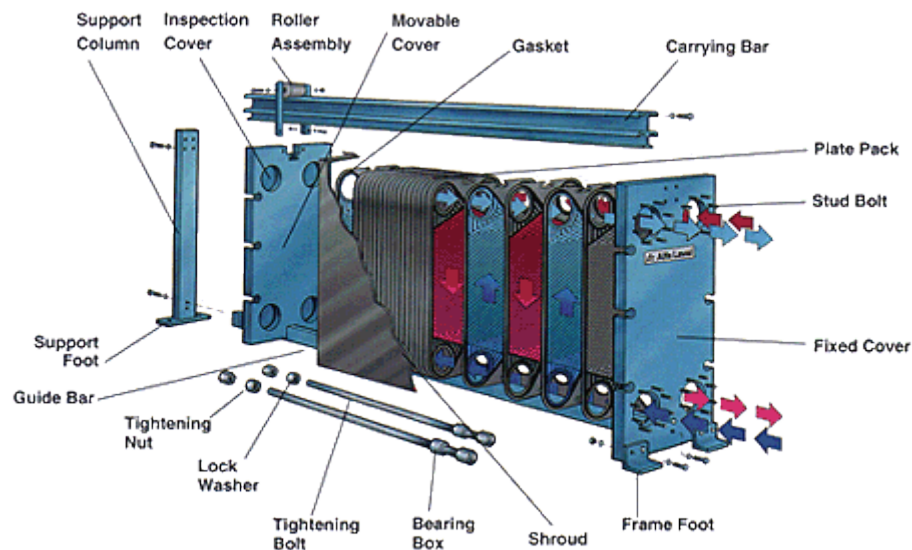


Figura 10 - Schema scambiatore di calore a piastre alettate

Gli scambiatori di calore a piastre alettate sono molto utilizzati in una vastissima gamma di applicazioni, dagli scambiatori degli impianti termici e frigoriferi, fino ai grossi sistemi di scambio degli impianti industriali. I canali di flusso sono ricavati mediante scanalature sulle superfici delle piastre stesse.

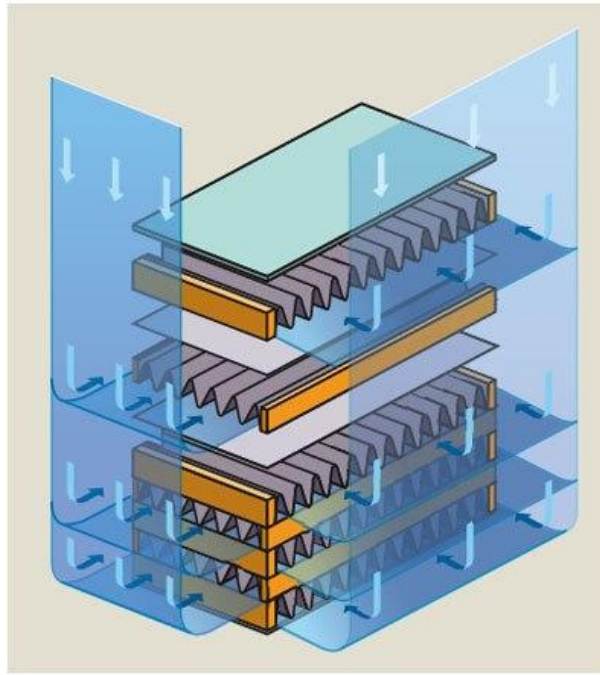


Figura 11 - Schema scambiatore di calore a piastre alettate a flussi incrociati

3. Analisi termodinamica

L'analisi termodinamica può essere condotta a vari livelli di dettaglio: è possibile fare considerazioni del tutto generali che prescindono dalla natura del fluido e dalla tipologia di scambiatore di calore, oppure sviluppare equazioni di progetto, implementando la geometria dello scambiatore di calore e le equazioni di stato dei fluidi in esso evolventi. La trattazione di seguito descritta partirà da considerazioni ed ipotesi del tutto generali, per poi successivamente analizzare nel dettaglio le caratteristiche dei fluidi e la geometria dello scambiatore di calore.

Si considerino valide le seguenti ipotesi generali:

1. Regime di moto monodimensionale
2. Regime stazionario
3. Trascurabilità dei termini cinetici nei bilanci di energia ed exergia
4. Trascurabilità dei termini potenziali nei bilanci di energia ed exergia
5. Equilibrio termodinamico almeno nelle sezioni di ingresso e di uscita dello scambiatore di calore
6. Trascurabilità della potenza termica dispersa verso l'ambiente esterno
7. Assenza di lavoro di elica all'interno dello scambiatore di calore
8. Sistemi ad un solo ingresso ed una sola uscita, sia per il fluido caldo che per il fluido freddo.

Si noti che con l'ipotesi 6 si afferma che la potenza termica dispersa dall'involucro dello scambiatore verso l'esterno risulta trascurabile rispetto alla potenza termica trasferita dal fluido caldo a quello freddo. Tale ipotesi risulta generalmente valida per tutte le tipologie di scambiatori, specialmente se ben coibentati esternamente. Con l'ipotesi 7 invece si afferma che all'interno dello scambiatore non sono presenti componenti quali pompe, compressori o turbine: tale ipotesi è sempre verificata, in quanto, tali componenti, ove presenti, vengono generalmente installati all'esterno dello scambiatore. Infine, con

l'ipotesi 8 si assume la totale assenza di perdite di fluido, sia al lato caldo che al lato freddo, quindi né sull'involucro esterno né sulla superficie di separazione fra fluido caldo e fluido freddo. Le ipotesi fin qui utilizzate sono del tutto generali e prescindono dalla natura del fluido e dalla geometria dello scambiatore di calore; successivamente verranno introdotte ulteriori ipotesi che terranno in considerazione sia la geometria dello scambiatore che le equazioni di stato dei fluidi.

Si consideri un generico scambiatore di calore, per il quale si vogliono scrivere i bilanci di energia, entropia ed exergia. Il volume di controllo è individuato da una superficie sufficientemente distante dall'involucro dello scambiatore. In questo modo, l'osservatore non è assolutamente in grado di fornire informazioni sulla tipologia di scambiatore di calore (che rimane quindi una black box). Lo schema del volume di controllo è riportato nella Figura 12.

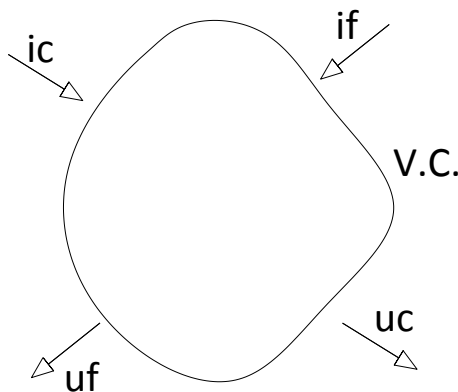


Figura 12 - Volume di controllo per i bilanci sullo scambiatore di calore

In tale volume di controllo è possibile individuare quattro diversi flussi di massa:

1. Ingresso fluido caldo (ic)
2. Uscita fluido caldo (uc)
3. Ingresso fluido freddo (if)
4. Uscita fluido freddo (uf)

Ovviamente, a tali flussi di massa sono associati anche i relativi flussi energetici, entropici ed exergetici di carattere convettivo. Sulla superficie del volume di controllo non sono individuabili ulteriori flussi energetici in quanto, date le ipotesi 6 e 7, sia la potenza termica che quella meccanica risultano nulle.

Per il volume di controllo precedentemente descritto e nelle ipotesi di cui sopra, si scrivono di seguito i bilanci di massa, energia, entropia ed exergia

Bilancio di massa

$$\sum_i \dot{m}_{i,c_in} = \sum_j \dot{m}_{j,c_out} \quad (1.1)$$

$$\sum_h \dot{m}_{h,f_in} = \sum_k \dot{m}_{k,f_out} \quad (1.2)$$

Le due precedenti equazioni, nell'ipotesi 8 diventano:

$$\dot{m}_{ic} = \dot{m}_{uc} = \dot{m}_c \quad (1.3)$$

$$\dot{m}_{if} = \dot{m}_{uf} = \dot{m}_f \quad (1.4)$$

Bilancio di energia

$$\sum_i \dot{m}_{i,c_in} h_{i,c_in} + \sum_h \dot{m}_{h,f_in} h_{h,f_in} = \sum_j \dot{m}_{j,c_out} h_{j,c_out} + \sum_k \dot{m}_{k,f_out} h_{k,f_out} \quad (1.5)$$

L'equazione precedente, nell'ipotesi 8 diventa:

$$\dot{m}_c h_{ic} + \dot{m}_f h_{if} = \dot{m}_c h_{uc} + \dot{m}_f h_{uf} \quad (1.6)$$

La stessa equazione può anche essere espressa in termini di entalpie orarie ($\dot{H} = \dot{m}h$).

$$\dot{H}_{ic} + \dot{H}_{if} = \dot{H}_{uc} + \dot{H}_{uf} \quad (1.7)$$

È possibile scrivere anche il bilancio di energia separatamente per un Volume di Controllo (V.C.) che contenga solo il fluido caldo e per un V.C. che invece contenga solo il fluido freddo. Indicando con \dot{Q}_c e \dot{Q}_f , le potenze termiche scambiate rispettivamente dal fluido caldo e dal fluido freddo, risulta:

$$\dot{Q}_c = \dot{m}_c (h_{ic} - h_{uc}) = \dot{H}_{ic} - \dot{H}_{uc} \quad (1.8)$$

$$\dot{Q}_f = \dot{m}_f (h_{uf} - h_{if}) = \dot{H}_{uf} - \dot{H}_{if} \quad (1.9)$$

Ovviamente, per il bilancio di energia fra fluido caldo e fluido freddo, risulta

$$\dot{Q}_c = \dot{Q}_f \quad (1.10)$$

Bilancio di entropia

$$\sum_i \dot{m}_{i,c_in} s_{i,c_in} + \sum_h \dot{m}_{h,f_in} s_{h,f_in} + \dot{S}_{gen} = \sum_j \dot{m}_{j,c_out} s_{j,c_out} + \sum_k \dot{m}_{k,f_out} s_{k,f_out} \quad (1.11)$$

Nell'ipotesi 8, l'equazione precedente diventa:

$$\dot{m}_c s_{ic} + \dot{m}_f s_{if} + \dot{S}_{gen} = \dot{m}_c s_{uc} + \dot{m}_f s_{uf} \quad (1.12)$$

La stessa equazione può anche essere espressa in termini di entropie orarie ($\dot{S} = \dot{m}s$).

$$\dot{S}_{ic} + \dot{S}_{if} + \dot{S}_{gen} = \dot{S}_{uc} + \dot{S}_{uf} \quad (1.13)$$

Quindi

$$\dot{S}_{gen} = (\dot{S}_{uc} - \dot{S}_{ic}) + (\dot{S}_{uf} - \dot{S}_{if}) = \Delta \dot{S}_c + \Delta \dot{S}_f \quad (1.14)$$

Bilancio di exergia

$$\sum_i \dot{m}_{i,c_in} ex_{i,c_in} + \sum_h \dot{m}_{h,f_in} ex_{h,f_in} = \sum_j \dot{m}_{j,c_out} ex_{j,c_out} + \sum_k \dot{m}_{k,f_out} ex_{k,f_out} + \dot{E}x_d \quad (1.15)$$

Nell'ipotesi 8:

$$\dot{m}_c ex_{ic} + \dot{m}_f ex_{if} = \dot{m}_c ex_{uc} + \dot{m}_f ex_{uf} + \dot{E}x_d \quad (1.16)$$

La stessa equazione può anche essere espressa in termini di exergie orarie ($\dot{E}x = \dot{m}ex$).

$$\dot{E}x_{ic} + \dot{E}x_{if} = \dot{E}x_{uc} + \dot{E}x_{uf} + \dot{E}x_d \quad (1.17)$$

Da cui:

$$\dot{E}x_d = -\left[(\dot{E}x_{uc} - \dot{E}x_{ic}) + (\dot{E}x_{uf} - \dot{E}x_{if}) \right] = -(\Delta \dot{E}x_c + \Delta \dot{E}x_f) \quad (1.18)$$

Ovviamente, i bilanci di massa, energia, entropia ed exergia appena scritti sono del tutto generali e forniscono informazioni generiche sullo scambiatore di calore. Per la progettazione e la verifica dello scambiatore è invece opportuno introdurre relazioni riguardanti la geometria dello stesso e le caratteristiche termodinamiche dei fluidi evolventi.

4. Equazioni di Progetto

Si consideri un generico scambiatore di calore nelle ipotesi 1-8 precedentemente descritte e si assuma che i fluidi in esso evolventi siano tali che:

9. Le trasformazioni siano internamente reversibili, ovvero siano trascurabili gli attriti interni. In tale ipotesi è possibile assumere uniforme sia la pressione del fluido caldo che la pressione del fluido freddo
10. L'entalpia dei fluidi evolventi sia una funzione lineare della sola temperatura, esprimibile mediante la relazione:

$$\Delta h = c \Delta t \quad (1.19)$$

Dove c risulta essere una costante.

Il modello per il calcolo dell'entalpia di cui alla precedente equazione può essere ritenuto valido nel caso di:

- Gas a comportamento ideale a calori specifici costanti. In questo caso il valore di c coincide con il calore specifico a pressione costante del fluido ($c=c_p$)
- Liquido a moto incomprimibile ($v=\text{cost.}$), per il quale l'entalpia risulta essere funzione linearmente crescente della temperatura, secondo la costante c , coincidente con il calore specifico del liquido ($c=c_p=c_v$).

In tutti gli altri casi (liquidi, gas reali, gas con calori specifici variabili con la temperatura, o fluidi in passaggio di fase) a rigore la trattazione di seguito descritta non può essere applicata. Esistono comunque opportuni fattori correttivi che consentono di ricondurre la trattazione seguente a qualsiasi tipologia di fluido. In alternativa, per la progettazione e/o la verifica degli scambiatori di calore è necessario far riferimento a teorie termo-fluidodinamiche più complesse.

Di seguito si descrivono i due principali metodi utilizzati per il progetto e la verifica degli scambiatori di calore, ovvero il metodo ϵ - NTU e quello della **media logaritmica delle differenze di temperatura (ΔT_{ml})**. Tali metodi, si basano sulle ipotesi 1-10 precedentemente menzionate, a cui si aggiungono le seguenti ipotesi semplificative:

11. Calori specifici costanti ($c=\text{cost.}$)
12. Coefficiente di scambio termico globale costante ($U=\text{cost.}$)

5. Metodo della media logaritmica delle differenze di temperatura

La trattazione di seguito descritta viene sviluppata facendo riferimento agli scambiatori di calore del tipo a tubi coassiali; tuttavia, come si vedrà di seguito, potrà essere estesa a qualsivoglia tipologia di scambiatore mediante l'utilizzo di appositi coefficienti correttivi.

Si consideri un tratto infinitesimo di area di scambio, di uno scambiatore avente area di scambio finita, in cui convenzionalmente la sezione di ingresso ($A=0$) corrisponde alla sezione di ingresso del fluido caldo.

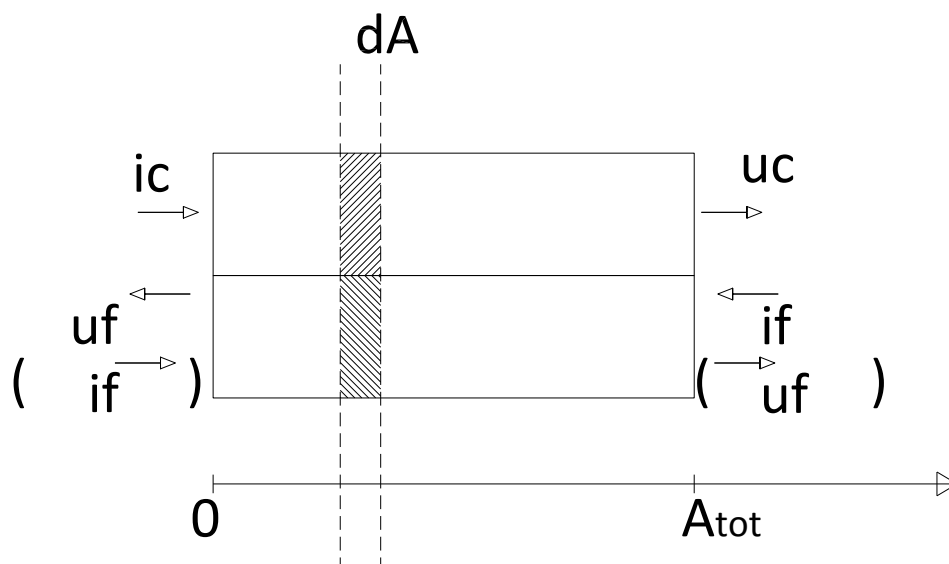


Figura 13 - Schematizzazione scambiatore di calore

Dal bilancio di energia sul volume di controllo individuato nella Figura 13, è possibile scrivere la potenza termica infinitesima scambiata tra fluido caldo e fluido freddo utilizzando la seguente relazione:

$$|\delta \dot{Q}_c| = \delta \dot{Q}_f = \delta \dot{Q} = U dA (T_c - T_f) \quad (1.20)$$

dove

$\delta \dot{Q}$ è la potenza termica infinitesima scambiata nel tratto di area infinitesima dA , T_c e T_f sono rispettivamente le temperature del fluido caldo e del fluido freddo nella sezione infinitesima in esame (dA). Inoltre U rappresenta il coefficiente globale di scambio termico, è dovuto sia alla trasmittanza convettiva dei fluidi caldo e freddo, sia a quella conduttiva dello scambiatore. In prima approssimazione, è possibile scrivere:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_f} + \frac{1}{h_c} + \frac{s}{k}} \quad (1.21)$$

dove h_f e h_c sono i coefficienti globali di scambio termico, rispettivamente del fluido freddo e del fluido caldo, s è lo spessore della superficie che separa il fluido caldo ed il fluido freddo e k è la sua conducibilità termica.

Evidentemente, per non violare il secondo principio della termodinamica, deve risultare

$$\forall A \quad T_c > T_f \quad (1.22)$$

Riscrivendo lo stesso bilancio di energia, facendo riferimento al solo volume di controllo relativo al fluido caldo, si ottiene la seguente equazione:

$$|\delta \dot{Q}_c| = -\dot{m}_c c_c dT_c \quad (1.23)$$

Il segno negativo è dovuto al fatto che le temperature del fluido caldo sono sempre decrescenti rispetto all'area di scambio.

La stessa procedura può anche essere ripetuta per il volume di controllo che racchiude il fluido freddo. In questo caso, però è necessario distinguere fra scambiatore di calore equicorrente (EQ) e controcorrente (CC). Infatti, mentre nel primo caso (EQ), la temperatura del fluido freddo cresce all'aumentare di A ; nel secondo, poiché l'ingresso freddo avviene dal lato opposto rispetto a quello caldo, la temperatura del fluido freddo decresce all'aumentare di A . Ciò è dovuto al cambiamento di verso di percorrenza dello scambiatore che, in questo caso, vada dalle A maggiori a quelle minori. Quindi, nel caso di scambiatori controcorrente (CC), risulta:

$$\delta \dot{Q}_f = -\dot{m}_f c_f dT_f \quad (1.24)$$

mentre nel caso equicorrente:

$$\delta \dot{Q}_f = \dot{m}_f c_f dT_f \quad (1.25)$$

In sintesi:

$$\delta \dot{Q}_f = \pm \dot{m}_f c_f dT_f \quad (1.26)$$

+ se EQ - se CC

Si definisce capacità termica oraria:

$$\dot{C} = \dot{m}c \quad (1.27)$$

Da cui è possibile riscrivere i bilanci di energia per i fluidi caldo e freddo nella forma:

$$|\delta \dot{Q}_c| = -\dot{C}_c dT_c \quad (1.28)$$

$$\delta \dot{Q}_f = \pm \dot{C}_f dT_f$$

+ se EQ - se CC

(1.29)

Risulta anche

$$d(T_c - T_f) = dT_c - dT_f = -\frac{|\delta \dot{Q}_c|}{\dot{C}_c} - \left(\pm \frac{\delta \dot{Q}_f}{\dot{C}_f} \right) = -\delta \dot{Q} \left(\frac{1}{\dot{C}_c} \pm \frac{1}{\dot{C}_f} \right)$$

+ se EQ - se CC

(1.30)

posto

$$M = \left(\frac{1}{\dot{C}_c} \pm \frac{1}{\dot{C}_f} \right)$$

+ se EQ - se CC

(1.31)

risulta

$$d(T_c - T_f) = -\delta \dot{Q} M = -UMdA(T_c - T_f)$$
(1.32)

da cui:

$$\frac{d(T_c - T_f)}{(T_c - T_f)} = -UMdA$$
(1.33)

posto:

$$\Delta T = T_c - T_f$$
(1.34)

risulta

$$\frac{d(\Delta T)}{(\Delta T)} = -UMdA$$
(1.35)

La precedente equazione risulta di fondamentale importanza per la determinazione dei profili di temperatura all'interno degli scambiatori di calore.

Integrando la precedente equazione fra la sezione di ingresso, indicata con il pedice a e cui corrisponde $A=0$, e la sezione finale, indicata con il pedice b e cui corrisponde $A=A_{tot}$, si ottiene:

$$\int_0^{A_{tot}} \frac{d(\Delta T)}{(\Delta T)} = - \int_0^{A_{tot}} UMdA$$
(1.36)

Nelle ipotesi 11 e 12, l'integrale diventa:

$$\ln \left(\frac{\Delta T_b}{\Delta T_a} \right) = -UMA_{tot}$$
(1.37)

ovvero:

$$\Delta T_b = \Delta T_a \exp(-UMA_{tot}) \quad (1.38)$$



Figura 14 - Schema equicorrente

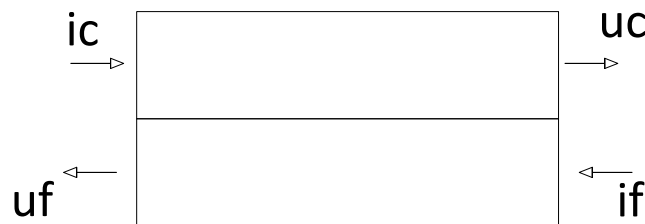


Figura 15 - Schema controcorrente

Nel caso equicorrente (Figura 14):

$$\begin{aligned} \Delta T_a &= T_{ic} - T_{if} \\ \Delta T_b &= T_{uc} - T_{uf} \end{aligned} \quad (1.39)$$

mentre, nel caso controcorrente (Figura 15):

$$\begin{aligned} \Delta T_a &= T_{ic} - T_{uf} \\ \Delta T_b &= T_{uc} - T_{if} \end{aligned} \quad (1.40)$$

L'equazione (1.38) afferma che la differenza di temperatura nella sezione di uscita, tende asintoticamente allo zero nel caso di scambiatori equicorrente di area infinita oppure di scambiatori controcorrente con $M > 0$ ($\dot{C}_f > \dot{C}_c$).

È anche possibile ripetere l'integrazione di cui sopra, facendo riferimento ad una generica sezione ($0 < A < A_{tot}$) dello scambiatore:

$$\int_0^A \frac{d(\Delta T)}{(\Delta T)} = - \int_0^A U M dA \quad (1.41)$$

da cui

$$\Delta T = \Delta T_a \exp(-UMA) \quad (1.42)$$

che fornisce indicazioni utili sulla variazione della differenza di temperatura fra fluido caldo e fluido freddo all'aumentare dell'area di scambio.

Per definire, invece, la pendenza delle curve è sufficiente eguagliare la (1.23) alla (1.20):

$$\delta\dot{Q} = U dA \Delta T = -\dot{C}_c dT_c \quad (1.43)$$

da cui

$$\frac{dT_c}{dA} = -\frac{U \Delta T}{\dot{C}_c} \quad (1.44)$$

Analogamente per il fluido freddo:

$$\frac{dT_f}{dA} = \pm \frac{U \Delta T}{\dot{C}_f} \quad (1.45)$$

Le due precedenti equazioni affermano che la pendenza delle curve tende a crescere (in valore assoluto) all'aumentare della differenza di temperatura fra fluido caldo e fluido freddo. Le precedenti equazioni saranno utilizzate nella sezione successiva per la determinazione dei profili di temperatura negli scambiatori.

Per determinare l'equazione di progetto è sufficiente utilizzare la (1.20) combinata con la (1.42):

$$\delta\dot{Q} = U dA (T_c - T_f) = U dA \Delta T_a \exp(-UMA) \quad (1.46)$$

Tale equazione può essere integrata fra la sezione iniziale e quella finale dello scambiatore:

$$\dot{Q} = \int_0^{A_{tot}} \delta\dot{Q} = \int_0^{A_{tot}} U \Delta T_a \exp(-UMA) dA \quad (1.47)$$

da cui:

$$\dot{Q} = -\frac{\Delta T_a}{M} [\exp(-UMA_{tot}) - 1] \quad (1.48)$$

Dalla (1.37) si trae:

$$-M = \frac{\ln\left(\frac{\Delta T_b}{\Delta T_a}\right)}{UA_{tot}} \quad (1.49)$$

Che, sostituita nella (1.48), fornisce:

$$\dot{Q} = UA_{tot} \frac{\Delta T_b - \Delta T_a}{\ln\left(\frac{\Delta T_b}{\Delta T_a}\right)} = UA_{tot} \Delta T_{ml} \quad (1.50)$$

in cui la quantità ΔT_{ml} è detta media logaritmica delle differenze di temperatura.

Questa equazione, unitamente alle due equazioni di bilancio di energia sul fluido caldo e su quello freddo, consente il calcolo, il dimensionamento ed eventualmente la verifica degli scambiatori di calore.

6. Profili di temperatura negli scambiatori di calore

Le equazioni ricavate nella precedente sezione, ed in particolare la (1.42), la (1.44) e la (1.45), consentono di determinare i profili di temperatura negli scambiatori di calore.

Si consideri dapprima uno scambiatore di tipo equicorrente; per questa tipologia, l'equazione (1.42) afferma che la differenza di temperatura fra fluido caldo e fluido freddo tende a diminuire all'aumentare dell'area, secondo un'esponenziale negativa; al limite, per un'area di scambio infinita, tale differenza si annulla. Pertanto, la temperatura di uscita del fluido freddo è sempre inferiore alla temperatura di uscita del fluido caldo (Figura 16); al limite, per aree di scambio infinite, tali temperature coincidono (Figura 17). Inoltre, la (1.44) e la (1.45) affermano rispettivamente che la pendenza del profilo di temperatura del fluido freddo risulta positiva, mentre la pendenza della curva del fluido caldo risulta negativa; al crescere dell'area di scambio si riduce la differenza di temperatura fra fluido caldo e fluido freddo e quindi le pendenze tendono a raggiungere asintoticamente il valore nullo (Figura 16). Si noti, ovviamente, che i profili di temperatura di Figura 16 risultano esattamente sovrapposti a quelli di Figura 17, per ogni valore della variabile compreso fra 0 e 50 m². Ovvero, l'aumentare dell'area di scambio comporta esclusivamente un prolungamento dei profili di temperatura senza influenzarne l'andamento a monte.

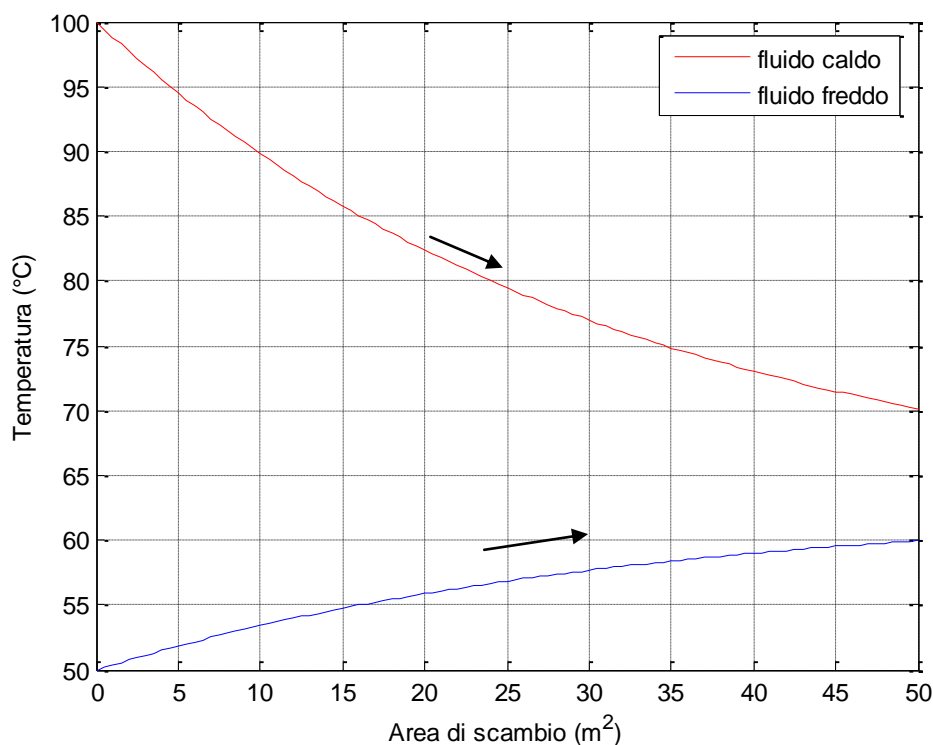


Figura 16 - Diagrammi (T,A) per scambiatori equicorrente

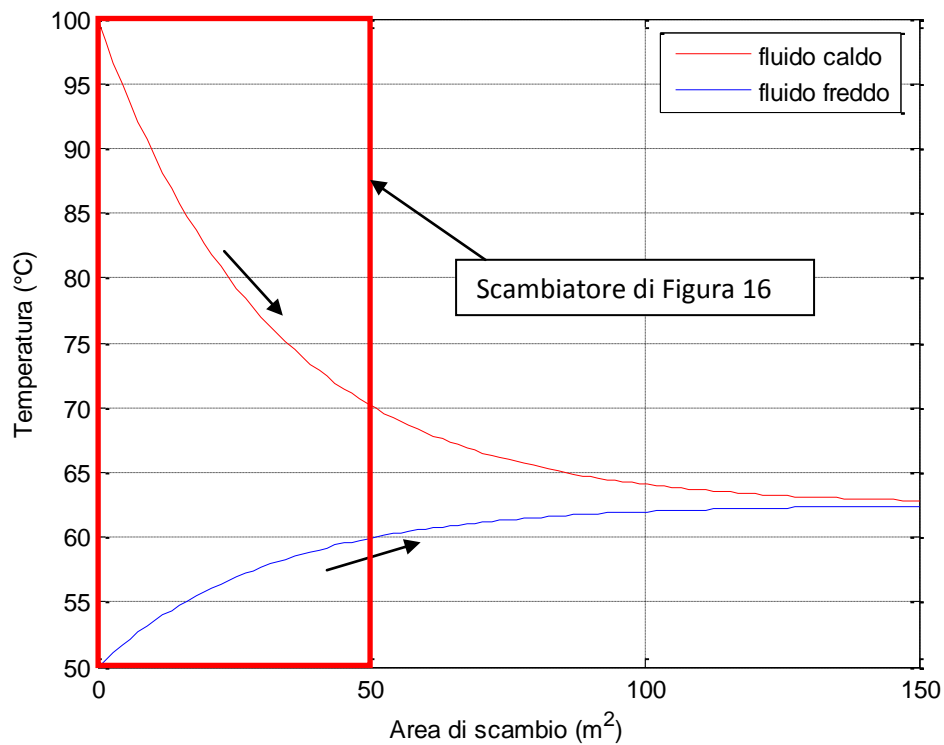


Figura 17 - Digrammi (T,A) per scambiatori equicorrente ($A \rightarrow \infty$)

Si consideri ora uno scambiatore di tipo controcorrente. In questo caso il segno dell'esponentiale dell'equazione (1.42), dipende dal segno di M. Infatti:

$$\begin{aligned}
 M &= \left(\frac{1}{\dot{C}_c} - \frac{1}{\dot{C}_f} \right) > 0 \Leftrightarrow \dot{C}_f > \dot{C}_c \\
 M &= \left(\frac{1}{\dot{C}_c} - \frac{1}{\dot{C}_f} \right) = 0 \Leftrightarrow \dot{C}_f = \dot{C}_c \\
 M &= \left(\frac{1}{\dot{C}_c} - \frac{1}{\dot{C}_f} \right) < 0 \Leftrightarrow \dot{C}_f < \dot{C}_c
 \end{aligned} \tag{1.51}$$

Nel primo caso, ($M > 0$) l'equazione (1.42) afferma che la differenza di temperatura fra fluido caldo e fluido freddo tende a ridursi all'aumentare della variabile A; contestualmente le equazioni (1.44) e (1.45) affermano che tale riduzione comporta anche una tendenza alla riduzione (in valore assoluto) delle pendenze delle curve (T,A) relative ad ambedue i fluidi (Figura 18). Al limite, per aree di scambio tendenti all'infinito, la temperatura di uscita del fluido caldo tende a coincidere con quella di ingresso del fluido freddo, e le pendenze delle curve in corrispondenza della sezione di uscita sono nulle (Figura 19). Si noti, infine, che all'aumentare dell'area di scambio le curve tendono anche a spostarsi, così come evidenziato in Figura 20.

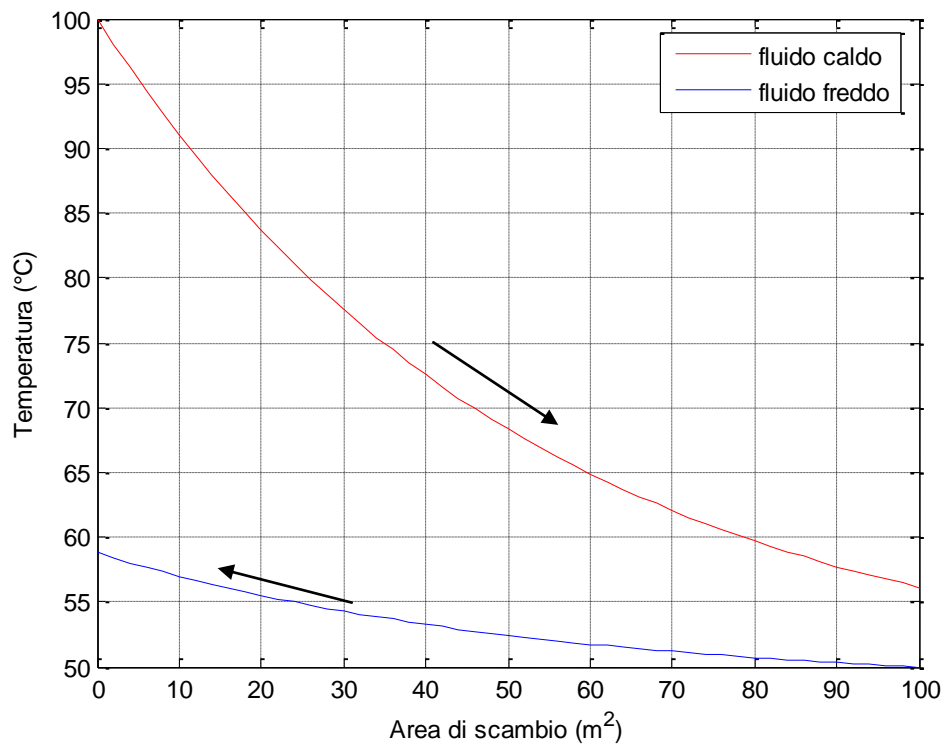


Figura 18 - Scambiatore Controcorrente, $M > 0$ ($\dot{C}_f > \dot{C}_c$)

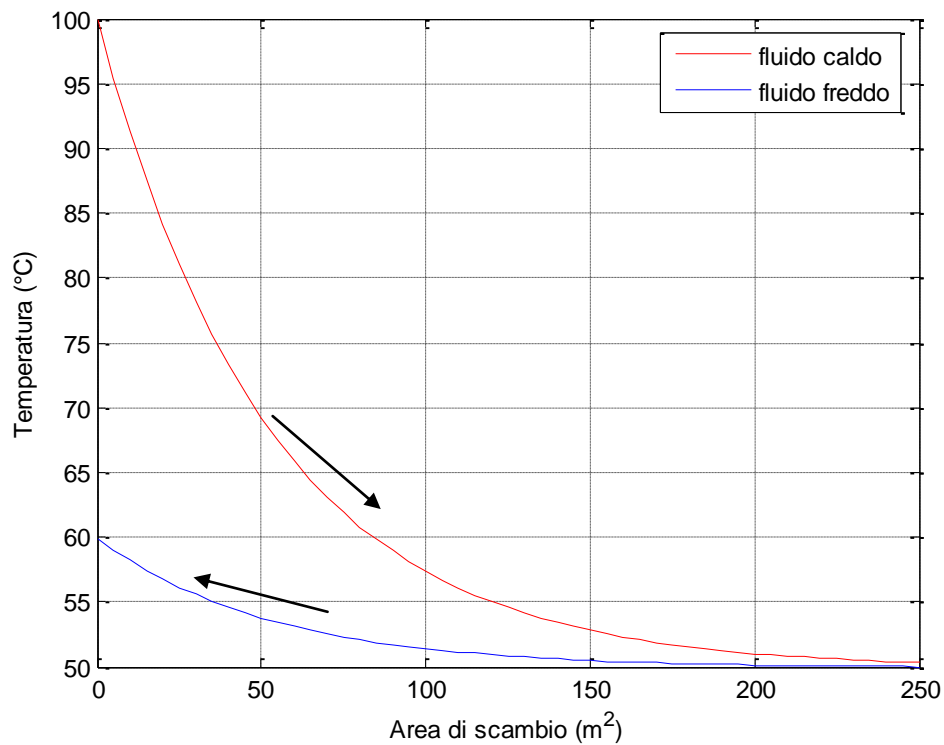


Figura 19 -- Scambiatore Controcorrente, $M > 0$ ($\dot{C}_f > \dot{C}_c$), ($A \rightarrow \infty$)

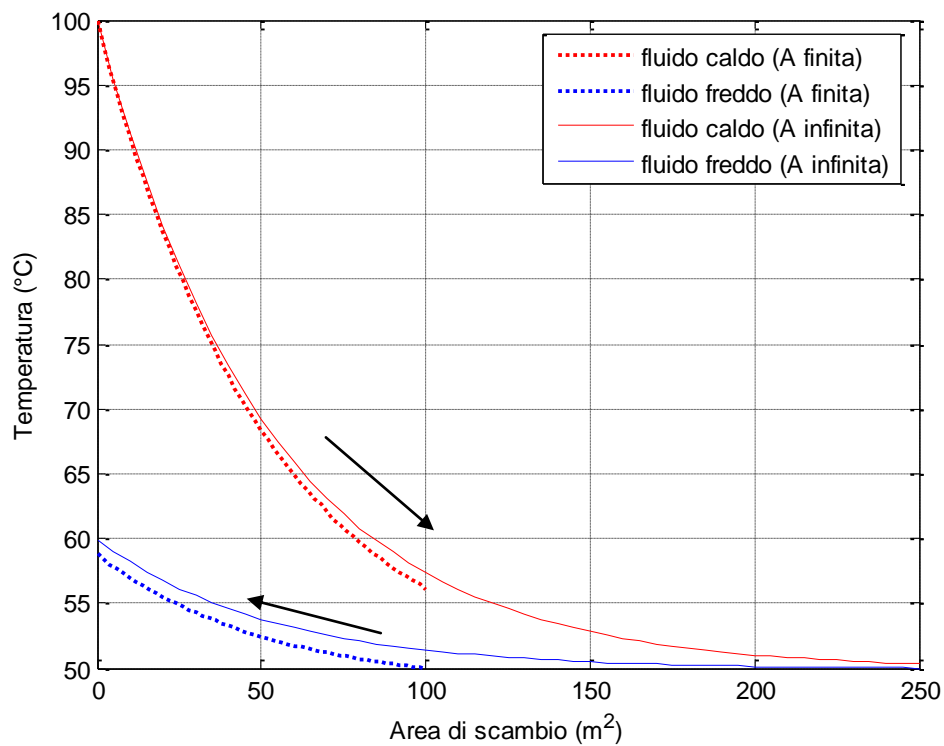


Figura 20 - Scambiatore Controcorrente, $M > 0$ ($\dot{C}_f > \dot{C}_c$) – Confronto Area finita ed Area infinita

Nel secondo caso, in cui invece risulta $M=0$, lo scambiatore viene detto **bilanciato**, in quanto la capacità termica oraria del fluido caldo risulta essere la stessa del fluido freddo. In questo caso, dall'equazione (1.42)

si deduce che la differenza di temperatura fra fluido caldo e fluido freddo è uguale, per qualsiasi valore di A . Evidentemente, tale eventualità, in virtù delle (1.44) e (1.45), fa sì che le pendenze delle curve (T,A) relative ai due fluidi non variano al variare di A (Figura 21). Per uno scambiatore bilanciato, quindi le curve (T,A) del fluido caldo e del fluido freddo sono rappresentabili come due rette parallele, la cui pendenza è tanto più vicina allo zero quanto maggiore è l'area di scambio e quindi quanto minore è il ΔT . In questo caso, al limite, per aree di scambio infinite (Figura 22), le due rette coincidono (uscita freddo coincidente con l'ingresso caldo ed uscita caldo coincidente con l'ingresso freddo). All'aumentare dell'area di scambio, così come evidenziato in Figura 23, i profili di temperatura tendono ad avvicinarsi e ad assumere una pendenza orizzontale.

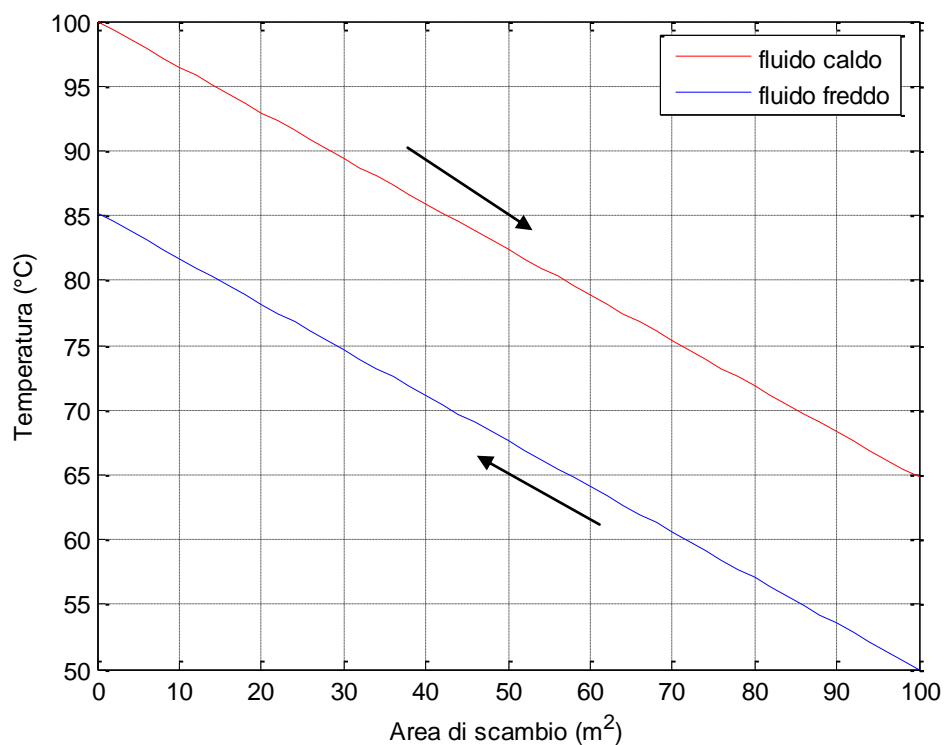


Figura 21 - Scambiatore controcorrente, $M=0$ ($\dot{C}_f = \dot{C}_c$)

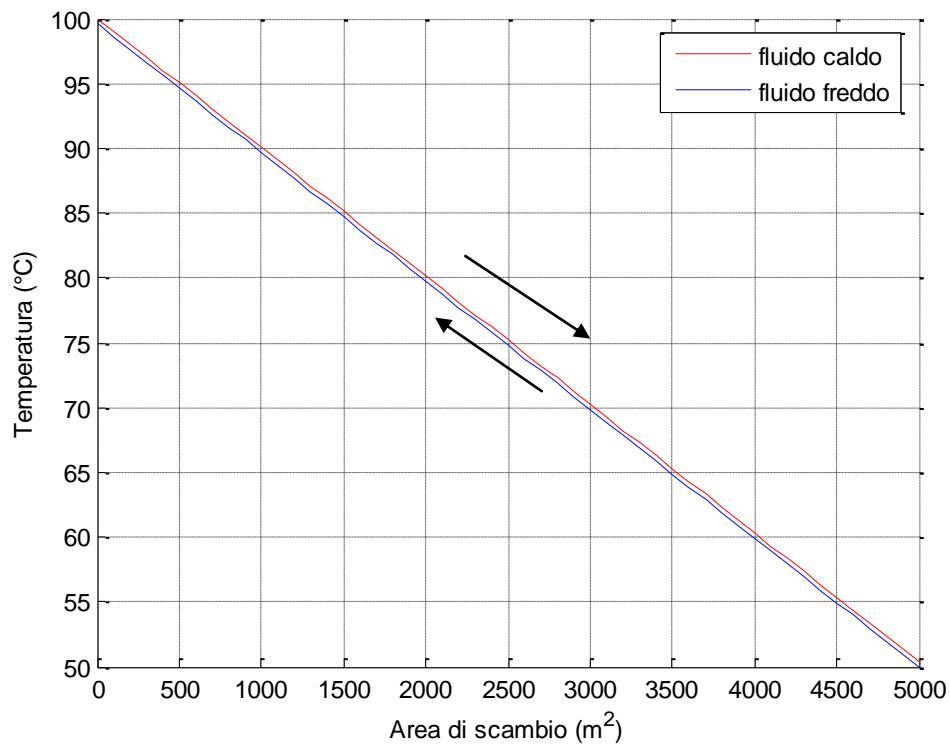


Figura 22- Scambiatore controcorrente, $M=0$ ($\dot{C}_f = \dot{C}_c$), ($A \rightarrow \infty$)

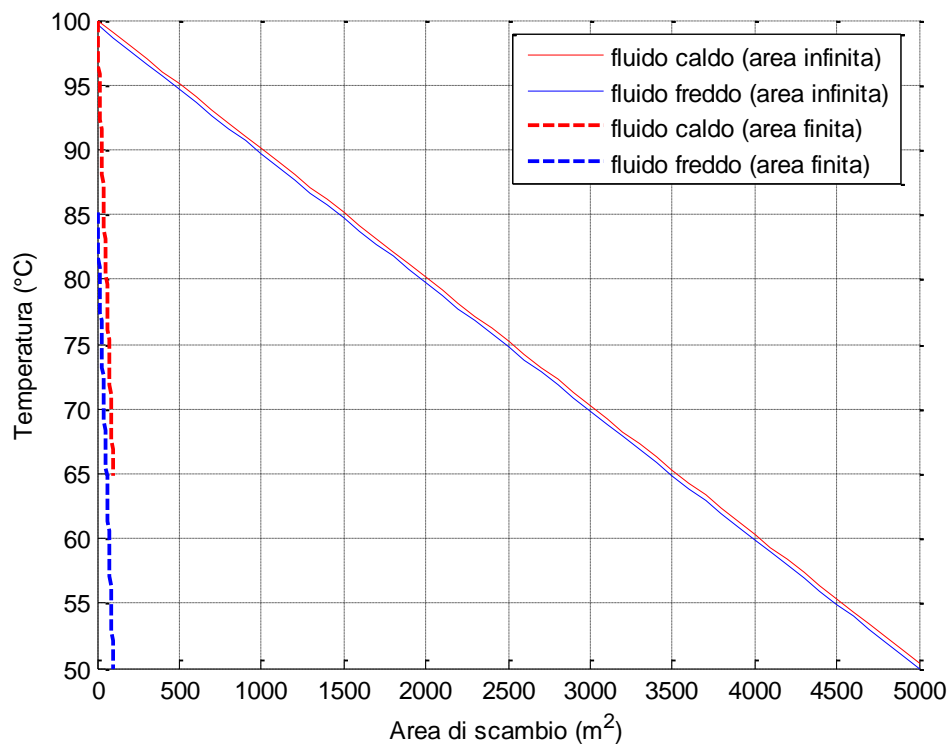


Figura 23- Scambiatore controcorrente, $M=0$ ($\dot{C}_f = \dot{C}_c$), confronto Area di scambio finita ed infinita

Infine, nell'ultimo caso, $M < 0$, l'equazione (1.42) afferma che la differenza di temperatura fra fluido caldo e fluido freddo tende a crescere all'aumentare della variabile A . Contestualmente le equazioni (1.44) e (1.45)

affermano che tale aumento comporta anche un incremento (in valore assoluto) delle pendenze delle curve (T,A) relative sia al fluido caldo che a quello freddo (Figura 24). Al limite, per aree di scambio tendenti all'infinito, la temperatura di uscita del fluido freddo coincide con quella di ingresso del fluido caldo, e le pendenze delle curve in corrispondenza della sezione di ingresso sono nulle (Figura 25). Analogamente ai casi precedenti, la sovrapposizione fra la Figura 24 e la Figura 25 è presentato in Figura 24.

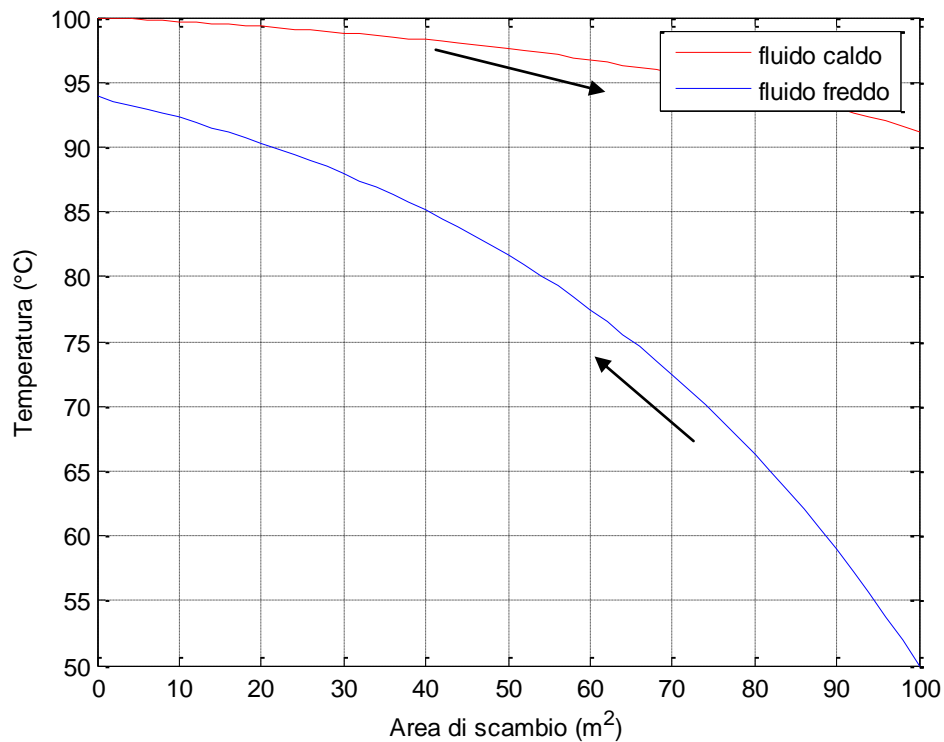


Figura 24 - Scambiatore controcorrente, $M < 0$ ($\dot{C}_f < \dot{C}_c$)

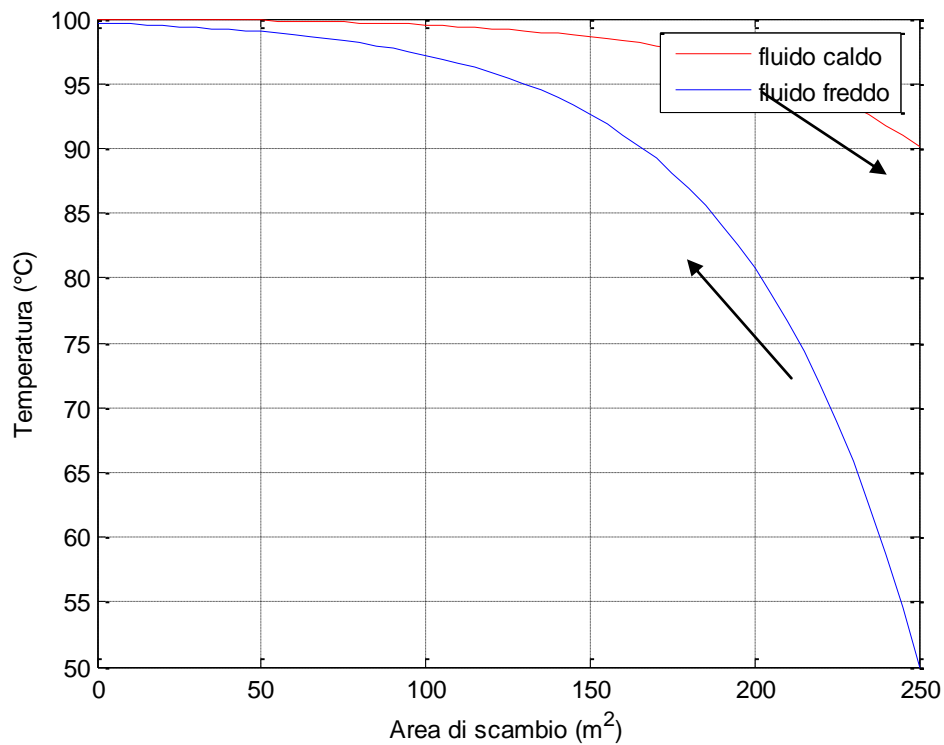


Figura 25- Scambiatore controcorrente, $M < 0$ ($\dot{C}_f < \dot{C}_c$), ($A \rightarrow \infty$)

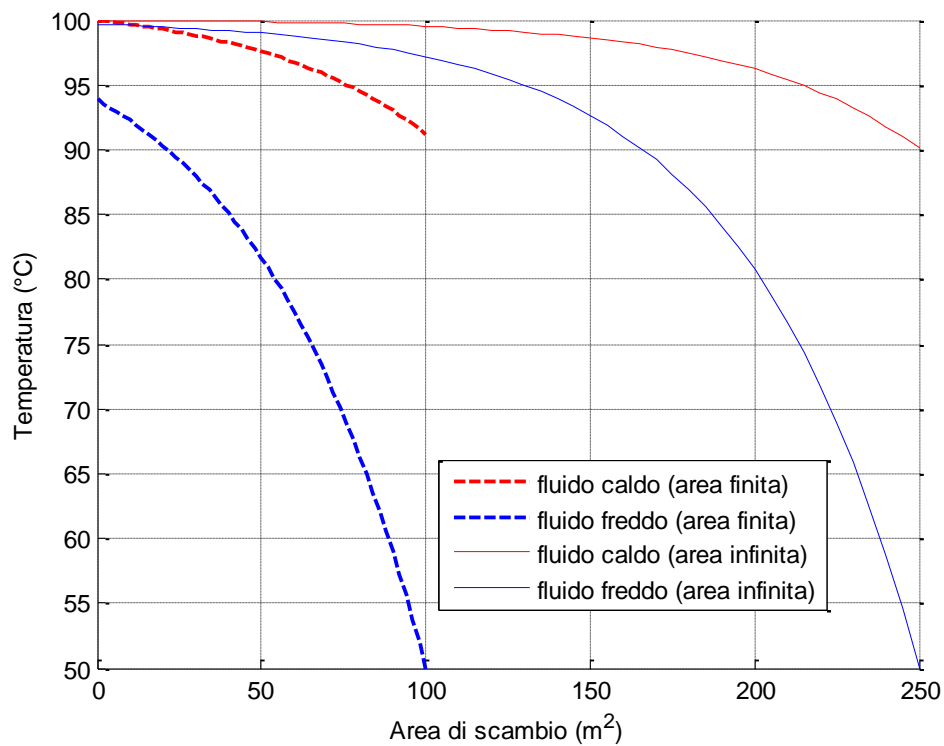


Figura 26- Scambiatore controcorrente, $M < 0$ ($\dot{C}_f < \dot{C}_c$), ($A \rightarrow \infty$), Confronto area di scambio finita ed infinita

Infine è da citare il caso in cui almeno uno dei due fluidi si trovi in passaggio di fase (condensazione o evaporazione). È noto che il calore specifico ($c = \delta q / dT$) di un fluido in passaggio di fase è infinito, in quanto lo scambio di energia termica avviene senza variazioni di temperatura. In questo caso, quindi, supponendo ad esempio che il fluido in passaggio di fase sia quello caldo, le equazioni (1.42), (1.44) e (1.45), diventano, rispettivamente:

$$\Delta T = \Delta T_a \exp \left(- \left(\pm \frac{UA}{\dot{C}_f} \right) \right) \quad (1.52)$$

$$\frac{dT_c}{dA} = 0 \quad (1.53)$$

$$\frac{dT_f}{dA} = \pm \frac{U\Delta T}{\dot{C}_f} \quad (1.54)$$

ovvero (Figura 27):

- La curva del fluido in passaggio di fase è orizzontale
- La differenza di temperatura fra i due fluidi decresce all'aumentare dell'area di scambio.

È possibile sviluppare il medesimo ragionamento anche per un condensatore (Figura 28). Nel caso di un condensatore di area di scambio infinita, la temperatura di condensazione coincide con la temperatura di uscita del fluido freddo; nel caso invece di evaporatore di area di scambio infinita, la temperatura di evaporazione coinciderà con la temperatura di uscita del fluido caldo.

Si noti infine, che per uno scambiatore in cui uno dei fluidi sia in passaggio di fase (evaporatore o condensatore), risulta assolutamente indifferente la distinzione fra equicorrente e controcorrente in virtù della pendenza nulla della curva (T,A) relativa al fluido in passaggio di fase. Pertanto, similmente a quanto già affermato per gli scambiatori equicorrente, anche per gli scambiatori con un fluido in passaggio di fase risulta che, all'aumentare dell'area di scambio, i profili di temperatura del fluido caldo e del fluido freddo di scambiatori di area finita sono esattamente sovrapponibili – per la relativa area di scambio – ai corrispondenti profili di scambiatori di area finita.

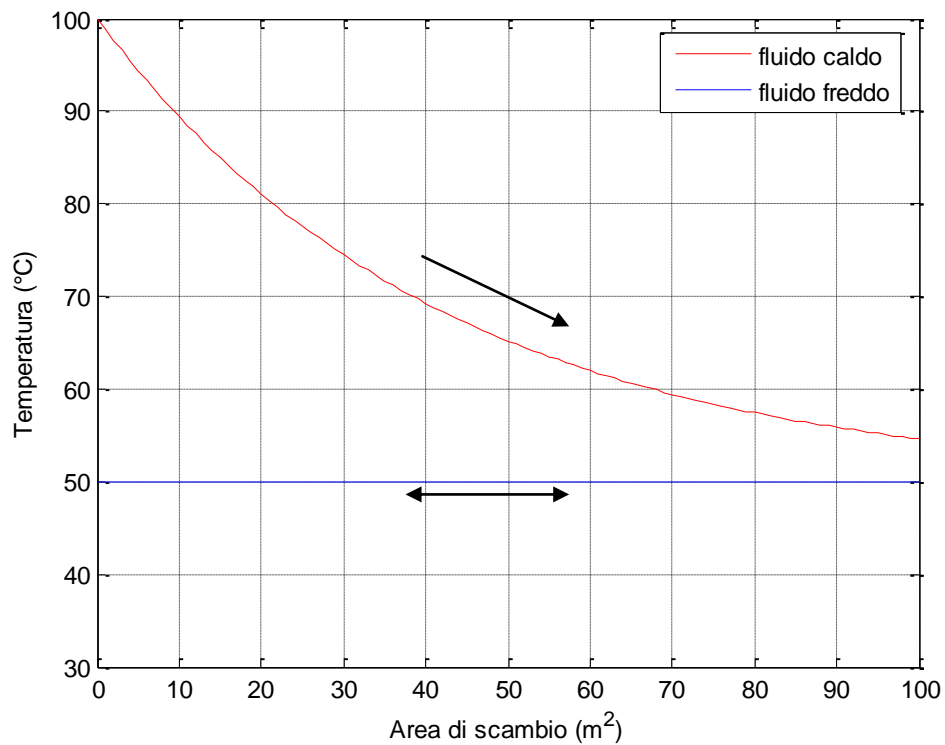


Figura 27 - Scambiatore (EQ o CC) in cui il fluido freddo è in passaggio di fase (evaporatore)

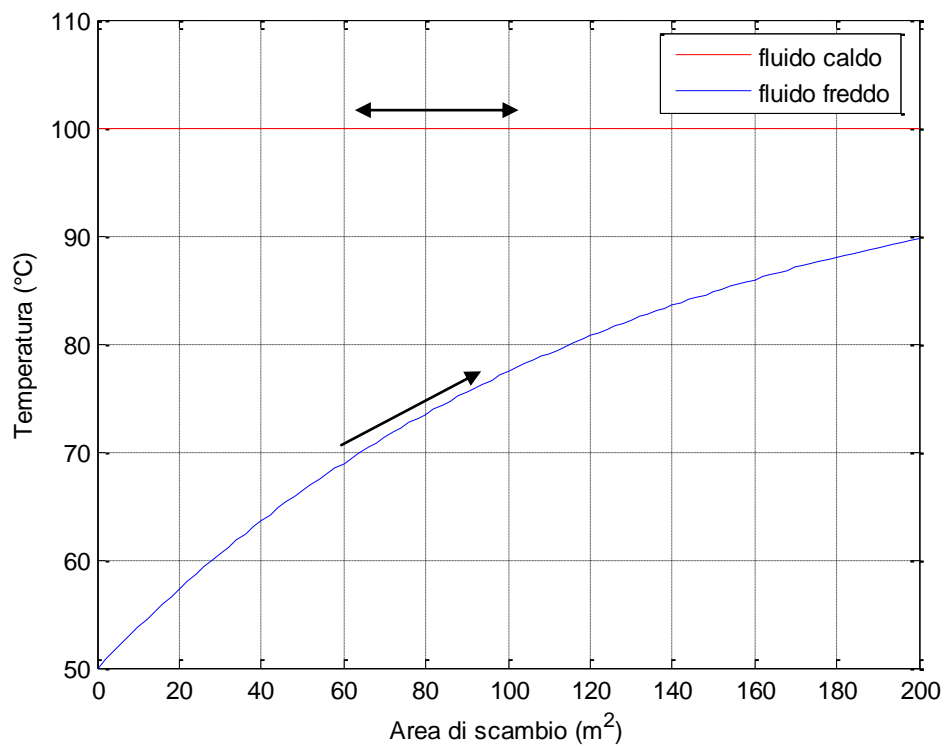


Figura 28 - Scambiatore (EQ o CC) in cui il fluido caldo è in passaggio di fase (condensatore)

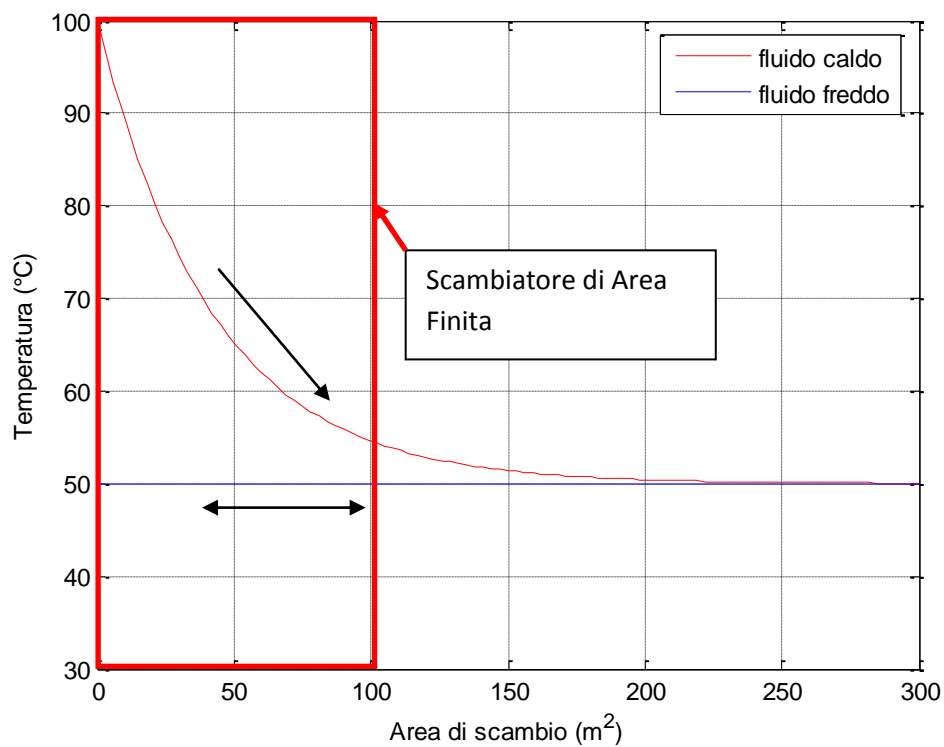


Figura 29- Scambiatore (EQ o CC) in cui il fluido freddo è in passaggio di fase (evaporatore) ($A \rightarrow \infty$)

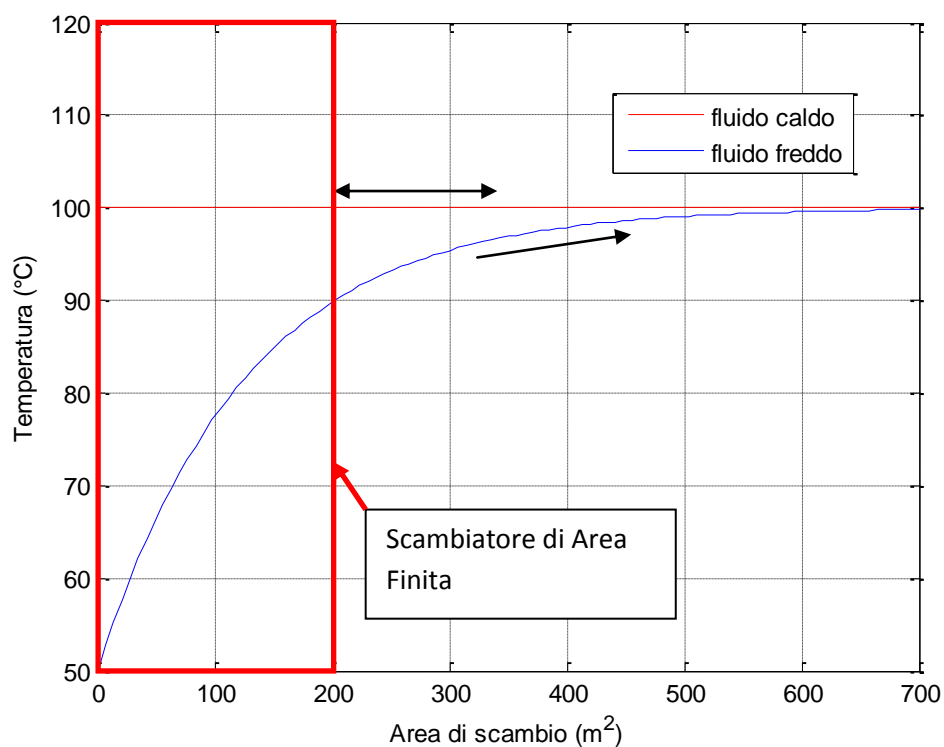


Figura 30- Scambiatore (EQ o CC) in cui il fluido caldo è in passaggio di fase (condensatore) ($A \rightarrow \infty$)

7. Metodo ε -NTU

Il metodo media logaritmica delle differenze di temperatura, pur essendo molto semplice nella sua formulazione teorica, risulta spesso complesso nel calcolo quando le temperature di uscita del fluido caldo sono incognite. In tal caso, infatti, esse non possono essere ricavate in forma esplicita a partire dalle equazioni (1.50), (1.8) e (1.9), ma la loro valutazione richiede una risoluzione per tentativi.

In alternativa al metodo della media logaritmica delle differenze di temperatura è possibile utilizzare il metodo efficienza (ε) – Numero di Unità Termiche (Number of Thermal Units, NTU).

Si definiscono capacità termiche orarie minime e massime, rispettivamente la minima e la massima capacità termica oraria fra quella del fluido caldo e quella del fluido freddo.

$$\dot{C}_{\min} = \min(\dot{C}_c, \dot{C}_f) \quad (1.55)$$

$$\dot{C}_{\max} = \max(\dot{C}_c, \dot{C}_f) \quad (1.56)$$

Il rapporto fra la capacità termica oraria minima e la capacità termica oraria massima è, come ovvio, un numero sempre minore o uguale all'unità e maggiore o uguale allo zero.

$$\omega = \frac{\dot{C}_{\min}}{\dot{C}_{\max}} \quad 0 \leq \omega \leq 1 \quad (1.57)$$

In particolare, $\omega=0$ comporta che la capacità termica massima sia infinita, ovvero uno dei due fluidi sia in passaggio di fase (condensatore o evaporatore); $\omega=1$ implica che la capacità termica oraria del fluido caldo sia pari alla capacità termica oraria del fluido freddo e quindi si sia in presenza di uno scambiatore bilanciato.

Si definisce Numero di Unità Termiche (Number of Thermal Units):

$$NTU = \frac{UA}{\dot{C}_{\min}} \quad 0 \leq NTU < +\infty \quad (1.58)$$

dove

U è il coefficiente di scambio globale dello scambiatore

A è l'area totale di scambio

Pertanto, NTU è una grandezza adimensionale il cui valore minimo è zero e non è limitata superiormente.

Si definisce efficienza di uno scambiatore di calore il rapporto fra la potenza termica scambiata dallo scambiatore e la potenza termica che si scambierebbe in uno scambiatore ideale:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{id}} \quad (1.59)$$

Intendendo per scambiatore ideale uno scambiatore controcorrente di area infinita. È possibile dimostrare che:

$$\dot{Q}_{id} = \dot{C}_{\min} (T_{ic} - T_{if}) = \dot{C}_{\min} \Delta T_{\max} \quad (1.60)$$

Infatti, nell'ipotesi di uno scambiatore controcorrente in cui: $\dot{C}_c > \dot{C}_f$, risulta $\dot{C}_{\min} = \dot{C}_f$. La potenza termica scambiata può essere scritta come

$$\dot{Q} = \dot{C}_f (T_{uf} - T_{if}) \quad (1.61)$$

Ma, in un siffatto scambiatore controcorrente di area infinita, in accordo con quanto detto nella sezione precedente (Figura 25), risulta $T_{uf} = T_{ic}$. Quindi la potenza termica scambiata da un controcorrente di area infinita in cui $\dot{C}_c > \dot{C}_f$ è

$$\dot{Q}_{id} = \dot{C}_f (T_{ic} - T_{if}) = \dot{C}_{\min} (T_{ic} - T_{if}) \quad (1.62)$$

Nell'ipotesi di uno scambiatore controcorrente in cui: $\dot{C}_c = \dot{C}_f$, risulta $\dot{C}_{\min} = \dot{C}_f = \dot{C}_c$. La potenza termica scambiata può essere scritta come

$$\dot{Q} = \dot{C}_f (T_{uf} - T_{if}) \quad (1.63)$$

Ma, in un siffatto scambiatore controcorrente di area infinita, in accordo con quanto detto nella sezione precedente (Figura 22), risulta $T_{uf} = T_{ic}$. Quindi la potenza termica scambiata da un controcorrente di area infinita in cui $\dot{C}_c = \dot{C}_f$ è

$$\dot{Q}_{id} = \dot{C}_f (T_{ic} - T_{if}) = \dot{C}_{\min} (T_{ic} - T_{if}) \quad (1.64)$$

Nell'ipotesi di uno scambiatore controcorrente in cui: $\dot{C}_c < \dot{C}_f$, risulta $\dot{C}_{\min} = \dot{C}_c$. La potenza termica scambiata può essere scritta come

$$\dot{Q} = \dot{C}_c (T_{ic} - T_{uc}) \quad (1.65)$$

Ma, in un siffatto scambiatore controcorrente di area infinita, in accordo con quanto detto nella sezione precedente (Figura 19), risulta $T_{uc} = T_{if}$. Quindi la potenza termica scambiata da un controcorrente di area infinita in cui $\dot{C}_c < \dot{C}_f$ è

$$\dot{Q}_{id} = \dot{C}_c (T_{ic} - T_{uc}) = \dot{C}_{\min} (T_{ic} - T_{if}) \quad (1.66)$$

Pertanto, l'efficienza può essere riscritta come:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{C}_{\min} \Delta T_{\max}} \quad (1.67)$$

Si può, infine, dimostrare che l'efficienza di uno scambiatore di calore è una funzione, dipendente dalla geometria dello scambiatore, da NTU e da ω .

$$\varepsilon = \varepsilon(NTU, \omega) \quad (1.68)$$

In particolare, l'efficienza è sempre una funzione crescente di NTU e decrescente di ω . In letteratura sono disponibili funzioni di efficienza per la gran parte delle tipologie di scambiatore di calore (equicorrente, controcorrente, a flussi incrociati miscelati o non miscelati, tubi e mantello, etc.). A titolo di esempio si forniscono di seguito le relazioni per gli scambiatori controcorrente ed equicorrente:

Controcorrente

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-(1 - \omega)NTU]}{1 - \omega \exp[-(1 - \omega)NTU]} \quad (1.69)$$

ovvero:

$$NTU = \frac{\ln\left(\frac{1 - \varepsilon\omega}{1 - \varepsilon}\right)}{1 - \omega} \quad (1.70)$$

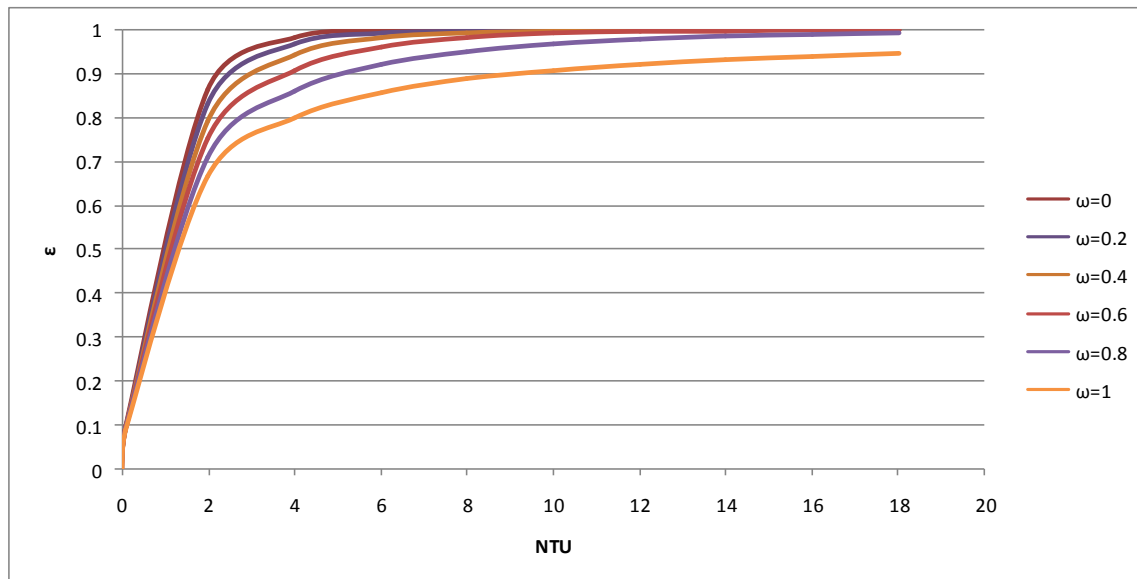
Che, nel caso di $\omega=0$,

$$\varepsilon = 1 - \exp(-NTU) \quad (1.71)$$

Invece, nel caso di $\omega=1$

$$\varepsilon = \frac{NTU}{1 + NTU} \quad (1.72)$$

Nel caso di scambiatori di Area di scambio infinita ($NTU \rightarrow \infty$), l'efficienza tende ad 1 per qualsiasi valore di ω . Si noti che tutti gli scambiatori controcorrente, per qualsiasi valore di ω , possono raggiungere efficienze unitarie, nel caso in cui l'area di scambio sia infinita.

Figura 31 – Diagramma ε -NTU per scambiatori controcorrenteEquicorrente

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-(1 + \omega) NTU]}{(1 + \omega)} \quad (1.73)$$

ovvero:

$$NTU = - \frac{\ln(1 + \varepsilon(1 + \omega))}{1 + \omega} \quad (1.74)$$

Che, nel caso di $\omega=0$,

$$\varepsilon = 1 - \exp(-NTU) \quad (1.75)$$

Invece, nel caso di $\omega=1$

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp(-NTU)}{2} \quad (1.76)$$

Infine, nel caso di scambiatori di area di scambio infinita ($NTU \rightarrow \infty$)

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + \omega} \quad (1.77)$$

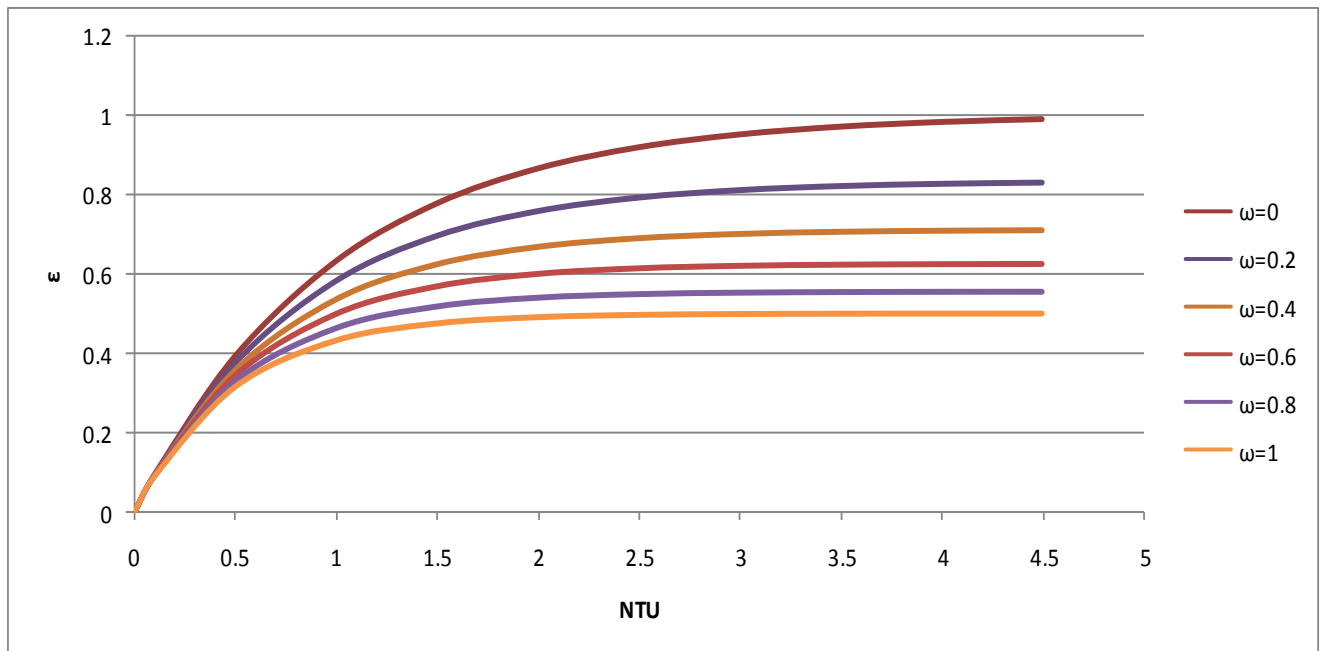


Figura 32 – Diagramma ε-NTU per scambiatori equicorrente

Si noti che lo scambiatore equicorrente, anche con aree di scambio infinite, può raggiungere efficienze unitarie solo nel caso in cui $\omega=0$ (equicorrente \leftrightarrow controcorrente). In tutti gli altri casi, l'efficienza tende asintoticamente ad un valore minore dell'unità. Il valore di tale asintoto sarà tanto minore quanto maggiore sarà ω . Al limite, per $\omega=0$, tale asintoto vale 0,50. Tale valore può essere dedotto sia dalla (1.77) che da considerazioni grafiche. Infatti, il profilo (T,A) di uno scambiatore equicorrente di area infinita è perfettamente simmetrico (Figura 33) e la temperatura di uscita del fluido caldo tende a coincidere con la temperatura di uscita del fluido freddo. Pertanto

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{C}_{\min} \Delta T_{\max}} = \frac{T_{ic} - T_{uc}}{T_{ic} - T_{if}} = \frac{T_{ic} - T_{uc}}{2(T_{ic} - T_{uc})} = \frac{1}{2} \quad (1.78)$$

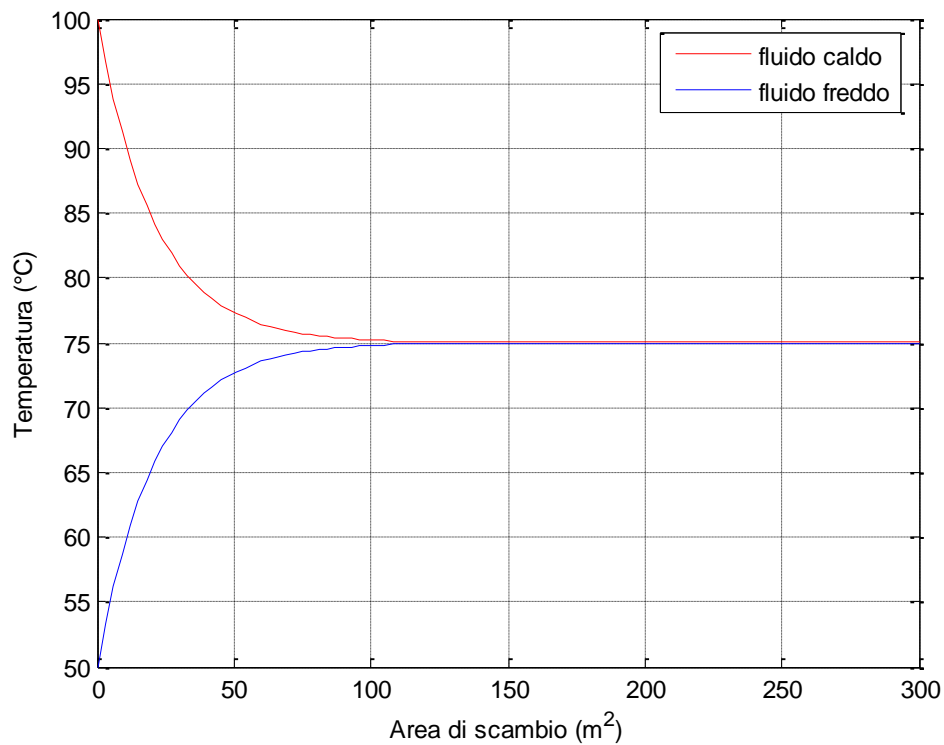


Figura 33 - Scambiatore equicorrente bilanciato di area infinita

In sintesi, il metodo ε -NTU consente di calcolare le prestazioni di uno scambiatore in maniera molto più rapida rispetto al metodo della media logaritmica delle differenze di temperatura. Infatti, fissate le temperature di ingresso e le capacità termiche orarie del fluido caldo e del fluido freddo, nonché l'area totale di scambio ed il coefficiente globale di scambio dello scambiatore, si procede come segue:

- Si determina \dot{C}_{\min} e \dot{C}_{\max}
- Si calcola ω , utilizzando la (1.57)
- Si calcola NTU, utilizzando la (1.58)
- Si calcola ε , sulla base della geometria dello scambiatore assegnato, mediante funzioni del tipo (1.68)
- Si calcola la potenza termica scambiata come:

$$\dot{Q} = \varepsilon \dot{C}_{\min} (T_{ic} - T_{if}) \quad (1.79)$$

- Si determinano le temperature di uscita del fluido caldo e del fluido freddo dai rispettivi bilanci di energia:

$$\dot{C}_c (T_{ic} - T_{uc}) = \varepsilon \dot{C}_{\min} (T_{ic} - T_{if}) \quad (1.80)$$

$$\dot{C}_f (T_{uf} - T_{if}) = \varepsilon \dot{C}_{\min} (T_{ic} - T_{if}) \quad (1.81)$$

Evidentemente è possibile utilizzare il metodo ϵ -NTU anche per altre operazioni quali ad esempio la verifica ed il dimensionamento degli scambiatori. Un'applicazione molto frequente consta nel calcolo dell'area di scambio, per un data potenza termica e per fissati valori delle temperature.

8. Exergia distrutta negli scambiatori di calore

Si consideri un generico scambiatore di calore, nelle ipotesi 1-9 precedentemente introdotte. Il Bilancio di Exergia può essere scritto nella seguente forma infinitesima:

$$\delta \dot{E}x_d = -d\dot{E}x_c - d\dot{E}x_f \quad (1.82)$$

Ovvero:

$$\delta \dot{E}x_d = -\dot{m}_c dex_c - \dot{m}_f dex_f \quad (1.83)$$

Ricordando che

$$dex = dh - T_a ds \quad (1.84)$$

Risulta:

$$\delta \dot{E}x_d = -\dot{m}_c (dh_c - T_a ds_c) - \dot{m}_f (dh_f - T_f ds_f) \quad (1.85)$$

Ovvero:

$$\delta \dot{E}x_d = -\dot{m}_c dh_c \left(1 - \frac{T_a ds_c}{dh_c} \right) + \dot{m}_f dh_f \left(\frac{T_a ds_f}{dh_f} - 1 \right) \quad (1.86)$$

Ma:

$$\delta \dot{Q} = -\dot{m}_c dh_c = \dot{m}_f dh_f \quad (1.87)$$

Poiché le trasformazioni sono internamente reversibili ($p=\text{cost}$), dalla seconda equazione di Gibbs:

$$T_f = \frac{dh_f}{ds_f} \quad (1.88)$$

$$T_c = \frac{dh_c}{ds_c} \quad (1.89)$$

Da cui:

$$\delta \dot{E}x_d = \delta \dot{Q} \left(1 - \frac{T_a}{T_c} + \frac{T_a}{T_f} - 1 \right) = T_a \delta \dot{Q} \left(\frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_c} \right) \quad (1.90)$$

Integrando:

$$\dot{Ex}_d = T_a \dot{Q} \left(\frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_c} \right) \quad (1.91)$$

Nel caso di scambio fra due SET, l'equazione precedente diventa:

$$\dot{Ex}_d = T_a \dot{Q} \left(\frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_c} \right) \quad (1.92)$$

Quindi l'exergia distrutta può essere espressa in funzione della potenza termica scambiata e delle temperature medie integrali dei fluidi freddo e caldo. Ovviamente, l'exergia distrutta risulta essere tanto maggiore quanto maggiore è la potenza termica scambiata e quanto maggiore è la differenza fra le temperature medie del fluido caldo e del fluido freddo. Infatti, all'aumentare di tale differenza aumenteranno le irreversibilità di tipo esterne legate allo scambio termico. Una rappresentazione grafica agevole sul piano (T,s) si tale exergia distrutta si può avere solo nel caso in cui uno dei due fluidi sia in passaggio di fase (T=cost.). Integrando la (1.90) si ha:

$$\dot{Ex}_d = \int T_a \frac{T_c - T_f}{T_c T_f} \delta \dot{Q} \quad (1.93)$$

Dal bilancio di energia sul fluido freddo:

$$\delta \dot{Q} = \dot{m}_f dh_f \quad (1.94)$$

Dalla seconda equazione di Gibbs, per trasformazioni internamente reversibili (p=cost):

$$\delta \dot{Q} = \dot{m}_f dh_f = \dot{m}_f T_f ds_f \quad (1.95)$$

Quindi, utilizzando l'ipotesi di temperatura del fluido caldo costante:

$$\frac{\dot{Ex}_d}{\dot{m}_f} = \frac{T_a}{T_c} \int (T_c - T_f) ds_f = \frac{T_a}{T_c} \times AREA \quad (1.96)$$

Ripetendo lo stesso ragionamento, nel caso in cui sia il fluido in freddo in passaggio di fase:

$$\frac{\dot{Ex}_d}{\dot{m}_c} = \frac{T_a}{T_f} \int (T_c - T_f) ds_c = \frac{T_a}{T_f} \times AREA \quad (1.97)$$

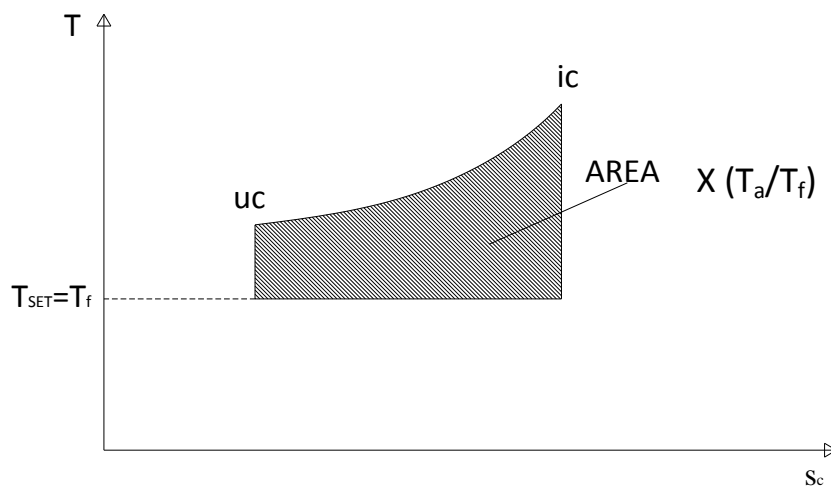


Figura 34 - Rappresentazione dell'Exergia distrutta sul piano T,s -evaporazione

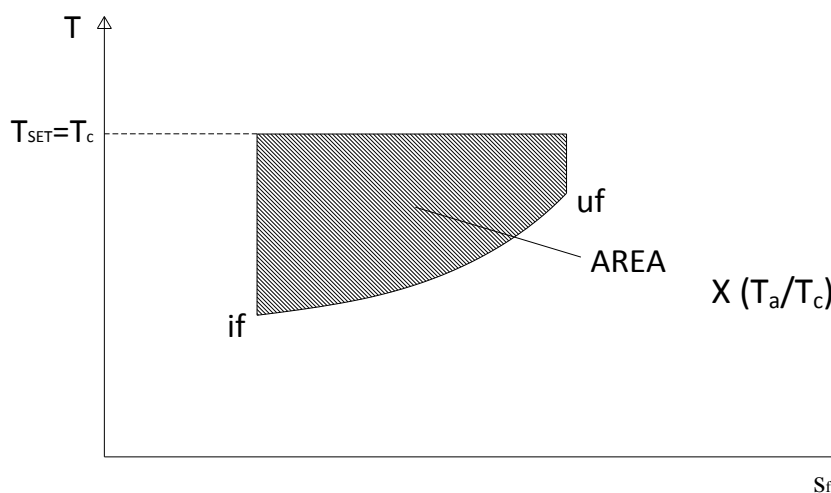


Figura 35 - Rappresentazione dell'Exergia distrutta sul piano T,s -condensazione

In altre parole, nel caso in cui uno dei due fluidi sia in passaggio di fase, oppure sia schematizzabile come un SET a temperatura T_{SET} , l'exergia distrutta specifica è rappresentabile sul piano (T,s) dall'area sottesa dalle due trasformazioni, a meno del fattore di peso $\frac{T_a}{T_{SET}}$

9. Rappresentazione grafica della generazione entropica nel piano T, \dot{S}

Si consideri un generico scambiatore di calore nelle ipotesi 1-10: per tale sistema verranno di seguito ricavate procedure grafiche per la determinazione della generazione entropica e quindi dell'exergia

distrutta. In generale, queste due quantità possono essere ricavate utilizzando rispettivamente le equazioni (1.14) e (1.18).

Per la rappresentazione grafica dei processi di scambio termico normalmente si fa riferimento al piano (T,s). Tuttavia, tale piano è caratteristico e varia quindi con la sostanza. Pertanto, al fine di poter rappresentare sullo stesso piano termodinamico, i processi di scambio termico di due diverse sostanze, viene introdotto il piano (T, \dot{S}), in cui la caratteristica della sostanza viene inglobata nella variabile \dot{S} .

L'andamento delle isobare nel piano (T, \dot{S}) è del tutto simile a quello visibile sul piano (T,s): infatti, anche nel piano (T, \dot{S}), così come avviene nel (T,s) le isobare tendono a divergere all'aumentare della temperatura. Infatti, nell'ipotesi di trasformazioni isobare (p=cost), la II equazione di Gibbs diventa:

$$ds = \frac{dh}{T} \quad (1.98)$$

Ma, nell'ipotesi 10 (gas ideale o liquido incomprimibile)

$$dh = c dt \quad (1.99)$$

$$ds = c \frac{dT}{T} \quad (1.100)$$

Da cui:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_p = \frac{T}{c} \quad (1.101)$$

Quindi la pendenza aumenta all'aumentare della temperatura e di conseguenza le isobare tendono a divergere.

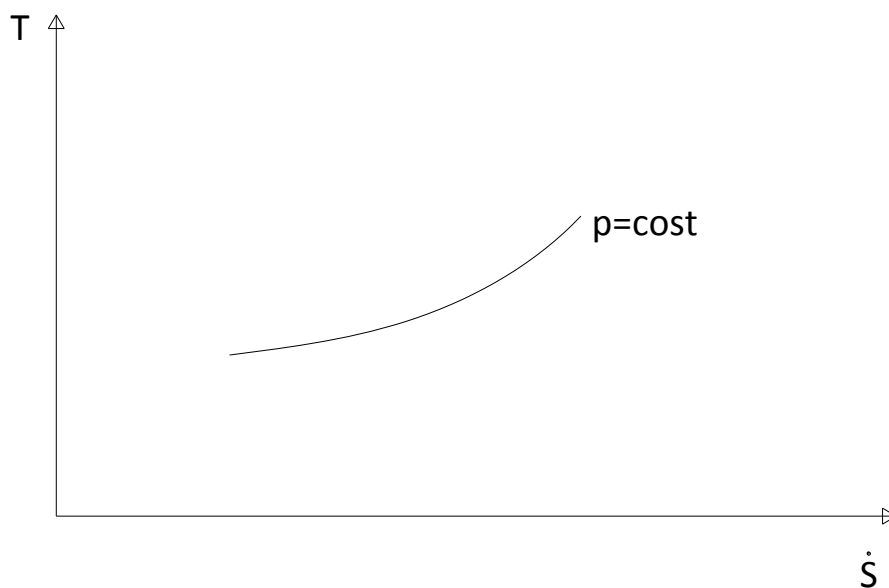


Figura 36 - Diagramma T, \dot{S} - isobara

Si supponga ad esempio di che la pressione del fluido caldo sia maggiore di quella del fluido freddo ($p_c > p_f$). La rappresentazione sul diagramma in oggetto, delle trasformazioni di scambio termico (internamente reversibili) è la seguente:

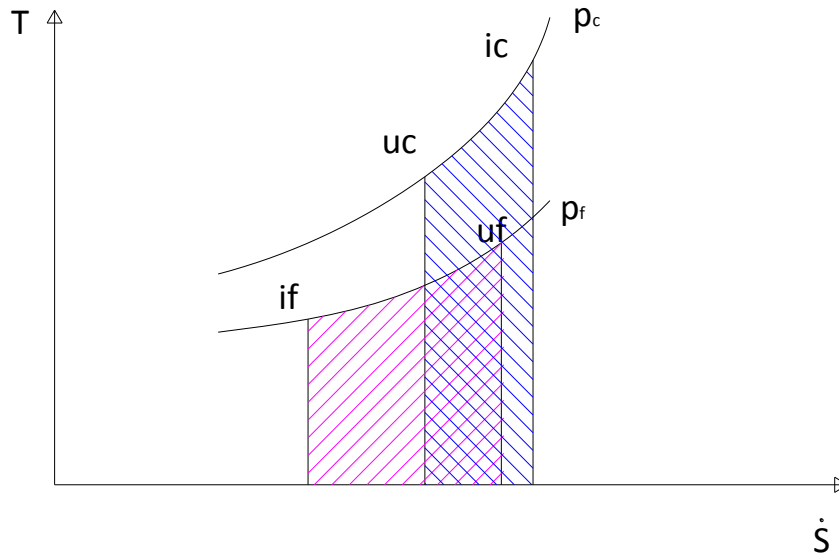


Figura 37 - Diagramma (T, \dot{S}) - scambiatore di calore

Dalla figura precedente si può osservare che le aree sottese dalle due trasformazioni (fluido caldo e fluido freddo), sono identiche. Esse, infatti, rappresentano la potenza termica scambiata che, come noto, è la stessa sia per il fluido caldo che per quello freddo. Infatti, per trasformazioni internamente reversibili, risulta dal II principio della termodinamica:

$$d\dot{S} = \frac{\delta\dot{Q}}{T} \quad (1.102)$$

Da cui:

$$\dot{Q} = \int_{if}^{uf} T d\dot{S}_f = - \int_{ic}^{uc} T d\dot{S}_c = \int_{uc}^{ic} T d\dot{S}_c \quad (1.103)$$

Evidentemente, i punti rappresentativi delle condizioni di ingresso e di uscita dei fluidi caldo e freddo devono essere disposti in maniera tale da soddisfare la precedente relazione.

Al fine di ottenere una migliore visualizzazione grafica della generazione entropica è anche possibile sfruttare la proprietà che l'entropia, e quindi anche l'entropia oraria, è una quantità definita a meno di una costante. La costante viene tipicamente definita, assegnata ad un dato stato termodinamico, detto di riferimento, un valore arbitrario della funzione entropia. Poiché tale costante è scelta in maniera arbitraria, è sempre possibile selezionarla in maniera tale che sia soddisfatta la relazione:

$$\dot{S}_{uc} = \dot{S}_{if} \quad (1.104)$$

È possibile ottenere il precedente risultato operando sia sulla costante del fluido caldo che su quella del freddo che su entrambe. Ipotizzando, di cambiare la costante del fluido freddo, l'operazione graficamente

si traduce in una traslazione dell'isobara del fluido freddo in maniera tale che sia verificata la precedente relazione, così come evidenziato nella figura seguente:

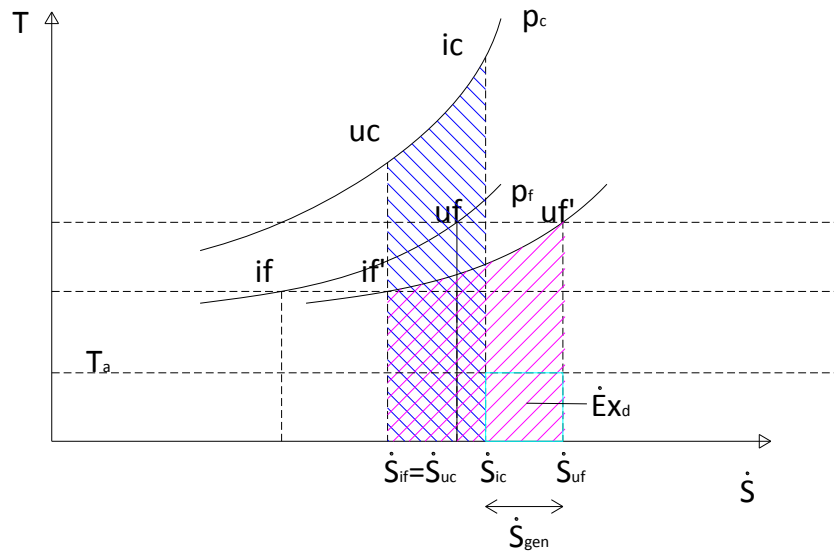


Figura 38- Diagramma (T, \dot{S}) - scambiatore di calore –Traslazione isobara fluido freddo ($p_c > p_f$)

In questo modo, stante la relazione (1.104) è possibile determinare graficamente in maniera immediata la generazione entropica:

$$\dot{S}_{gen} = \dot{S}_{uf} - \dot{S}_{ic} \quad (1.105)$$

Ovviamente, l'exergia distrutta per il teorema di Guy-Stodola, risulta essere pari all'area del rettangolo di base \dot{S}_{gen} ed altezza T_a :

$$\dot{E}x_d = \dot{S}_{gen} T_a \quad (1.106)$$

Tale rappresentazione ha il vantaggio di avere una visualizzazione immediata sia della generazione entropica che della distruzione exergetica all'interno degli scambiatori di calore. Il ragionamento qui fatto, nel caso di $p_c > p_f$, può essere facilmente esteso anche a tutti gli altri casi ($p_c \leq p_f$) utilizzando la medesima procedura, così come evidenziato nelle figure seguenti.

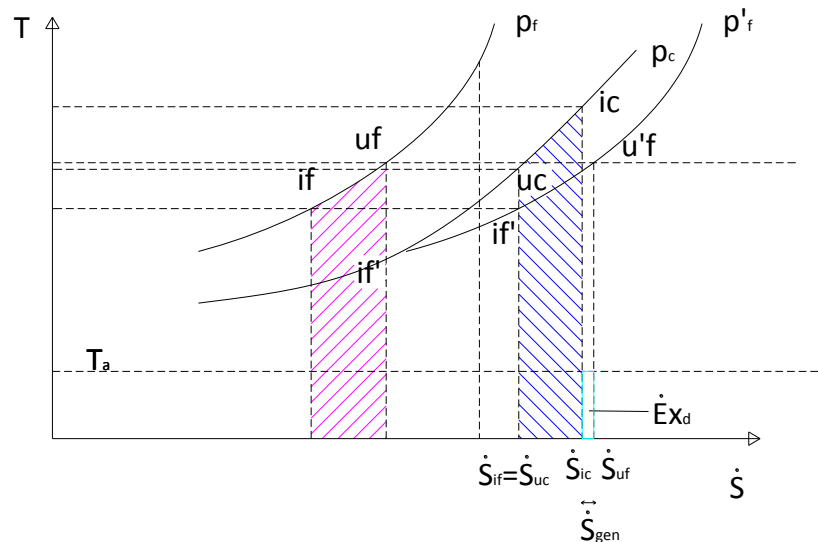


Figura 39 - Diagramma (T, \dot{S}) - scambiatore di calore –Traslazione isobara fluido freddo ($p_c < p_f$)

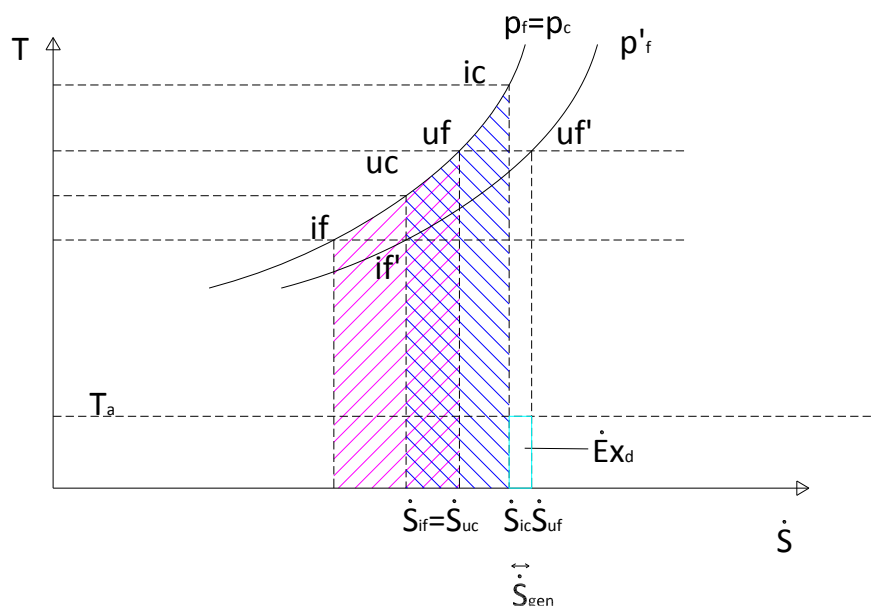


Figura 40 - Diagramma (T, \dot{S}) - scambiatore di calore –Traslazione isobara fluido freddo ($p_c = p_f$)

La rappresentazione della produzione entropica nel piano (T, \dot{S}) risulta anche molto utile per realizzare un confronto fra gli scambiatori equicorrente e quelli controcorrente. Si consideri quindi un generico scambiatore di calore, che abbia come obiettivo il riscaldamento del fluido freddo. Pertanto, nel confronto discusso di seguito fra scambiatori controcorrente ed equicorrente, si considerano fissati: la geometria dello scambiatore di calore, le caratteristiche del fluido freddo (portata, calore specifico, temperature di ingresso e di uscita), nonché la portata ed il calore specifico del fluido caldo. Per tale scambiatore risultano quindi fissati i seguenti parametri:

U coefficiente globale di scambio termico

A Area totale di scambio

t_{if} Temperatura di ingresso del fluido freddo

t_{uf} Temperatura di uscita del fluido freddo

\dot{C}_c Capacità termica oraria del fluido caldo

\dot{C}_f Capacità termica oraria del fluido freddo

Fissata la richiesta dell'utenza (t_{if} , t_{uf} , \dot{C}_f) risulta anche fissata la potenza termica resa all'utenza:

$$\dot{Q} = \dot{C}_f (t_{uf} - t_{if}) = [\dot{C}_c (t_{ic} - t_{uc})]_{EQ} = [\dot{C}_c (t_{ic} - t_{uc})]_{CC} \quad (1.107)$$

Pertanto, per entrambi gli scambiatori di calore, la differenza di temperatura fra ingresso ed uscita del fluido caldo, risulta la medesima

$$(t_{ic} - t_{uc})_{EQ} = (t_{ic} - t_{uc})_{CC} \quad (1.108)$$

Dall'equazione di progetto risulta anche:

$$\dot{Q} = UA\Delta T_{ml} = [UA\Delta T_{ml}]_{EQ} = [UA\Delta T_{ml}]_{CC} \quad (1.109)$$

Quindi anche:

$$[\Delta T_{ml}]_{EQ} = [\Delta T_{ml}]_{CC} \quad (1.110)$$

In definitiva, le relazioni precedenti affermano che la differenza di temperatura media logaritmica, così come definita nella sezione precedente, e la differenza di temperatura del fluido caldo rimangono invariate, nel confronto fra scambiatori equicorrente e controcorrente. Affermare che la differenza di temperatura del fluido caldo sia la medesima non vuol dire che le temperature di ingresso e di uscita del controcorrente siano uguali alle rispettive temperature in uno scambiatore equicorrente. Pertanto, tale condizione può realizzarsi anche con livelli termici ben differenti. Infatti, è possibile dimostrare che per i parametri fissati in precedenza, risulta sempre:

$$(t_{ic})_{EQ} > (t_{ic})_{CC} \quad (1.111)$$

E quindi:

$$(t_{uc})_{EQ} > (t_{uc})_{CC} \quad (1.112)$$

Infatti, fissare \dot{C}_c , \dot{C}_f , U ed A implica anche, per la loro stessa definizione, fissare ω e NTU . A parità di questi ultimi parametri si può vedere sia graficamente che analiticamente, dalle precedenti equazioni e figure, che risulta sempre

$$\varepsilon_{CC} > \varepsilon_{EQ} \quad (1.113)$$

Ma dalla definizione di efficienza:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{C}_{\min}(t_{ic} - t_{if})} \quad (1.114)$$

Avendo fissato \dot{Q} , \dot{C}_c , \dot{C}_f (e quindi anche \dot{C}_{\min}) e t_{uf} , l'equazione (1.113), comporta necessariamente che:

$$(t_{ic})_{EQ} > (t_{ic})_{CC} \quad (1.115)$$

In definitiva, si è dimostrato che lo scambiatore controcorrente realizza lo stesso effetto dell'equicorrente ma con livelli termici del fluido caldo inferiori. Questa conclusione già suggerisce che la prima tipologia risulta exergeticamente più efficiente rispetto alla seconda. Affermazione questa che può essere facilmente validata con la costruzione grafica di seguito riportata. Si consideri, infatti, un diagramma (T, \dot{S}) , già realizzato con la traslazione dell'isobara del fluido freddo, descritta in precedenza, e si rappresentino su tale diagramma (stante la condizione (1.115)), le generazioni entropiche (e quindi le exergie distrutte delle due tipologie di scambiatori). Dalla figura risulta evidente che la generazione entropica dell'equicorrente risulta sempre maggiore rispetto a quella del controcorrente. Si noti, che per rendere meglio confrontabili le due generazioni entropiche, è stata effettuata una traslazione dell'isobare del fluido caldo nel caso di controcorrente (sempre lecita per quanto detto in precedenza), in maniera tale che l'entropia oraria dell'uscita del fluido caldo in controcorrente sia uguale alla rispettiva entropia oraria dell'equicorrente.

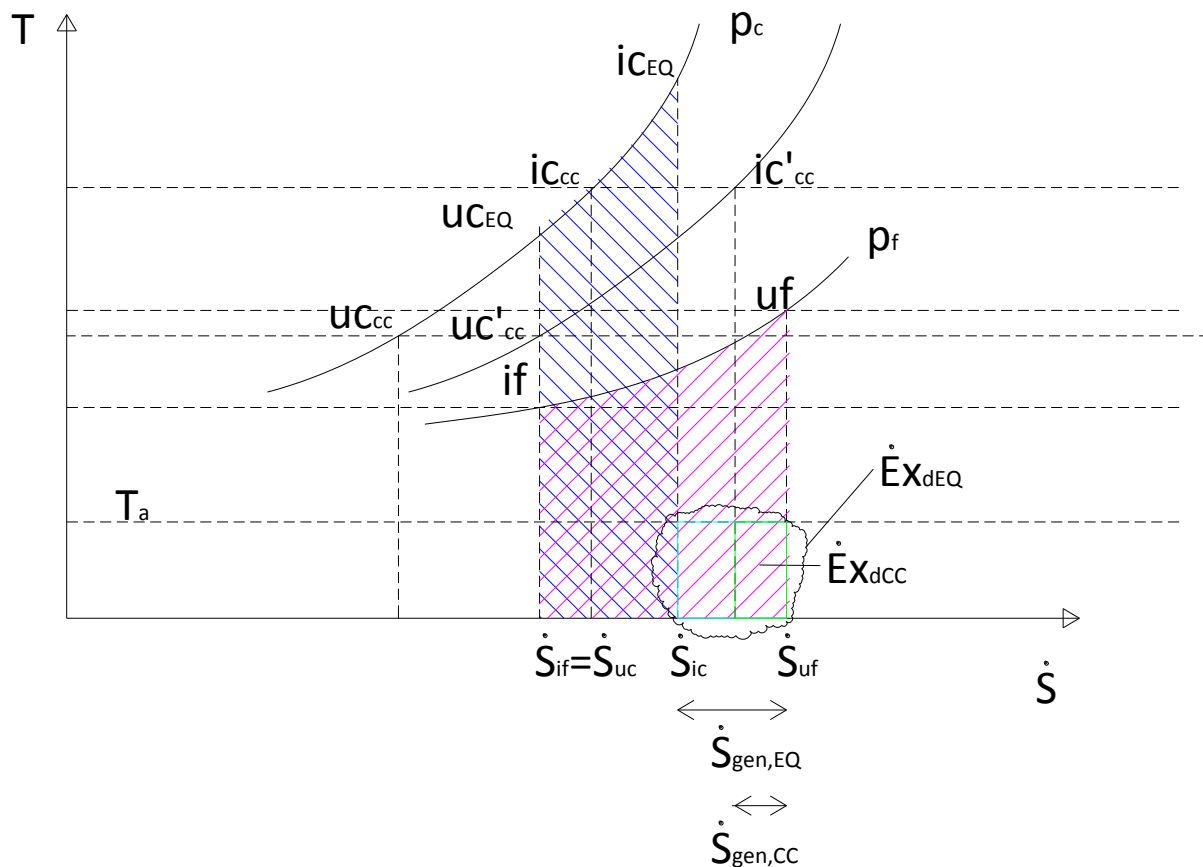


Figura 41 Diagramma (T, \dot{S}) - scambiatore di calore – Confronto EQ vs CC

10. Il numero di generazione entropica (N_{sf})

Si consideri un generico scambiatore di calore, schematizzato in Figura 12, per il quale siano valide le ipotesi 1-12. Per tale scambiatore si vuole esplicitare la funzione generazione entropica, utilizzando il numero adimensionale, detto numero di generazione entropica:

$$N_{sf} = \frac{T_{if} \dot{S}_{gen}}{\dot{Q}} \quad 0 \leq N_{sf} < 1 \quad (1.116)$$

Si noti che l'adimensionalizzazione della generazione entropica viene, come ovvio ottenuta rapportando tale quantità all'obiettivo dello scambiatore (la potenza termica scambiata), e per coerenza dimensionale, e moltiplicarla per la temperatura. A rigor di logica, tale temperatura dovrebbe essere la temperatura ambiente, tuttavia, al fine di evitare di introdurre un ulteriore variabile, oltre alle temperature di ingresso dei due fluidi, nella trattazione seguente si è preferito utilizzare la temperatura di ingresso del fluido freddo.

Ovviamente, tale numero risulta essere sempre maggiore o uguale allo zero in quanto:

$$T_{if} > 0 \quad \dot{S}_{gen} \geq 0 \quad \dot{Q} \geq 0 \quad (1.117)$$

In particolare, tale numero sarà nullo solo nel caso di trasformazioni reversibili ($\dot{S}_{gen} = 0$).

Per dimostrare, invece che $N_{sf} < 1$, è sufficiente ricordare che, dalla (1.91) unita al teorema di Guy-Stodola, risulta:

$$\dot{S}_{gen} = \dot{Q} \left(\frac{1}{\bar{T}_f} - \frac{1}{\bar{T}_c} \right) \quad (1.118)$$

Da cui:

$$N_{sf} = \frac{T_{if}}{\bar{T}_f} \left(1 - \frac{\bar{T}_f}{\bar{T}_c} \right) \quad (1.119)$$

Poiché la temperatura media integrale del fluido caldo risulta essere sempre maggiore o uguale della corrispondente temperatura media del fluido freddo, risulta:

$$\left(1 - \frac{\bar{T}_f}{\bar{T}_c} \right) < 1 \quad (1.120)$$

Allo stesso modo, la temperatura media del fluido freddo risulta sempre essere maggiore o uguale alla temperatura di ingresso del fluido freddo. Le due temperature risultano uguali nel caso si evaporatore.

$$\frac{T_{if}}{\bar{T}_f} \leq 1 \quad (1.121)$$

Quindi:

$$N_{sf} < 1 \quad (1.122)$$

In definitiva:

$$0 \leq N_{sf} < 1 \quad (1.123)$$

Per determinare la funzione N_{sf} , è necessario esplicitare la generazione entropica, ricordando che, nelle ipotesi fatte le pressioni dei fluidi caldo e freddo risultano costanti ($p_{ic} = p_{uc}$, $p_{if} = p_{uf}$):

$$\dot{S}_{gen} = \dot{S}_{gen}(T_{ic}, T_{uc}, \dot{C}_c, T_{if}, T_{uf}, \dot{C}_f) \quad (1.124)$$

Scambiatore controcorrente bilanciato

Per semplicità, si procederà allo sviluppo della trattazione nel caso particolare di scambiatore bilanciato ($\omega=1$), per poi di seguito estenderla alla generalità degli scambiatori di calore.

Partendo dalla relazione (1.14) è possibile esplicitare la generazione entropica, utilizzando l'equazione caratteristica valida nel caso di gas ideali a calori specifici costanti (trasformazioni internamente reversibili) o di liquidi incomprimibili:

$$ds = c \frac{dT}{T} \quad (1.125)$$

In questo modo, la funzione generazione entropica diventa:

$$\dot{S}_{gen} = \dot{C}_c \ln\left(\frac{T_{uc}}{T_{ic}}\right) + \dot{C}_c \ln\left(\frac{T_{uf}}{T_{if}}\right) \quad (1.126)$$

Ma, nell'ipotesi di scambiatore bilanciato ($\dot{C}_c = \dot{C}_f$):

$$\dot{S}_{gen} = \dot{C} \left[\ln\left(\frac{T_{uc}}{T_{ic}}\right) + \ln\left(\frac{T_{uf}}{T_{if}}\right) \right] = \dot{C} \ln\left(\frac{T_{uc}}{T_{ic}} \frac{T_{uf}}{T_{if}}\right) \quad (1.127)$$

Supponendo ora che lo scambiatore bilanciato in esame, sia anche del tipo controcorrente, è possibile scrivere la sua efficienza come:

$$\varepsilon = \frac{T_{ic} - T_{uc}}{T_{ic} - T_{if}} = \frac{T_{uf} - T_{if}}{T_{ic} - T_{if}} = \frac{NTU}{1 + NTU} \quad (1.128)$$

Da cui, ricavando dall'equazione precedenti le funzioni

$$\frac{T_{uc}}{T_{ic}} = f(\chi, NTU, \varepsilon) \quad (1.129)$$

$$\frac{T_{uf}}{T_{if}} = f(\chi, NTU, \varepsilon) \quad (1.130)$$

In cui:

$$\chi = \frac{T_{if}}{T_{ic}} \quad 0 < \chi \leq 1 \quad (1.131)$$

Si ottiene:

$$\dot{S}_{gen} = \dot{C} \ln \left(\frac{(1+\chi) \left(1 + \frac{NTU}{\chi} \right)}{(1+NTU^2)} \right) \quad (1.132)$$

Ricordando che:

$$\dot{Q} = \varepsilon \dot{C} (T_{ic} - T_{if}) \quad (1.133)$$

È possibile sostituire la (1.132) e la (1.133) nell'equazione (1.116). Il risultato di tale operazione (scambiatore bilanciato controcorrente), è:

$$N_{sf} = \frac{1}{\varepsilon \left(\frac{1}{\chi} - 1 \right)} \ln \left[\left(1 + \varepsilon \left(\frac{1}{\chi} - 1 \right) \right) (1 - \varepsilon (1 - \chi)) \right] \quad (1.134)$$

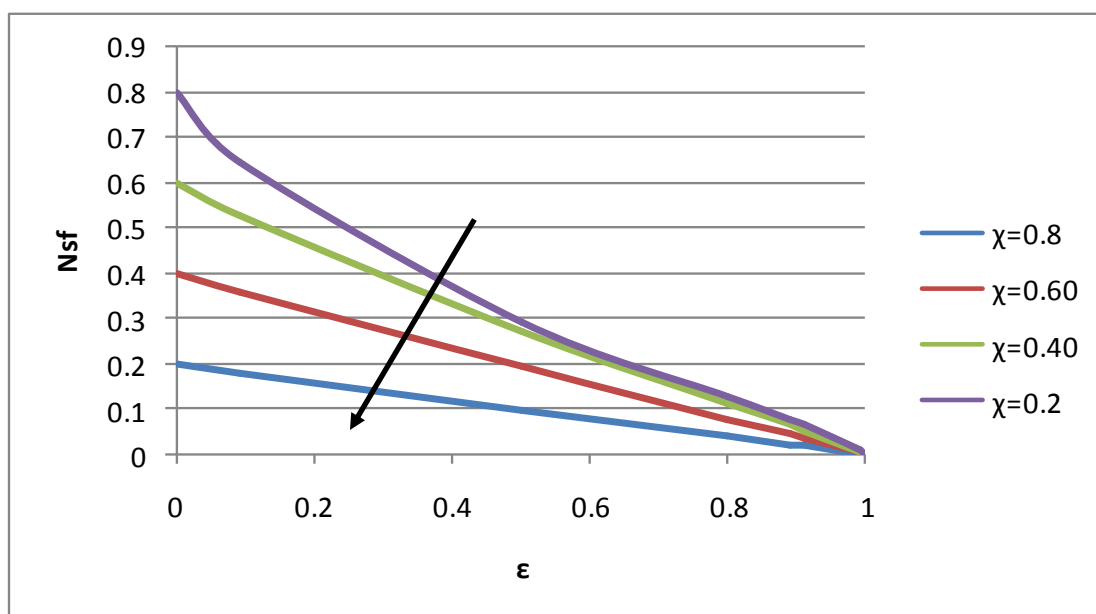


Figura 42 - Nsf, scambiatore controcorrente bilanciato

Dall'analisi della precedente figura è possibile trarre le seguenti conclusioni:

- N_{sf} risulta essere una funzione decrescente di χ ; infatti all'aumentare di quest'ultimo parametro diminuiscono le differenze di temperatura fra fluido caldo e fluido freddo e quindi diminuiscono le irreversibilità esterne nello scambiatore
- N_{sf} risulta essere una funzione decrescente dell'efficienza: all'aumentare di quest'ultima diminuisce l'entropia generata. Al limite per uno scambiatore controcorrente bilanciato di area infinita ($\varepsilon=1$), le differenze di temperatura fra fluido caldo e fluido freddo diventano infinitesime e quindi la generazione entropica – e N_{sf} – si annulla.
- Per efficienze alte (e quindi NTU elevati) i diagrammi tendono ad assumere un andamento lineare

Infatti, nel caso in cui il valore di NTU sia molto elevato, è possibile semplificare la precedente equazione espandendo in serie l'argomento del logaritmico troncando la serie al primo termine. Il risultato di tale operazione è:

$$N_{sf} = (1 - \varepsilon)(1 - \chi) \quad (1.135)$$

Cui corrisponde una generazione entropica:

$$\dot{S}_{gen} = \dot{Q} \left(\frac{T_{ic} - T_{if}}{T_{ic} T_{if}} \right) \quad (1.136)$$

L'ultima espressione mette chiaramente in evidenza quanto la generazione entropica sia proporzionale alla differenza di temperatura fra fluido caldo e fluido freddo, alla stregua di quanto descritto dalla (1.118). Si noti infatti che l'espressione della generazione entropica precedentemente ricavata è la medesima che si può ottenere in un bilancio di entropia in un sistema isolato in cui ci sia uno scambio termico fra un SET a temperatura maggiore ad un SET a temperatura minore.

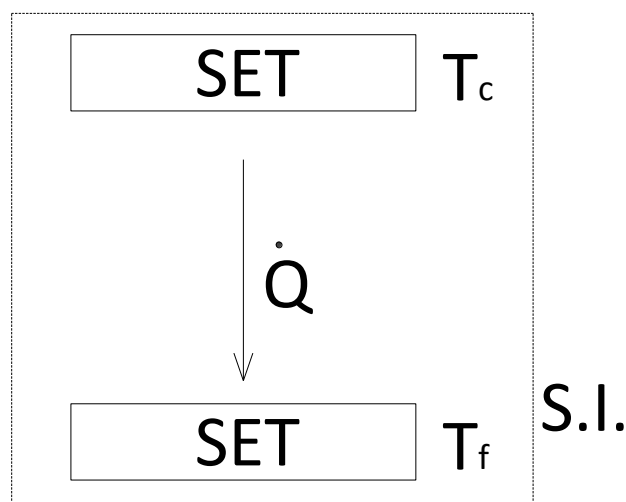


Figura 43 - Scambio di energia termica fra due SET

$$\dot{S}_{gen} = \dot{Q} \left(\frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_c} \right) \quad (1.137)$$

Si noti che questa condizione nella pratica si ottiene solamente nel caso in cui entrambi i fluidi siano in passaggio di fase. Si può dimostrare che in questo caso, a parità di potenza termica scambiata e di temperatura di ingresso del fluido caldo e del fluido freddo la quantità UA risulta minima.

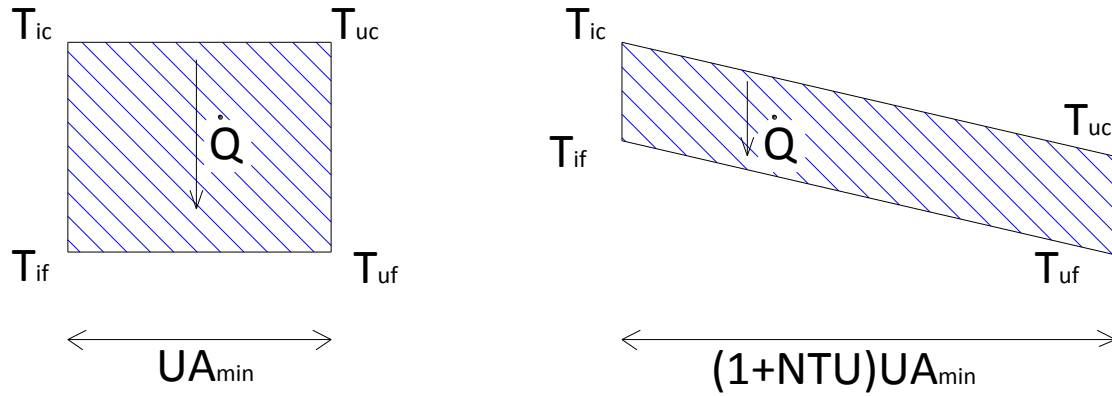


Figura 44 - Lunghezza di scambio termico per scambiatori bilanciati con temperature costanti o variabili

Infatti, poiché la differenza di temperatura media logaritmica risulta massima quando le temperature dei fluidi caldo e freddo risultano costanti, a parità di potenza, in questo caso si avrà anche il minimo valore di UA. Ovvero:

$$\dot{Q} = (UA)_{\min} \Delta T_{\max} \quad (1.138)$$

In caso invece di scambiatore (equicorrente bilanciato) in cui le temperature non siano costanti, si ha:

$$\dot{Q} = \varepsilon \dot{C} \Delta T_{\max} = \frac{\dot{C} \Delta T_{\max} NTU}{1 + NTU} = \frac{\Delta T_{\max} UA}{1 + NTU} \quad (1.139)$$

Confrontando, la (1.139) con la (1.138) si ha:

$$UA = (UA)_{\min} (1 + NTU) \quad (1.140)$$

Il che implica che, a parità di potenza termica scambiata, uno scambiatore a temperature variabili necessita sempre di un'area di scambio maggiore rispetto allo scambiatore a temperature costanti.

I risultati fin qui esposti possono facilmente essere estesi anche al caso di scambiatore bilanciato equicorrente, seguendo la medesima procedura fin qui descritta. Per brevità la trattazione riguardante lo scambiatore equicorrente bilanciato verrà omessa.

Scambiatore di calore non bilanciato

È possibile estendere la trattazione precedente ad un qualunque scambiatore di calore (bilanciato o meno) equicorrente o controcorrente. Ripetendo il medesimo ragionamento fatto nella sezione precedente, si perviene alla seguente formulazione per Nsf, nel caso in cui il fluido freddo abbia la massima capacità termica oraria:

$$N_{sf} = \frac{T_{if}}{\varepsilon \left(\frac{1}{\chi} - 1 \right)} \left\{ \frac{1}{\omega} \ln \left[\left(1 + \omega \varepsilon \left(\frac{1}{\chi} - 1 \right) \right) \right] + \ln \left[(1 - \varepsilon (1 - \chi)) \right] \right\} \quad (1.141)$$

Nel caso in cui, invece, sia il fluido caldo ad avere la massima capacità termica oraria, risulta:

$$N_{sf} = \frac{T_{if}}{\varepsilon \left(\frac{1}{\chi} - 1 \right)} \left\{ \ln \left[\left(1 + \varepsilon \left(\frac{1}{\chi} - 1 \right) \right) \right] + \frac{1}{\omega} \ln \left[(1 - \omega \varepsilon (1 - \chi)) \right] \right\} \quad (1.142)$$

È altresì possibile correlare N_{sf} ad NTU, sostituendo all'interno delle precedenti equazioni la funzione efficienza corrispondente alla geometria di scambiatore selezionata.

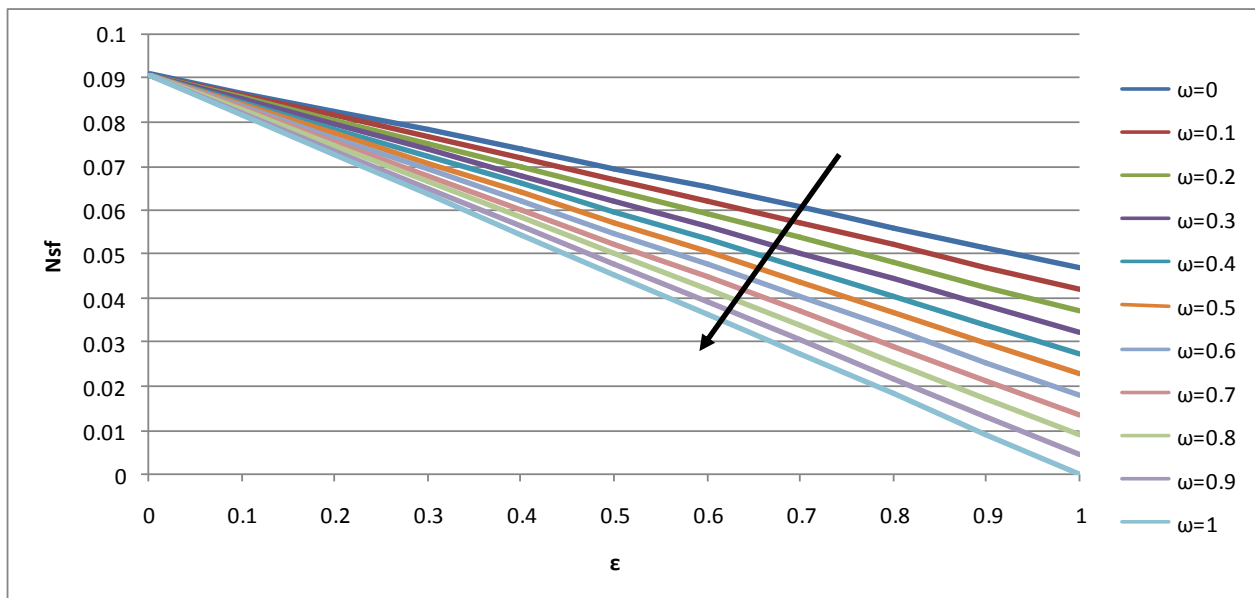
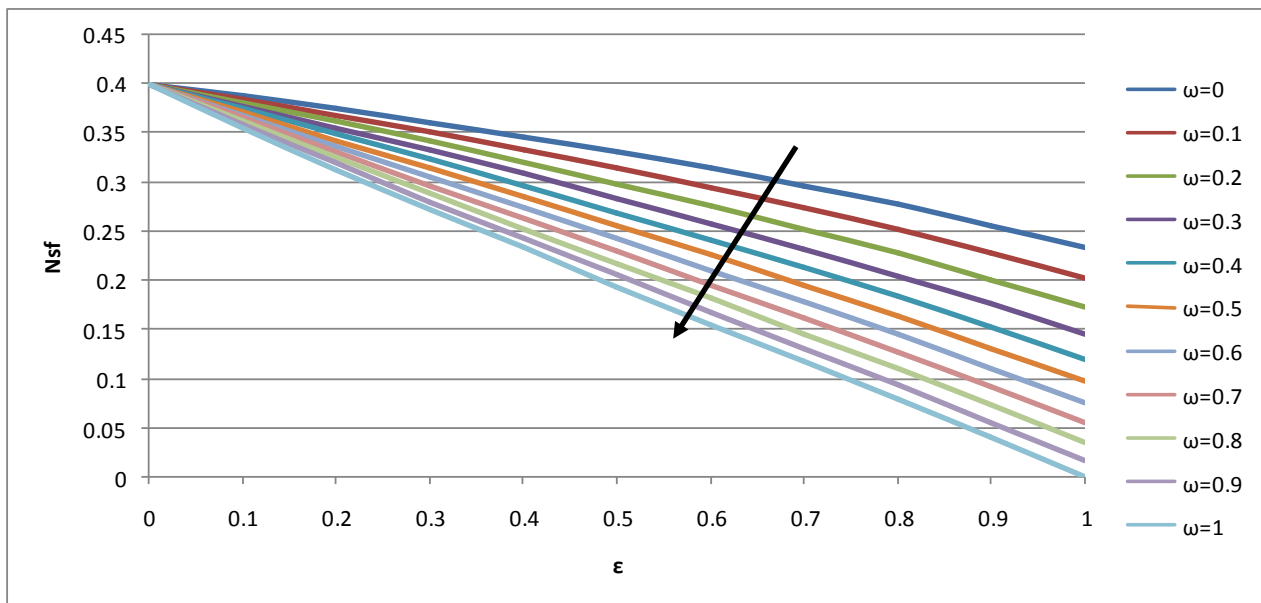
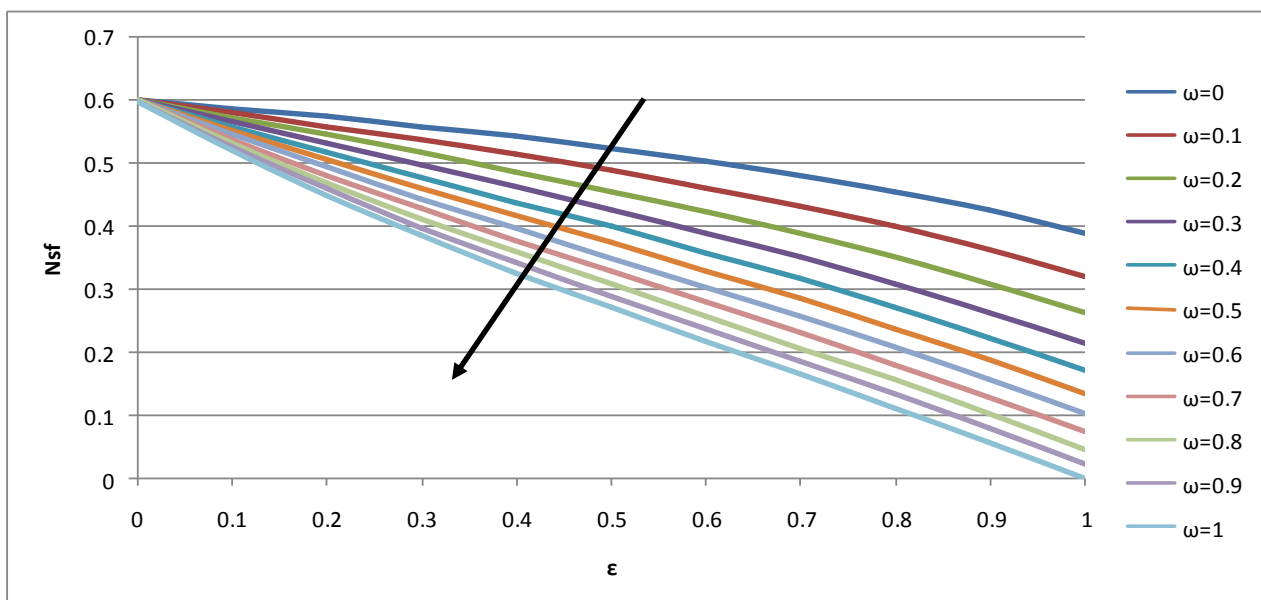
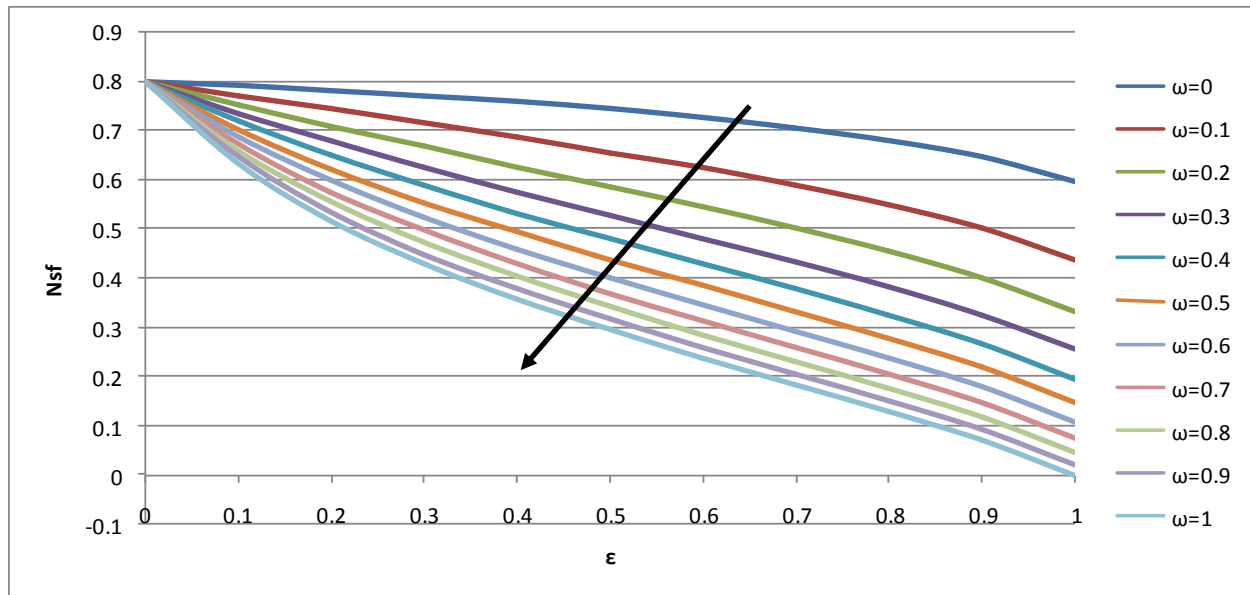


Figura 45 - Diagramma N_{sf} , ε , ω , $\chi=0,909$

Figura 46 - Diagramma Nsf , ϵ , ω , $\chi=0,60$ Figura 47 - Diagramma Nsf , ϵ , ω , $\chi=0,40$

Figura 48 - Diagramma N_{sf} , ϵ , ω , $\chi=0,20$

Dai diagrammi precedenti, emergono le seguenti conclusioni:

- N_{sf} si annulla, per qualsiasi valore di χ , solo nel caso di scambiatori bilanciati controcorrente ($\epsilon=1$ e $\omega=1$)
- Per scambiatori non bilanciati non è possibile raggiungere valori nulli di N_{sf} in quanto le differenze di temperatura non possono mai diventare infinitesime (si faccia riferimento ai diagrammi (T,A) descritti nella precedente sezione).
- N_{sf} tende a decrescere all'aumentare di χ , in quanto diminuiscono le differenze di temperatura fra fluido caldo e freddo
- A parità di efficienza, N_{sf} tende a crescere al diminuire di ω in quanto in uno scambiatore bilanciato le differenze di temperatura sono minori rispetto ai casi non bilanciati
- A parità di efficienza, N_{sf} tende a crescere al diminuire di χ in quanto aumentano le differenze di temperatura sotto le quali avviene lo scambio termico
- Non tutti i punti del diagramma sono possibili per gli scambiatori equicorrente: ad esempio, per $\omega=1$, gli scambiatori equicorrente possono avere valori di efficienza inferiori o uguali a 0,50.
- La curva a $\omega=0$, per quanto detto nelle sezioni precedenti, vale in maniera indifferente sia per gli scambiatori equicorrente che per quelli controcorrente. In tutti gli altri casi, gli scambiatori equicorrente, fissati ω e χ , avranno un valore minimo di N_{sf} maggiore rispetto al corrispondente valore di N_{sf} per gli scambiatori controcorrente. Infatti, fatta eccezione per il caso $\omega=0$, gli scambiatori equicorrente non possono mai raggiungere un valore unitario dell'efficienza.

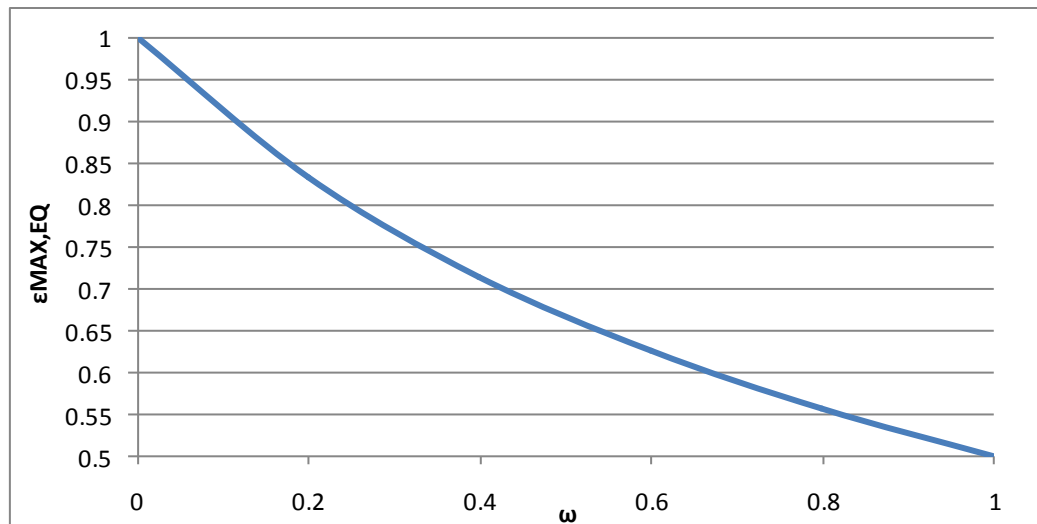


Figura 49 - Massima efficienza di uno scambiatore equicorrente

Al fine di ottenere un miglior confronto fra scambiatori equicorrente e controcorrente vengono di seguito riportati anche i diagrammi di N_{sf} in funzione di χ , ω e NTU . Dai diagrammi è ancor più evidente quanto precedentemente accennato: fissato NTU , lo scambiatore controcorrente riesce sempre a raggiungere un'efficienza maggiore rispetto all'equicorrente e quindi un minor valore di N_{sf} . Inoltre è anche ben evidente che il limite asintotico di N_{sf} (per $NTU \rightarrow \infty$) di uno scambiatore bilanciato equicorrente è ben diverso dallo zero; tale limite, invece, per uno scambiatore bilanciato controcorrente è esattamente zero.

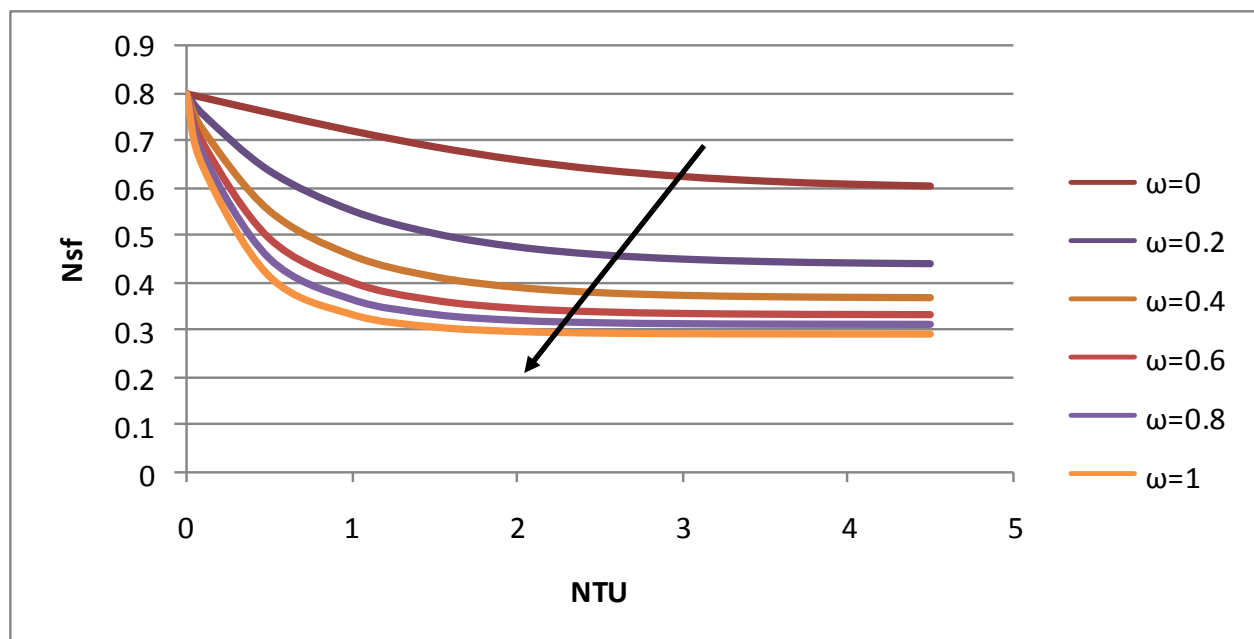
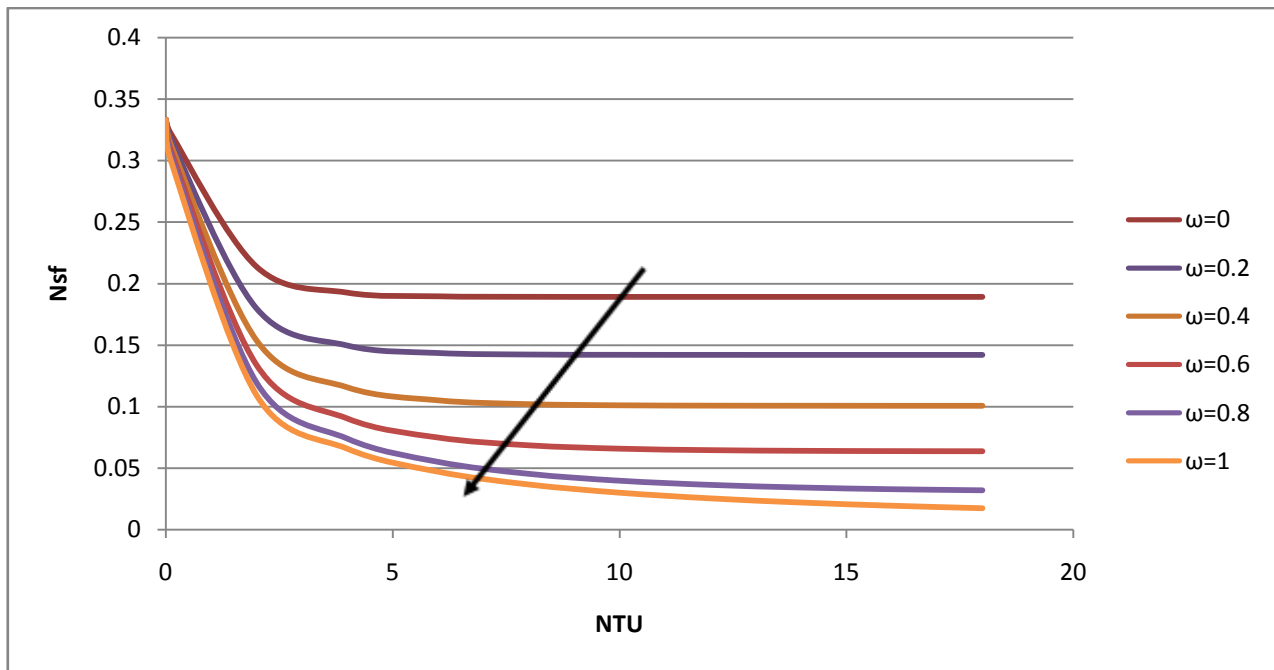
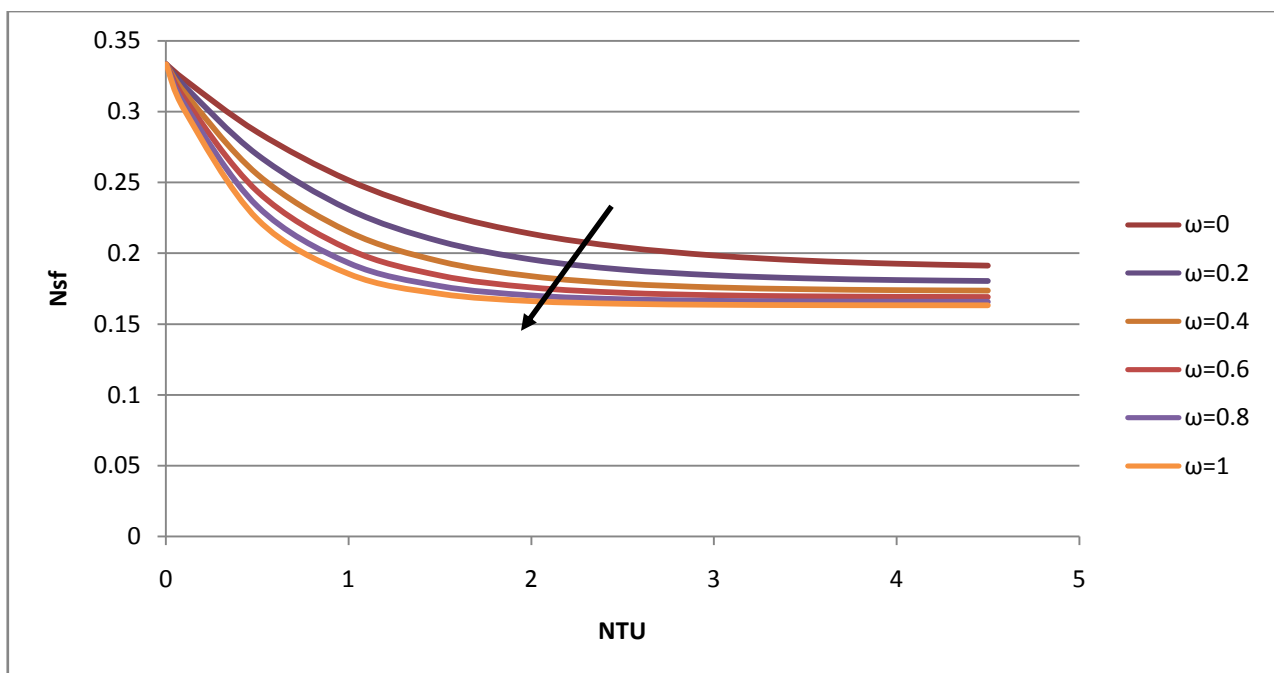
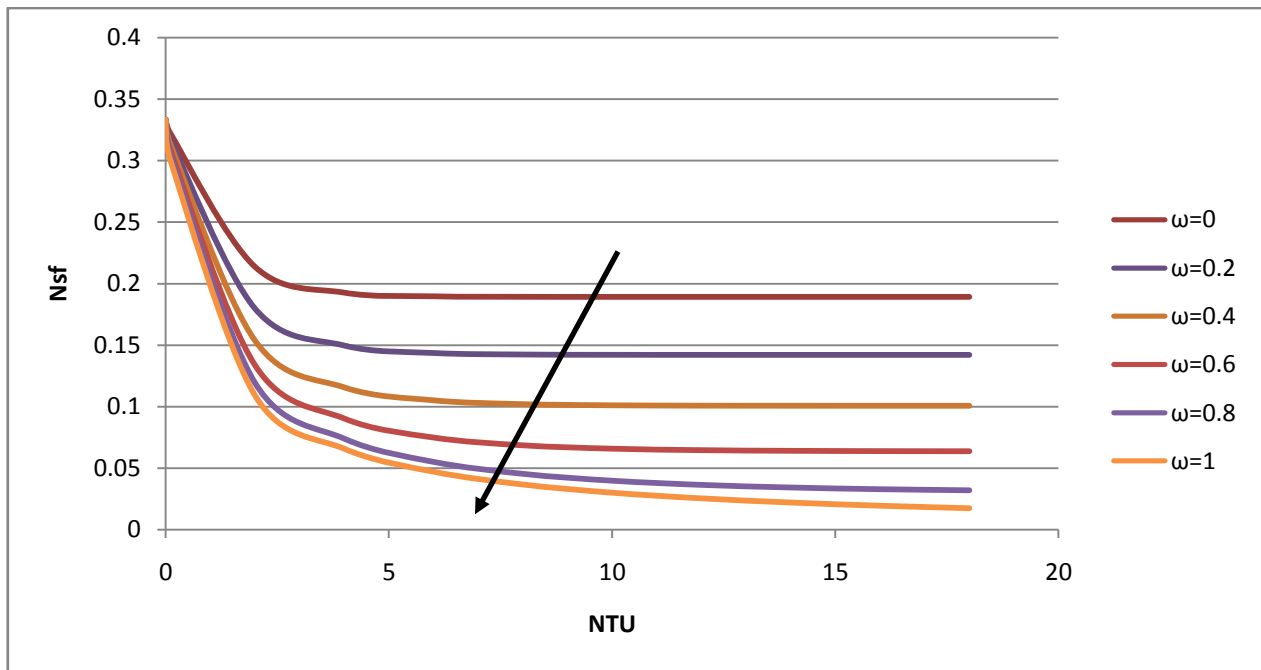


Figura 50 - Diagramma N_{sf} , ϵ , ω , $\chi=0,20$ – Scambiatore equicorrente

Figura 51- Diagramma N_{sf} , ϵ , ω , $\chi=0,20$ – Scambiatore controcorrenteFigura 52- Diagramma N_{sf} , ϵ , ω , $\chi=0,80$ – Scambiatore equicorrente

Figura 53- Diagramma N_{sf} , ϵ , ω , $\chi=0,80$ – Scambiatore controcorrente

L'analisi sulla generazione entropica degli scambiatori di calore, fin qui condotta, sembra suggerire che gli scambiatori che presentano le minori irreversibilità sono del tipo controcorrente bilanciato. In effetti, l'indicazione sulla tipologia controcorrente è quasi sempre adottata anche nella pratica, in quanto gli scambiatori controcorrente, a parità di geometria e di costo, offrono prestazioni migliori rispetto al tipo equicorrente. Tuttavia, non è sempre conveniente dal punto di vista economico utilizzare uno scambiatore bilanciato. Infatti, fissando la richiesta dell'utenza (ovvero, capacità termica oraria, temperatura di ingresso e di uscita del fluido freddo), nonché la disponibilità della fonte primaria (capacità termica oraria e temperatura di ingresso del fluido caldo), è possibile dimostrare che lo scambiatore bilanciato necessita di aree di scambio maggiori rispetto ad uno scambiatore non bilanciato. Infatti, fissare i parametri di cui sopra, equivale a fissare l'efficienza dello scambiatore. Dalla Figura 31, risulta però evidente che per $\omega=1$, si hanno i maggiori valori di NTU e quindi delle aree di scambio. Quindi la scelta di uno scambiatore bilanciato è un tipico problema di termo-economia, in quanto da un lato lo scambiatore bilanciato minimizza le irreversibilità e quindi il consumo di *fuel*, dall'altro comporta un costo di investimento maggiore rispetto alle altre tipologie. Pertanto la scelta del valore ottimale di ω va fatta ricercando quel valore che minimizza il costo totale del sistema (esercizio ed investimento).

11. Scambiatori di Calore con perdite di carico

Tutta la precedente trattazione è stata condotta nell'ipotesi di trasformazioni internamente reversibili all'interno degli scambiatori di calore, ovvero nell'ipotesi di assenza di perdite di carico e quindi di trasformazioni isobare.

Negli scambiatori reali, invece, l'attrito fluidodinamico e fra fluido e parete dello scambiatore può risultare non trascurabile, comportando notevoli irreversibilità all'interno dello scambiatore. Tali irreversibilità, ovviamente determinano una caduta di pressione del fluido sia al lato caldo che a quello freddo.

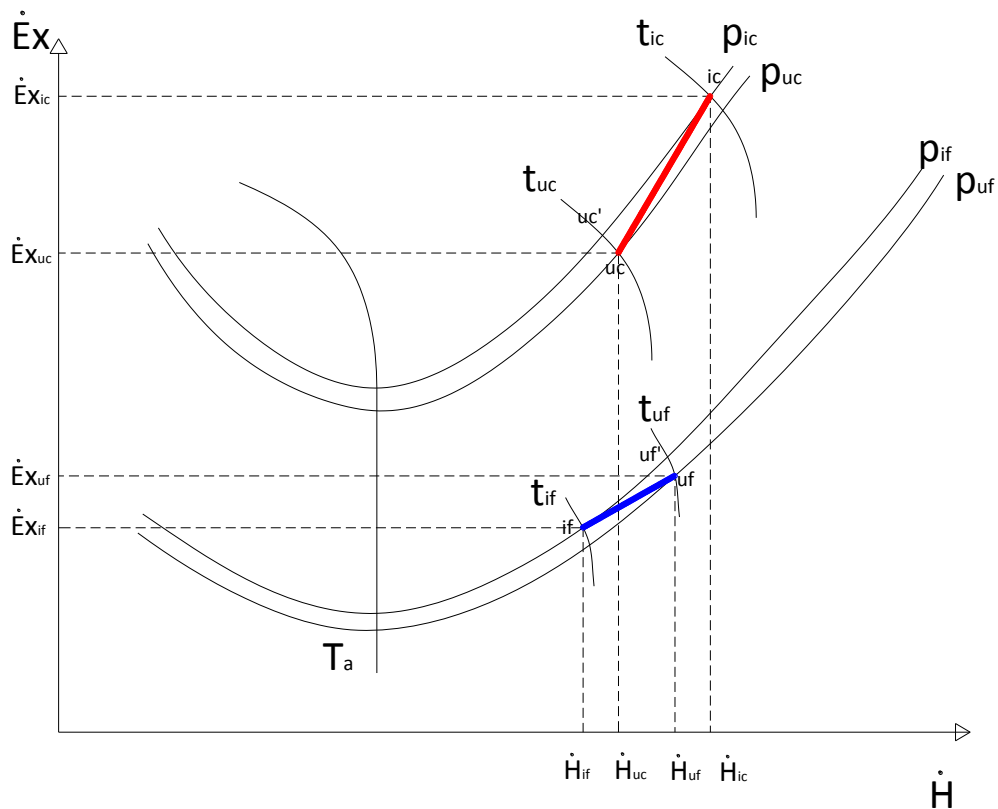
È anche ovvio che le trasformazioni reali non sono a rigore rappresentabili sui piani termodinamici in quanto non quasi statiche e quindi non costituite da punti di equilibrio termodinamico. Pertanto, in tutti i diagrammi seguenti le curve delle trasformazioni saranno rappresentate che linee tratteggiate.

La rappresentazione delle irreversibilità degli scambiatori reali risulta molto agevole su un piano termodinamico che abbia in ascissa l'entalpia oraria ed in ordinata l'exergia oraria. Infatti le differenze di entalpie orarie del fluido caldo (o del fluido freddo) rappresentano proprio la potenza termica scambiata; il bilancio di exergie orarie consente di visualizzare rapidamente l'exergia distrutta; l'utilizzo di grandezze orarie consente di utilizzare lo stesso piano termodinamico per due sostanze diverse. Ovviamente, la forma di tale diagramma sarà la medesima del diagramma (ex, h).

Nel diagramma seguente si riportano le trasformazioni del fluido caldo e del fluido freddo, in cui si siano riscontrate per entrambi i fluidi irreversibilità di tipo interno (quindi perdite di carico, ovvero cadute di pressione). Per semplicità si è supposto che tutte le trasformazioni siano a temperatura maggiore della temperatura ambiente. È evidente che i punti di uscita del fluido caldo e del fluido freddo si trovino ad una pressione inferiore rispetto al corrispondente valore di pressione in ingresso, a causa delle perdite di carico generate dalle irreversibilità esterne. È anche possibile individuare due ulteriori punti:

- uc' , caratterizzato dalla temperatura di uscita del fluido caldo ma avente pressione pari alla pressione di ingresso del fluido caldo;
- uf' , caratterizzato dalla temperatura di uscita del fluido freddo ma avente pressione pari alla pressione di ingresso del fluido freddo.

Tali punti rappresentano i punti di uscita dei fluidi caldo e freddo nelle corrispondenti trasformazioni internamente reversibili (scambiatori reali).

Figura 54 - Diagramma exergia oraria, entalpia oraria, scambiatori reali, $T > T_a$

Dall'equazione del bilancio di energia è anche possibile scrivere.

$$\dot{E}x_d = \dot{E}x_{ic} - \dot{E}x_{uc'} + \dot{E}x_{uc'} - \dot{E}x_{uc} + \dot{E}x_{if} - \dot{E}x_{uf'} + \dot{E}x_{uf'} - \dot{E}x_{uf} \quad (1.143)$$

Ovvero, raggruppando:

$$\dot{E}x_d = \left[(\dot{E}x_{ic} - \dot{E}x_{uc'}) + (\dot{E}x_{if} - \dot{E}x_{uf'}) \right] + \left[(\dot{E}x_{uc'} - \dot{E}x_{uc}) + (\dot{E}x_{uf'} - \dot{E}x_{uf}) \right] = \dot{E}x_d^{\Delta T} + \dot{E}x_d^{\Delta p} \quad (1.144)$$

Dove il termine corrispondente alla prima parentesi quadra rappresenta la variazione di exergia dovuta a scambi termici (irreversibilità esterne); la seconda parentesi quadra rappresenta, invece, la variazione di exergia dovuta alle perdite di carico (irreversibilità interne).

Tutto ciò è vero solo in prima approssimazione in quanto gli effetti di scambio termico e di perdita di carico non sono sempre separabili in quanto l'uno influenza l'altro e viceversa e non è possibile applicare una banale sovrapposizione degli effetti. In alcuni casi semplici, come quello di gas ideale o liquido incompressibile, le equazioni di stato sono tali che risulta sempre possibile separare in maniera netta i due effetti. Ciò è dovuto al fatto che per tali sostanze l'entalpia risulta essere funzione della sola temperatura e l'entropia è strutturata in maniera tale da poter separare i termini relativi alla variazione di temperatura e quelli relativi alle variazioni di pressione.

12. Rendimenti exergetici

L'obiettivo di uno scambiatore di calore è quello di trasferire energia termica da un fluido a temperatura maggiore ad un altro fluido a temperatura minore. Dal punto di vista exergetico è possibile però individuare due diversi obiettivi:

- A. Riscaldare il fluido freddo
- B. Raffreddare il fluido caldo

Pertanto, è necessario definire in maniera appropriata il rendimento exergetico di uno scambiatore di calore per ciascuno dei due casi sopra riportati. Facendo riferimento al caso A, ricordando che il rendimento exergetico è definito come il rapporto fra il prodotto (P, exergia desiderata) ed il Fuel (F, Exergia spesa), il rendimento exergetico può essere scritto come:

$$\eta_{ex} = \frac{\dot{E}x_{uf} - \dot{E}x_{if}}{\dot{E}x_{ic} - \dot{E}x_{uc}} \quad (1.145)$$

Nell'ipotesi di trasformazioni internamente reversibili ($p=cost$), sfruttando la definizione di exergia e la seconda equazioni di Gibbs, si ha:

$$\eta_{ex} = \frac{1 - \frac{T_a}{T_f}}{1 - \frac{T_a}{T_c}} \quad (1.146)$$

Ovviamente, se l'obiettivo è quello di riscaldare un fluido freddo si utilizzerà necessariamente un fluido caldo avente una temperatura media superiore a quella ambiente in quanto, in caso contrario, si sarebbe potuto riscaldare il fluido freddo utilizzando l'ambiente senza degradare l'exergia del fluido caldo.

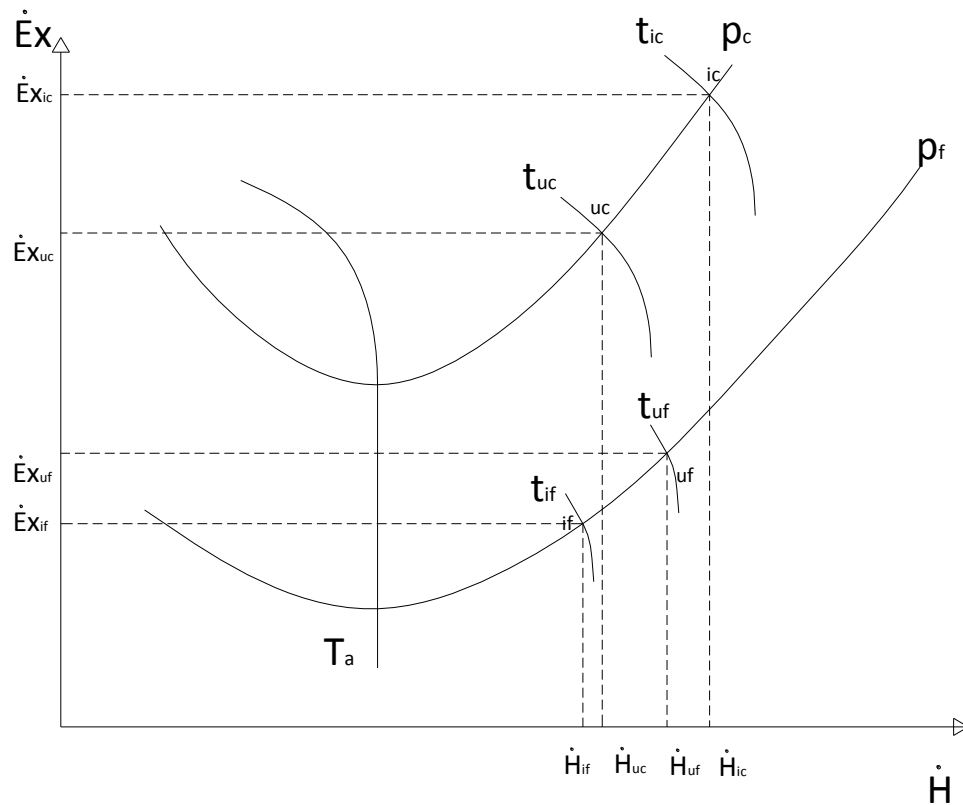


Figura 55 - rendimento exergetico, caso A

Evidentemente, il rendimento exergetico ha significato solo quando la temperatura media del fluido freddo risulta maggior della temperatura ambiente. In caso contrario, infatti, lo scambiatore di calore diventa un componente puramente dissipativo in quanto spreca l'exergia del fluido caldo per realizzare il riscaldamento del fluido freddo che invece si sarebbe potuto comunque realizzare senza spesa exergetica, utilizzando l'ambiente.

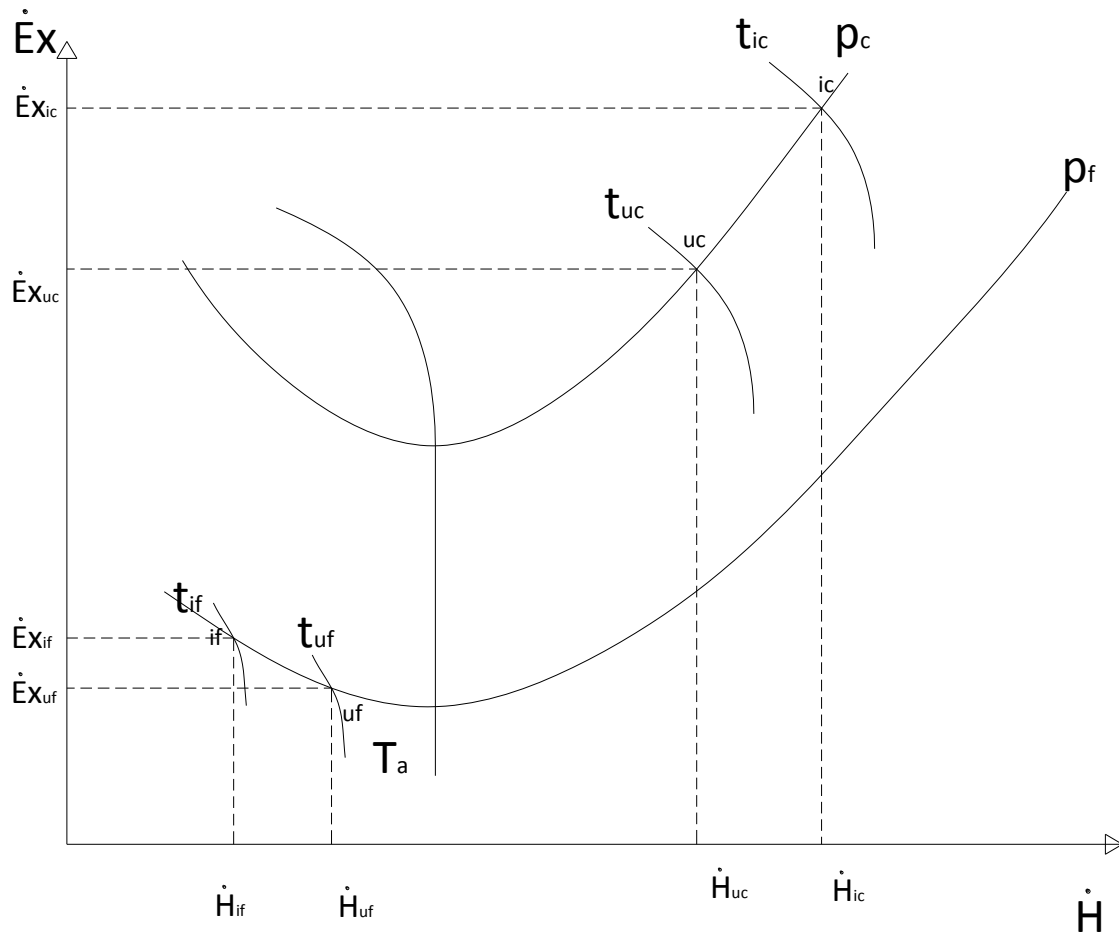


Figura 56- Rendimenti exergetici, caso A

Analogamente, nel caso B, il rendimento exergetico può essere definito come:

$$\eta_{ex} = \frac{\dot{Ex}_{uc} - \dot{Ex}_{ic}}{\dot{Ex}_{if} - \dot{Ex}_{uf}} \quad (1.147)$$

Da cui:

$$\eta_{ex} = \frac{\frac{T_a}{T_c} - 1}{\frac{T_a}{T_f} - 1} \quad (1.148)$$

Ripetendo lo stesso ragionamento fatto in precedenza, in questo caso risulta sempre che la temperatura media del fluido freddo risulta minore della temperatura ambiente. Anche in questo caso, il rendimento exergetico cadrà in contraddizione quando la temperatura media del fluido caldo risulterà maggiore di quella ambiente: in questo caso, infatti è possibile raffreddarlo senza degradare l'exergia del fluido freddo, utilizzando come sorgente l'ambiente.

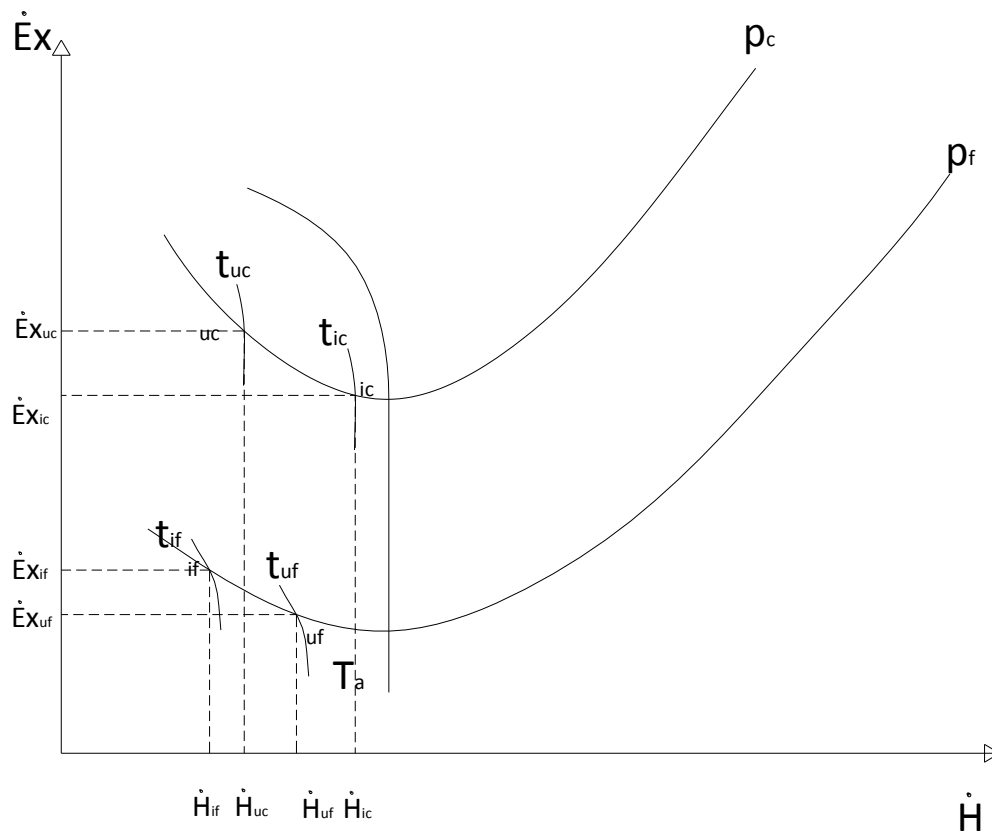


Figura 57 - Rendimenti exergetici, caso B

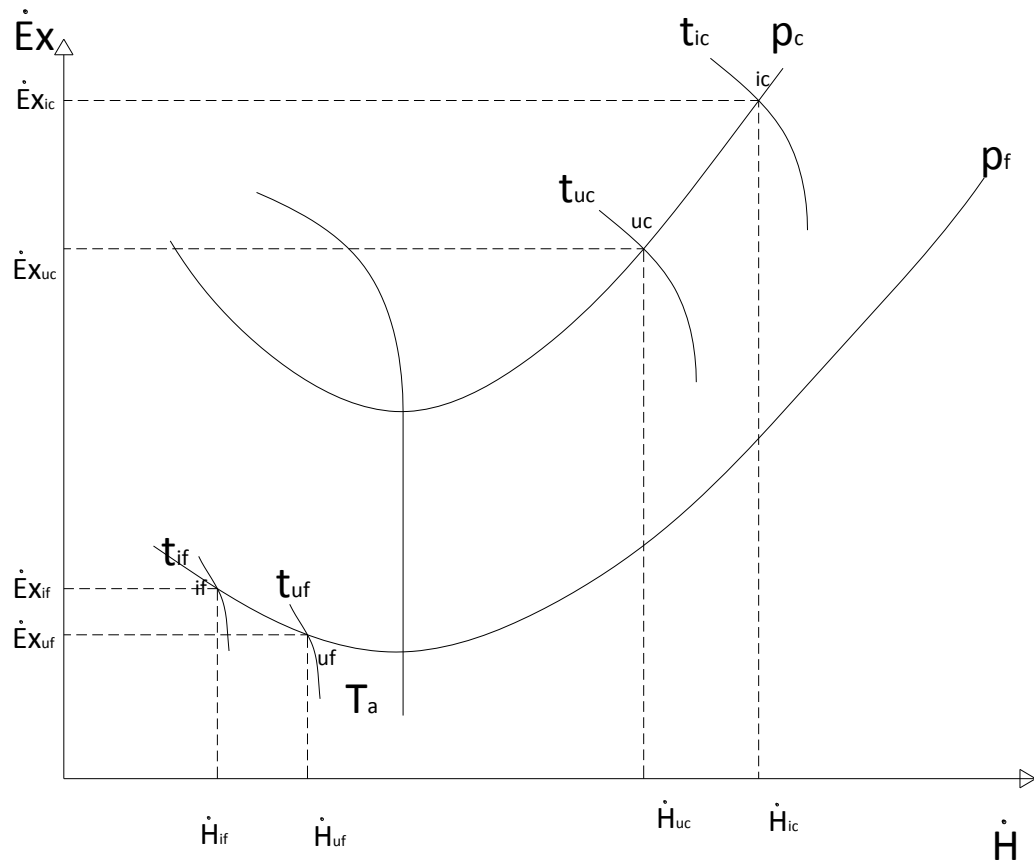


Figura 58- Rendimenti exergetici, caso B

Infine, il rendimento exergetico può risultare negativo (e quindi perdere di significato) anche nel caso in cui uno dei due fluidi abbia una notevole perdita di carico, così come evidente dal diagramma seguente.

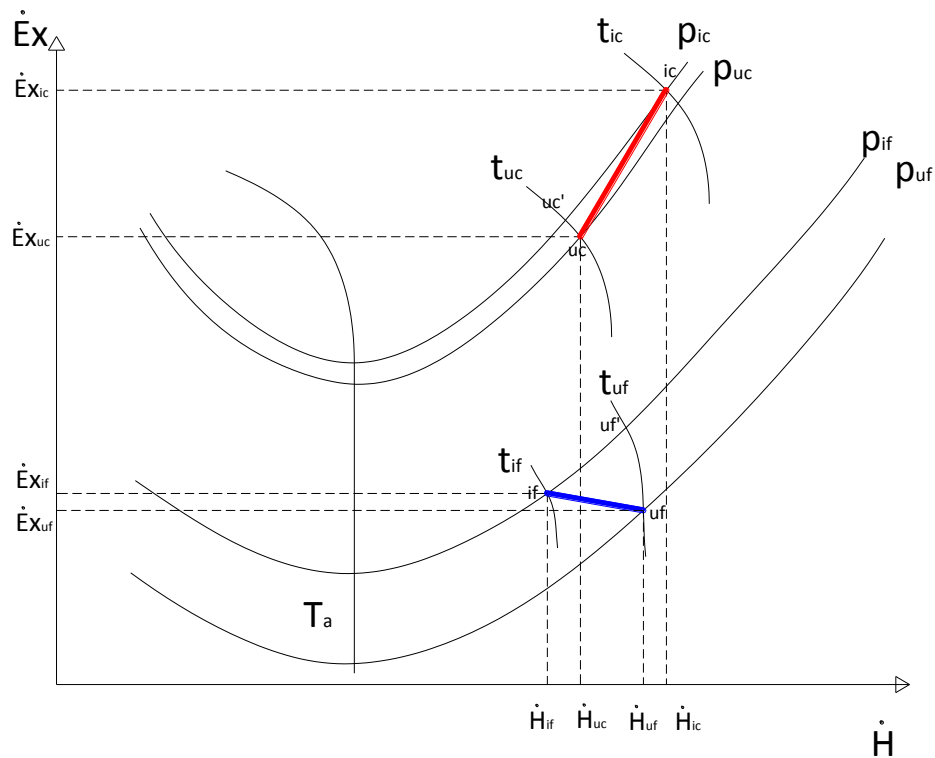


Figura 59 - rendimento exergetico caso A scambiatore reale

In questo caso, l'effetto desiderato (in termini di aumento di temperatura del fluido freddo) viene bilanciato in negativo dalla sua caduta di pressione, determinando nel complesso una variazione negativa dell'exergia del fluido freddo. In questi casi si è soliti ridefinire il rendimento exergetico, utilizzando la seguente formulazione, che isola l'effetto utile dagli effetti passivi presenti all'interno dello scambiatore :

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta \dot{E}x_f^{\Delta t}}{\Delta \dot{E}x_c^{\Delta t} + \Delta \dot{E}x_c^{\Delta p} + \Delta \dot{E}x_f^{\Delta p}} \quad (1.149)$$

13. Bibliografia

- [1] S.Kakac, H. Liu, Heat Exchangers, Selection, Rating and Thermal Design
- [2] J.E. Hesselgraveaves, Compact Heat Exchangers, Selection, Design and Operation
- [3] W.M.Kays, A.L. London, Compact Heat Exchangers
- [4] R. Mastrullo, P. Mazzei, V.Naso, R.Vanoli, Fondamenti di trasmissione del Calore
- [5] T.J. Kotas, Exergy method of thermal and chemical plant analysis
- [6] A.Bejan, Entropy Generation Minimization