

CAPITOLO VIII

CENNI SULLA TEORIA BIDIMENSIONALE DELLE TURBOMACCHINE

VIII,1 - Nei paragrafi VII,2 e VII,3 si sono discussi i concetti, le ipotesi su cui si basa la teoria elementare, unidimensionale delle turbomacchine e si sono fatte rilevare le incongruenze ad essa inerenti. In particolare, si è fatto rilevare - con l'esempio vistoso delle giranti radiali - come debba necessariamente discostarsi dalla realtà l'ipotesi della perfetta congruenza di tutti i filetti fluidi con l'asse del condotto. Oltre ai motivi allora esposti, d'altronde, basterebbe pensare che lo spessore delle palette non è (e non potrebbe essere) infinitesimo e che pertanto la loro presenza non può non alterare la distribuzione locale delle velocità.

Tutto ciò vale, ovviamente, anche per le importantissime turbomacchine assiali, a cui si è accennato nel sottoparagrafo "g" del § VII,3 ed alle quali in modo specifico ci riferiamo in questo ultimo capitolo della Parte 1^a.

Per tali macchine assiali (e specialmente per alcuni tipi ed applicazioni - pompe e turbine idrauliche, compressori, turbine a gas - in cui la distanza fra pala e pala comincia a non essere più tanto piccola e la forma della sezione delle palette sempre più si avvicina a quella di un'ala di aereo) si è rilevata particolarmente fruttuosa una interpretazione *bidimensionale* del problema fluidodinamico, ben diversa quindi da quella elementare esposta nelle pagine precedenti. Questa interpreta-

zione - a parte le notevoli conseguenze che ne scaturiscono dal punto di vista progettistico - ha un interesse concettuale generale per la comprensione del funzionamento di tutte le turbomacchine ed e' quindi molto utile, ed anzi indispensabile, farne una esposizione, sia pure sommaria.

La concezione bidimensionale del flusso, applicata ad una macchina assiale, presuppone l'ammissione che i filetti fluidi, nell'attraversare le successive file di palette, giacciono su superfici cilindriche coassiali (paragrafo VII,3-g). ipotesi che pur senza rispondere esattamente alla realta' delle cose(*) puo' essere accettata con sufficiente approssimazione, specie se si lavora in condizioni prossime a quelle di massimo rendimento in terno.

La teoria bidimensionale (o "dell'ala portante") applicata alle turbomacchine non concepisce piu' un elemento di esse come un insieme di condotti in parallelo (formati da palette adiacenti), ma parte dal concetto di considerare ogni fila di palette come una "schiera" (o "griglia")(**) di alette affiancate investita da una corrente fluida. Questo capovolgimento del modo di vedere le cose ha conseguenze molto piu' profonde di quanto non si possa pensare a prima vista.

A parte il fatto di avere una schiera, invece di un'ala isolata (il che ha grandissima importanza, anche concettuale, come vedremo) risulta intuitivo che, con questa diversa visione del problema, per lo studio del comportamento fluodinamico di una macchina, si debba partire da concetti e cognizioni che erano un tempo esclusivi dell'aeronautica e, in particolare, partire da quelle teorie e cognizioni di base riguardanti l'ala portante di un aereo. Discende da cio', che - prima di entrare nel me-

(*) come si vedra' nel corso di Complementi di Macchine, quando si parlera' dei fenomeni e delle teorie tridimensionali.

(**) in inglese "cascade"; in tedesco "Gitter", "Schaufelgitter", in francese "grille".

rito degli aspetti strettamente "macchinistici" - per la esposizione dell'argomento si debba accennare, sia pure molto sommaria-
riamente e succintamente, alla nomenclatura e ad alcune cogni-
zioni riguardanti le ali ed il loro comportamento nel moto rela-
tivo fra esse ed un mezzo fluido indefinito in cui siano immer-
se.

VIII.2 - Per quanto riguarda la semplice nomenclatura - ab-
bastanza nota, del resto, anche a chi non ha una specifica cul-
tura aeronautica - ci riferiamo alla fig.VIII,1 a) e b) che rap-
presenta la vista assonometrica di un'ala e una sua sezione ret-
ta (*profilo alare*). In esse:

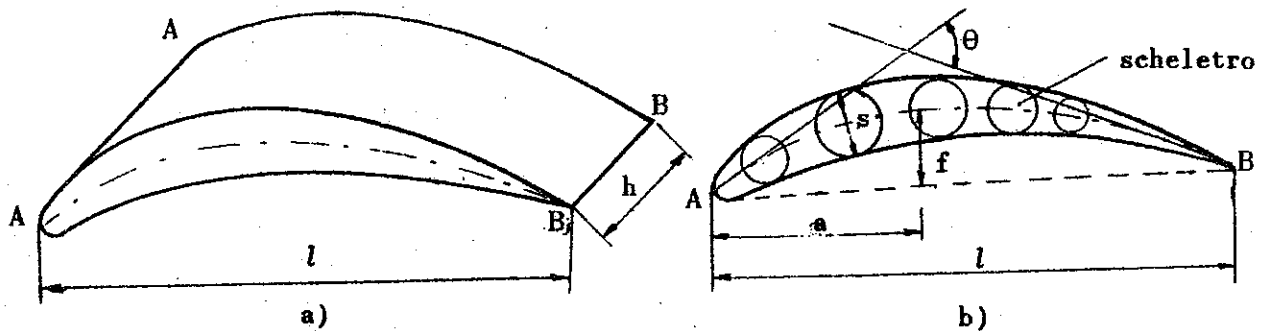


fig.VIII,1

l e' la "corda" del profilo

h l'apertura alare; $\lambda = \frac{h}{l}$ e' l'allungamento

A e' il bordo di attacco o di ingresso

B il bordo di fuga o di uscita

la curva AB e' lo "scheletro" o "linea dei centri" del profi-
lo, a e' la distanza dal bordo di attacco della freccia massima
 f , θ l'angolo di curvatura o deviazione angolare geometrica, s
lo spessore massimo del profilo (*).

(*) Per alcuni tipi di profili sono adottate delle sigle distintive. Ben no-
te ad esempio, le varie sigle (a 4,5 o 6 cifre) dei profili e delle

Inoltre, quando (come avviene nel caso delle turbomacchine) il profilo non e' isolato, ma fa parte di una schiera ottenuta dalla sezione cilindrica di una turbomacchina assiale (figura VIII,2):

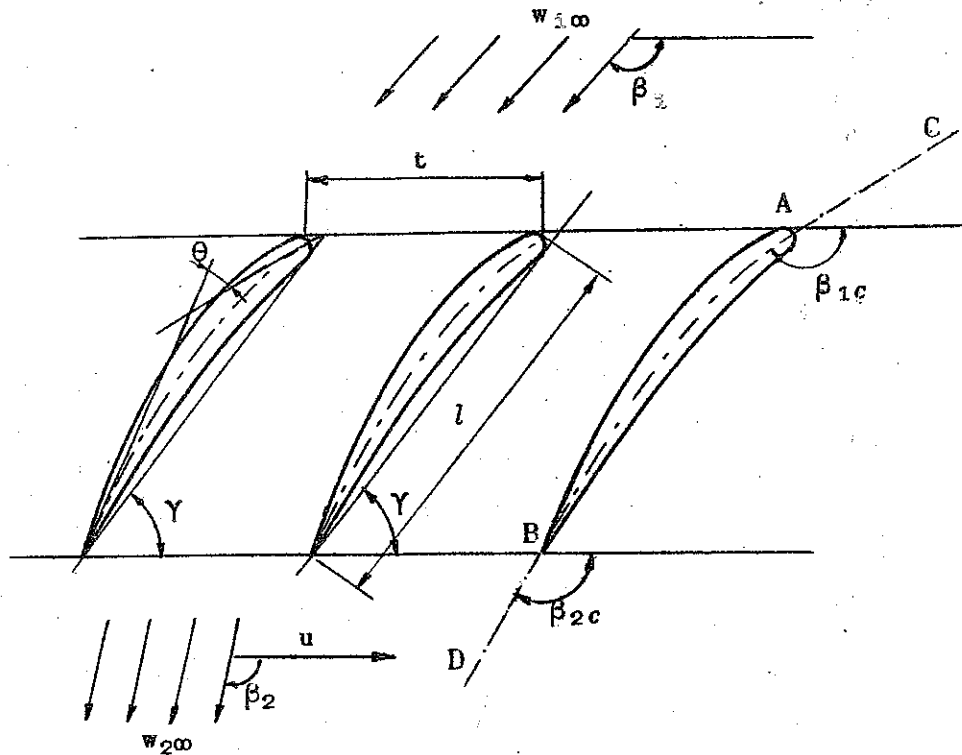


fig. VIII,2

$t = \frac{\pi D}{z}$ e' il passo della griglia

$\frac{l}{t}$ e' il "ricoprimento" o "solidita'" della schiera

γ e' l'angolo di calettamento del profilo nella griglia;

se AC e BD sono le direzioni delle tangenti in A e B allo scheletro del profilo;

β_{1c} e' l'angolo di ingresso costruttivo (della paletta)

β_{2c} e' l'angolo di uscita costruttivo (della paletta)

schiere del N.A.C.A. (National Advisory Committee for Aeronautics) americano. Così: "NACA- 65(18)10", ad es., in cui il "65" e' il numero di stintivo delle serie di schiere, costituite da un certo profilo "base", del quale sono tabellati tutti i dati dimensionali (in percento della corda) necessari per disegnarlo. Le altre cifre precisano altre caratteristiche salienti del particolare profilo.

$\theta = \beta_{2c} - \beta_{1c}$ e' la deviazione geometrica sopra definita.

Questa nomenclatura sara' usata in quanto stiamo per esporre.

VIII.3 - Consideriamo ora una corrente fluida - supposta estesa infinitamente in tutte le direzioni - costituita da filetti rettilinei, paralleli (quando non disturbati) aventi velocita' uniforme w_{∞} (*). Supponiamo poi immerso in tale corrente - con asse perpendicolare alla direzione dei filetti fluidi indisturbati - un solido prismatico anche esso di lunghezza infinita (**). In queste condizioni il fenomeno si puo' considerare come *bidimensionale* e si puo' studiare quindi il moto in un piano normale all'asse del prisma. I filetti che investono il solido si apriranno per contornarlo (formando eventualmente dei vortici immediatamente a valle) e si richiederanno dopo di esso.

Come e' intuitivo e ben noto, cioe', il campo delle velocita' risulta alterato nell'intorno del "profilo" - sezione retta del solido - e la perturbazione sara' man mano minore a distanza crescente dal prisma. Solo a distanza (teoricamente) infinita la velocita' relativa al solido (supposto fisso) raggiungera' asintoticamente il valore di quella iniziale, indisturbata; questa e' indicata di solito con w_{∞} , proprio per ricordare che e' misurata ad una distanza tanto grande da poter ignorare la alterazione prodotta localmente dalla presenza dell'ostacolo.

(*) In quanto segue - e salvo precisazione contraria - considereremo il fluido come incompressibile *anche* se si tratta di un aeriforme e cio' nell'ipotesi che la velocita' sia in ogni punto molto inferiore a quella del suono (ad esempio $M_a < 0,30 \div 0,35$) e che quindi siano piccoli e trascurabili (almeno in prima approssimazione) gli errori che si commettono non tenendo conto della comprimibilita'.

(**) Qui e in tutto quanto segue supporremo la superficie del prisma (o ala, o paletta di turbomacchina) levigata e liscia nei limiti che la pratica tecnica permette. La scabrosita' superficiale influenza infatti le caratteristiche fluodinamiche di un profilo.

Se il prisma ha una sezione (profilo) dissimetrica (fig.VIII, 3-a) e/o dissimmetricamente disposta (fig.VIII,3-b) rispetto al

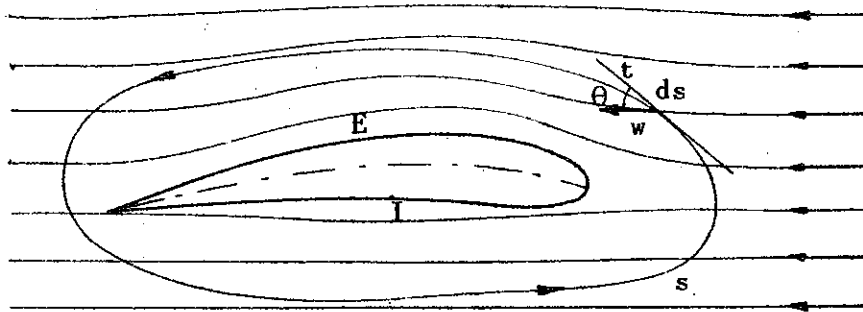


fig.VIII,3-a

la direzione dei filetti della corrente indisturbata, le traiettorie seguite dalle particelle di fluido e la distribuzione delle velocita' nei pressi delle due facce (ventre o intradosso I, dorso o estradosso E) sono diverse. E la distribuzione delle ve

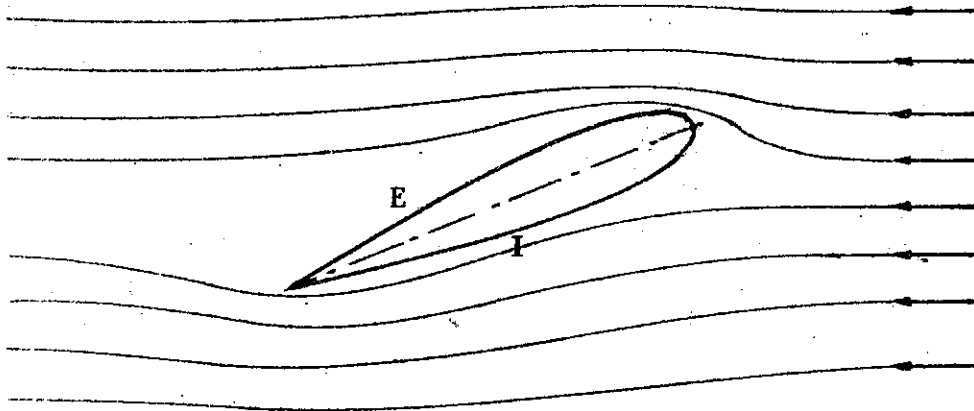


fig.VIII,3-b

locita' e' quella che, con un ipotetico fluido perfetto non viscoso, si avrebbe se ad un semplice moto uniforme traslatorio(*)

(*) moto traslatorio irrotazionale (fig.VIII,4) le cui linee di flusso con-

(del fluido rispetto al profilo e, nelle figg. VIII, 3, da destra verso sinistra), si supponesse sovrapposta una *corrente circolatoria*^(*) (in senso antiorario nelle figg. VIII, 3). Questa sovrapposizione di moti (corrente "*traslocircolatoria*") fa sì che, per la concordanza del senso del moto, la velocità cresce sul dorso E del profilo (ove la pressione, quindi, diminuisce) e per la discordanza - diminuisce sul ventre I (con corrispondente aumento della pressione) - la fig. VIII, 5 dà un'idea dell'andamento qualitativo delle sovrappressioni e depressioni (rispetto alla pressione p esistente nelle zone indisturbate del fluido) agenti sul contorno del solido.

La risultante F di queste pressioni agenti su una lunghezza h unitaria del prisma si immagina in genere - ed opportunamente - scomposta in una forza \wp (*portanza*) normale alla direzione w_∞ ed una R (*resistenza*) che ha la direzione di w_∞ .

tornerebbero il solido, dando luogo ad una risultante nulla di tutte le azioni fluidodinamiche sul solido stesso, se - come detto - il fluido fosse perfetto e non esistesse altro moto ("*paradosso di d'Alembert*").

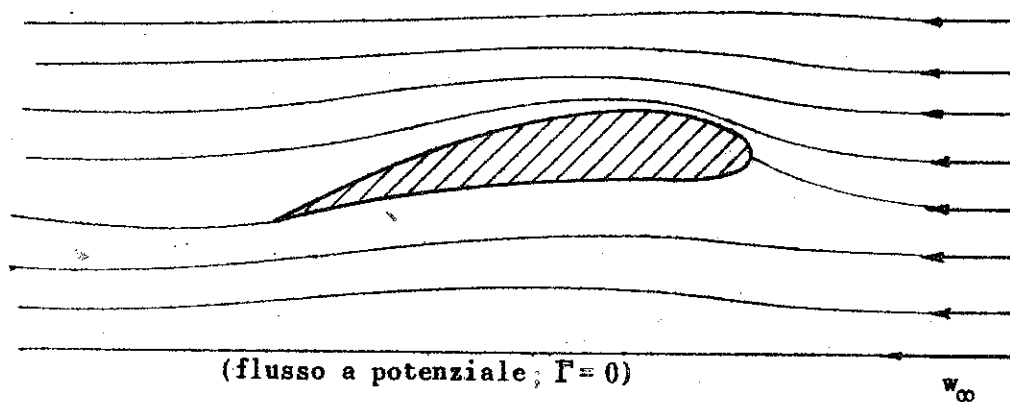


fig. VIII, 4

(*) corrente circolatoria che non nascerebbe però spontaneamente, se - come supposto - il fluido fosse perfetto; in tal caso occorrerebbe pertanto supporre dovuta a causa esterna la esistenza del vortice: questo nasce invece spontaneamente - per effetto della viscosità e del moto traslatorio - se il fluido è reale.

Diciamo subito che, se il fluido fosse davvero perfetto, la resistenza R sarebbe nulla e la F coinciderebbe quindi con la portanza \mathcal{L} . Con fluido reale, invece, la R e' sempre diversa

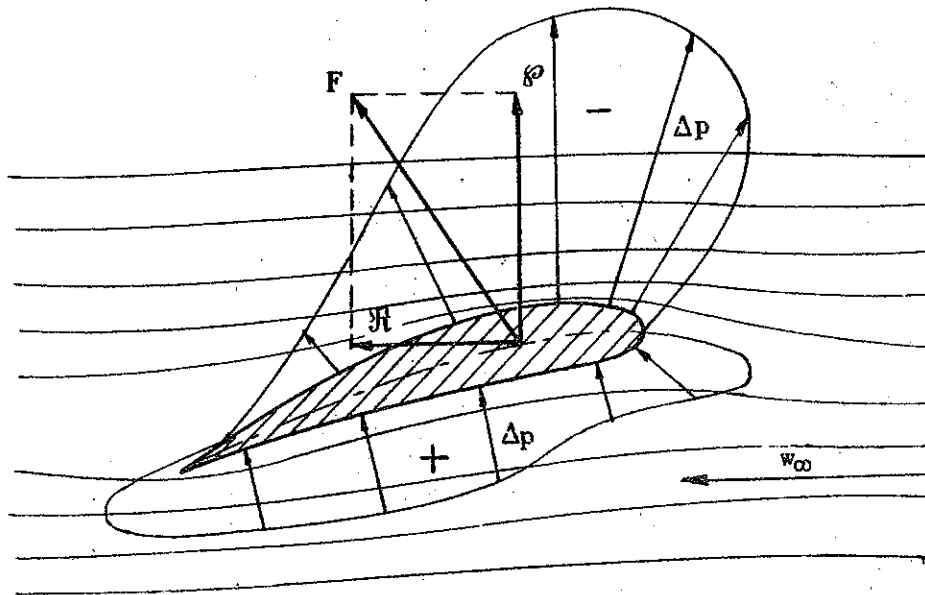


fig.VIII, 5

da zero e lo e' quindi anche nel caso che (come puo' avvenire) la portanza sia nulla. Malgrado cio', poiche' la viscosita' - pur avendo un effetto diretto decisivo (vedi nota^(*) a p.203) interviene in modo apprezzabile solo nello strato limite, nei pressi cioe' della superficie del solido, e nei vortici che - come vedremo - si formano in limitate zone, nello studio di problemi di aerodinamica risulta spesso di notevole ausilio la supposizione di aver da fare con fluido perfetto, salvo ad integrare i risultati teorici cosi' ottenuti con le considerazioni pratiche che la realta' dei fenomeni esige.

Cosi', tornando all'ipotesi di fluido perfetto (e quindi $R = 0$, $F \equiv \mathcal{L}$) si dimostra (teorema di Kutta-Joukowski) che la portanza puo' essere espressa con la semplice formula:

$$\mathcal{L} = \rho w_\infty \Gamma$$

(VIII,1)

dove ρ e' la densita' del fluido (supposta costante), w_∞ e' la

velocita' all'infinito della corrente traslatoria (rispetto al profilo), Γ e', infine, la "circolazione" o "circuitazione" calcolata lungo una qualsiasi linea chiusa (*) che racchiuda (fig. VIII,6) il profilo e cioe', come e' noto:

$$\Gamma = \oint w \cos \theta ds \quad (\text{VIII,2})$$

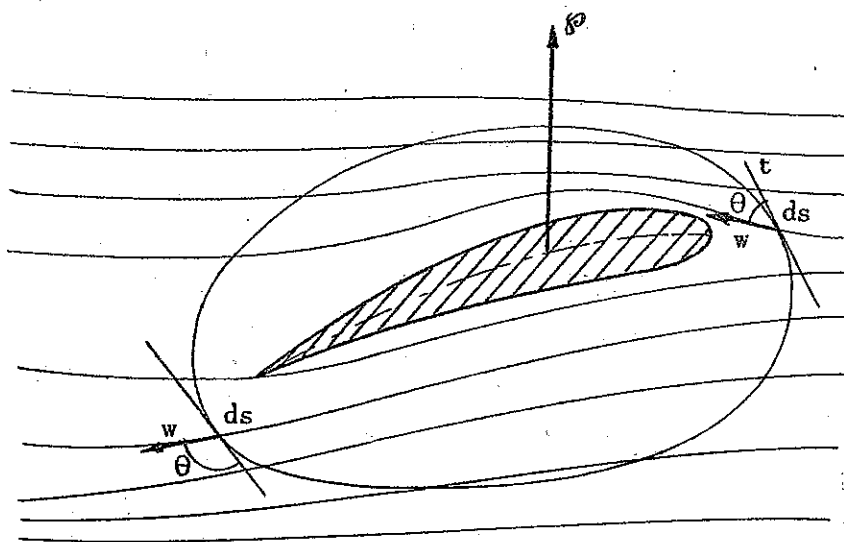


fig. VIII,6

in cui θ (vedere fig.6) e' l'angolo formato dal vettore della velocita' locale \bar{w} con la tangente t all'elemento generico ds della linea chiusa.

(*) Non e' inutile sottolineare ancora una volta che, dovendo contenere nei suoi logici limiti il gia' vasto corso di Macchine, non e' assolutamente possibile entrare nei particolari ed esporre col dovuto rigore e con ampiezza concetti fondamentali di aerodinamica, che da soli occupano un altro intero corso: possiamo solo dare (o ricordare) qui qualche idea base indispensabile per far comprendere i concetti su cui si appoggiano le teorie bidimensionali delle turbomacchine anche a chi non seguira' un corso di fluidodinamica. Vogliamo tuttavia precisare che la linea chiusa puo' essere "qualsiasi" (e l'integrale dare uguali valori di Γ) soltanto se il campo delle velocita' interessato ammette una *funzione potenziale delle velocita'*: e questo e' proprio il caso che qui supponiamo di realizzare.

La (VIII,1) sintetizza il famoso teorema (o legge) di Kutta Joukowski^(*) che puo' essere cosi' enunciato: "quando un fluido perfetto investe con flusso traslo-circolatorio un solido cilindrico di lunghezza indefinita, la risultante di tutte le azioni fluidodinamiche su una lunghezza unitaria dell'ostacolo si riduce ad una forza (portanza) di grandezza pari al prodotto $|\rho w_\infty \Gamma|$. La direzione ed il senso di tale risultante si ottengono supponendo di ruotare di $\pi/2$ il vettore w_∞ in senso contrario a quello della circolazione Γ ".

La (VIII,1) dice dunque che la intensita della "forza di sustentazione" (normale a w_∞), oltre che dalla densita' del fluido dipende dalla w_∞ e dalla intensita' della circuitazione. Il valore di Γ , d'altra parte, e' ovviamente legato (nel caso reale) sia al valore di w_∞ , sia alla forma del profilo, sia alla posizione di questo rispetto alla direzione di w_∞ . E' evidente infatti, ad esempio, che se il profilo fosse simmetrico ed il suo asse di simmetria fosse nella direzione di w_∞ , la circolazione sarebbe nulla e di conseguenza pari a zero la portanza^(**). Ma, a parte questo caso par

(*) Il tedesco Kutta ed il russo Joukowski lo enunciarono quasi contemporaneamente.

(**) Potendosi infatti scegliere a piacere la linea chiusa lungo la quale

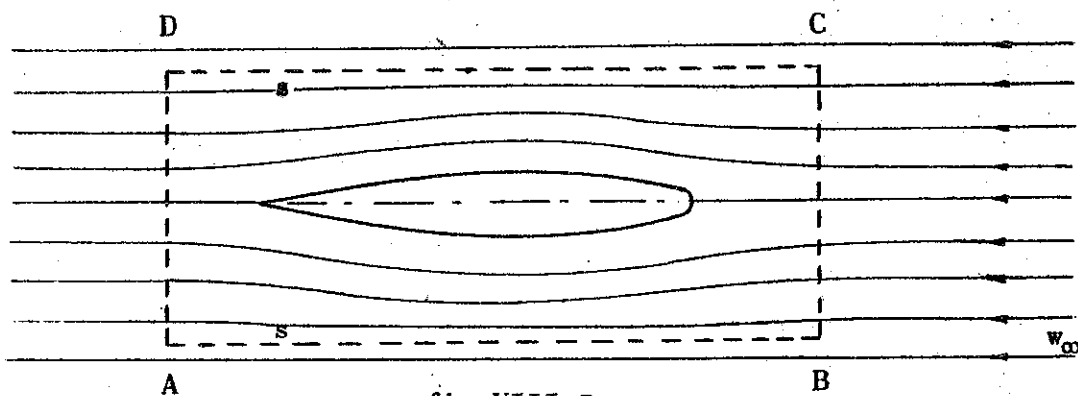


fig. VIII, 7

calcolare l'integrale di $(w \cos \theta ds)$ e scegliendo il rettangolo ABCD (fig. VIII, 7), e' chiaro come tale integrale, in caso di totale simme-

ticolare, da quanto esposto e' chiaro che con un dato mezzo fluido, uno stesso valore della portanza e cioe' uno stesso valore del prodotto " $w_{\infty}\Gamma$ " puo' essere ottenuto in infiniti modi, cosi' come, se e' fissato anche w_{∞} , lo stesso valore di Γ puo' aversi con profili diversi orientati opportunamente rispetto alla direzione di w_{∞} . Naturalmente, pur ottenendo una uguale forza utile di sostentamento, cio' non significa affatto che le diverse soluzioni siano fra loro equivalenti sotto altri punti di vista.

Le dimensioni della circolazione sono quelle di una velocita' per una lunghezza ($\frac{m}{s} m$) e, di conseguenza, se ρ e' espresso in kg/m^3 e w_{∞} in m/s la portanza \wp per 1 m di "apertura alare" h risulta espressa in $kg \frac{1}{s^2} m/m = N/m$ (newton per metro).

VIII, 4 - Ma, come gia' nel paragrafo precedente si e' accennato, in generale - con fluido reale - la risultante F di tutte le azioni del fluido sull'ostacolo, oltre ad una portanza \wp (normale a w_{∞}) ha una componente R (resistenza) non nulla che ha la direzione ed il senso di w_{∞} .

Partendo da concetti schiettamente pratici ed applicativi, si definiscono in generale, rispettivamente: "coefficiente di portanza" e "coefficiente di resistenza" i due rapporti adimensionali:

.....
tria, sarebbe nullo perche' si annullerebbero a vicenda il primo e terzo ed il secondo e quarto integrale:

$$\oint w \cos \theta ds = \int_A^B w \cos \theta ds + \int_B^C w \cos \theta ds + \int_C^D w \cos \theta ds + \int_D^A w \cos \theta ds = 0$$

$$\left. \begin{aligned} C_p &= \frac{\varphi}{\frac{1}{2} \rho w_\infty^2 S} \\ C_r &= \frac{\mathfrak{R}}{\frac{1}{2} \rho w_\infty^2 S} \end{aligned} \right\} \quad \text{(VIII, 3)}$$

dove S, riferendoci ad un'ala, e' la superficie $S = lh$. Se per tanto, come si usa fare, ci si riferisce ad un tronco di lunghezza unitaria (ma appartenente, per il momento, ad un'ala di "apertura" infinita) le (VIII, 3) diventano:

$$\boxed{C_p = \frac{\varphi}{\frac{1}{2} \rho w_\infty^2 l}} \quad \text{(VIII, 4)}$$

$$\boxed{C_r = \frac{\mathfrak{R}}{\frac{1}{2} w_\infty^2 \rho l}} \quad \text{(VIII, 5)}$$

E si ha pure, ovviamente:

$$\boxed{\varphi = \frac{1}{2} C_p \rho w_\infty^2 l} \quad \text{(VIII, 6)}$$

$$\boxed{\mathfrak{R} = \frac{1}{2} C_r \rho w_\infty^2 l} \quad \text{(VIII, 7)}$$

Il valore numerico dei coefficienti C_p , C_r e', come si comprende, facilmente determinabile sperimentalmente in apposite gallerie a vento, quando - noti ρ ed l - si misurino contemporaneamente la velocita' del vento relativo (w_∞) e le componen

ti ρ ed \mathfrak{R} dell'azione di questo sul profilo alare in prova^(*).

Come e' intuitivo e da quanto, del resto, si e' detto nel § VIII,3, e' chiaro che i valori di C_p , C_r dipendono sia dalla forma del profilo, sia - per uno stesso profilo - dalla sua posizione rispetto a w_∞ , sia - come si accennera' - da altre condizioni secondarie (allungamento ad esempio). Il rapporto $\frac{C_p}{C_r} = \frac{\rho}{\mathfrak{R}}$ si chiama "efficienza" (e l'inverso $\frac{C_r}{C_p}$ si chiama "finezza" o "numero di scivolamento").

Non ci fermeremo naturalmente, qui, neppure ad accennare alle varie serie piu' note o piu' adottate di profili (simmetrici, ad arco di cerchio, a lunula, Karman-Trefftz, Joukowski, N.A.C.A., Göttingen, ecc.) alla loro genesi, loro caratteristiche, riman-

(*) La risultante F di tutte le azioni fluidinamiche sull'ala passa per un punto (*centro di pressione*) a distanza d dal bordo di attacco. Pertanto, rispetto a tale bordo, essa ha un momento M . Trascurando il termine dovuto alla resistenza si puo' porre $M = \rho d$ e quindi:

$$M = \frac{1}{2} C_p \frac{d}{l} \rho w_\infty^2 l^2 = \frac{1}{2} C_m \rho w_\infty^2 l^2 \quad (\text{VIII, 8})$$

dove $C_m = C_p \frac{d}{l}$ si chiama "coefficiente di momento" ed e' definito (e determinabile sperimentalmente) da:

$$C_m = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho w_\infty^2 l^2} \quad (\text{VIII, 8bis})$$

Dalla misura di C_p e di C_m , noto l si puo' dedurre quindi il valore di d e cioe' la posizione del punto di applicazione della risultante F ; dato anch'esso molto importante per il calcolo delle sollecitazioni a cui e' sottoposta l'ala e per altri motivi in alcune applicazioni particolari (turbo macchine con pale orientabili, ad esempio).

dando alla bibliografia specifica^(*) oltre che ai migliori testi di aerodinamica.

Molto semplice è il metodo adottato per individuare l'assetto del profilo alare rispetto alla corrente che lo investe. Esso consiste nel prendere come valore di riferimento l'angolo i ("angolo di incidenza") formato (fig VIII,8-a) dalla tangente al ventre del profilo con la direzione w_∞ (Nel caso in cui ambedue le facce dell'ala siano convesse un metodo è quello di riferirsi all'angolo i indicato nella fig VIII,8b).

È chiaro però che per individuare l'angolo di attacco rispetto al flusso ci si può riferire alla traccia di un qualsiasi altro piano solidale all'ala stessa.

Così un altro criterio - *più razionale del precedente*, anche se può apparire meno evidente^(**) - è quello di considera

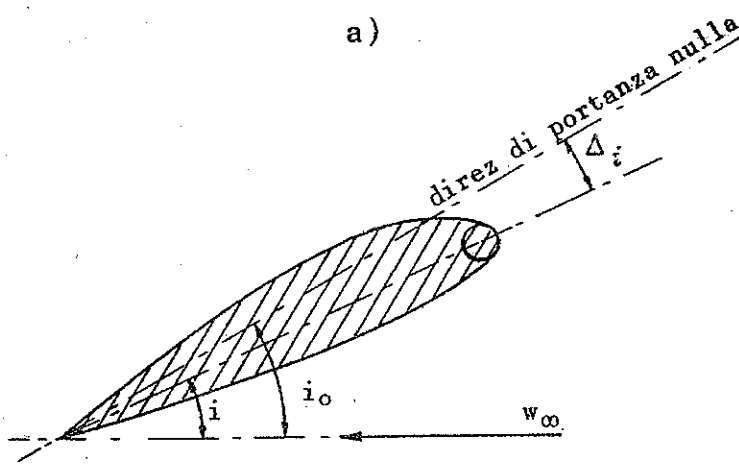
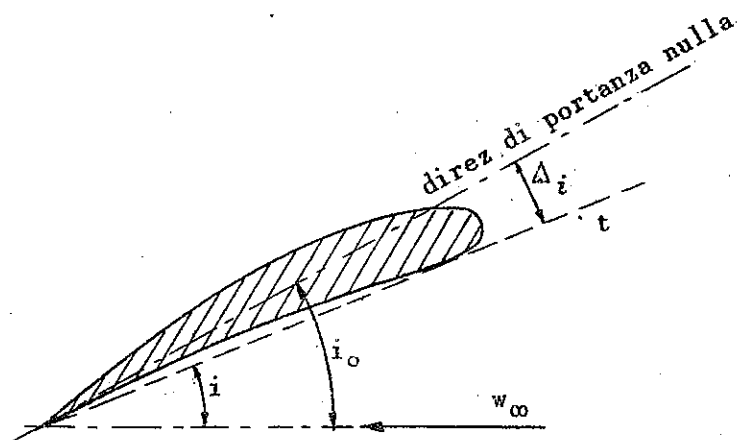


fig VIII,8

(*) ad esempio: J H HORLOCK - "Axial flow compressors" e "Axial flow turbines" London 1966; G F WISLICENUS - "Fluid Mechanics of turbomachinery" New York 1965; Pubblicazioni del N.A.C.A; L Prandtl, A Betz - Ergebnisse der aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen - Ed. R Oldenburg; F W Riegels - Aerodynamische Profile - Monaco 1958; ecc.

(**) In realtà, poiché l'angolo $\Delta i = i_0 - i$ è una caratteristica del profilo, mentre la posizione dell'ala per cui $\varphi = 0$ è sperimentalmente determinabile (ed è quindi determinabile e fissa la direzione dell'as

re l'angolo i_0 che il vettore w_∞ forma con la "direzione di portanza nulla" (I° asse del profilo) (fig. VIII, 8); i_0 prende anche il nome di *angolo di incidenza assoluta* (*).

Come già accennato, per ogni profilo il valore dei coefficienti C_p , C_r , C_m varia sensibilmente con i_0 (e quindi con i). Così, ad esempio, per un'ala piana sottile e di lunghezza infinita si trova:

$$C_p = 2 \pi \operatorname{sen} i_0$$

ovvero, per piccoli angoli di incidenza i_0 (espressi in radianti) (**),

$$C_p = 2 \pi i_0 \quad (\text{VIII}, 8)$$

Più in generale - ancora a titolo di esempio - per profili simmetrici di spessore massimo s , si può porre (**)

$$C_p = \sim 2 \pi \left(1 + 0,77 \frac{s}{1} \right) i_0 \quad (\text{VIII}, 9)$$

se rispetto al profilo stesso), si ha facilmente Δi . E pertanto daremo misurare il valore di i_0 di i e' perfettamente uguale, dato che poi $i_0 = i + \Delta i$ ovvero $i = i_0 - \Delta i$.

E' evidente, inoltre, che se il profilo e' simmetrico (caso particolare: si riduce ad es. ad una lastra piana), la direzione di portanza nulla coincide con l'asse di simmetria ed i_0 coincide con i .

(*) Vogliamo anche avvertire che talvolta parlando di *angolo di incidenza all'ingresso* qualche autore si riferisce all'angolo fra la tangente allo scheletro in corrispondenza del bordo di attacco e la direzione (media) del vettore w_{i_0} all'ingresso e cioè all'angolo $\beta_{1c} - \beta_1$ della fig. VIII, 2 e della fig. VIII, 15, ad esempio).

(**) Il valore sperimentale della costante si allontana di molto poco da quello teorico "2 π ". E' da sottolineare, comunque, che la legge lineare con cui C_p varia in funzione dell'angolo di incidenza assoluta, vale con buona approssimazione soltanto per angoli i_0 non grandi: al di là, infatti, di certi valori si verificano condizioni di "stallo", con distacco dei filetti fluidi sull'estradosso della pala e C_p comincia

Ma, a parte questi casi particolari e quello relativo ad altri profili dedotti con metodi analitici (trasformazioni conformi), i valori di C_p , C_r (e C_m) sono ottenuti sperimentalmente e, per ogni certo profilo, di dato allungamento essi vengono riportati in diagrammi seguendo due diversi metodi. Il primo è quello di riportare come ordinate i valori misurati (nonché, ad

esempio, la efficienza $\frac{C_p}{C_r}$ assumendo come ascissa i valori cor

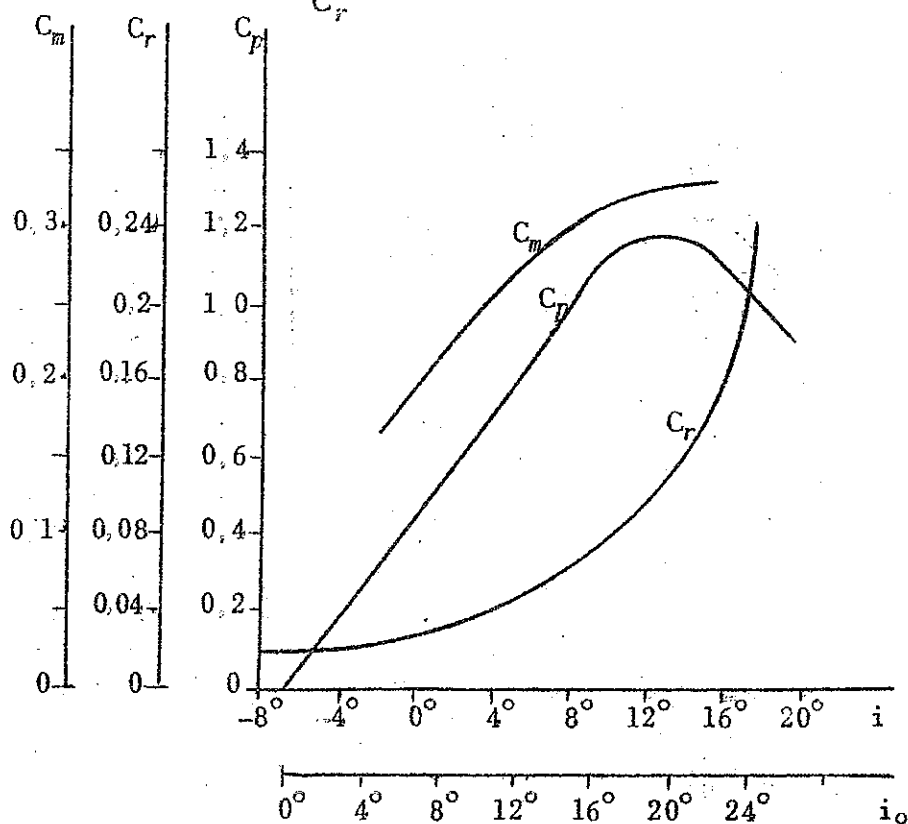


fig VIII, 9

rispondenti di i_0 o di i (fig. VIII, 9). L'altro sistema di rappresentazione, più frequente, è quello di riportare i valori di C_p (ordinate) in funzione di C_r (ascisse) (fig. VIII, 10) l'angolo di incidenza corrispondente ad ogni coppia di valori (C_p, C_r) è segnato lungo la curva $C_p = f(C_r)$, che prende il nome di "polare" del profilo. La tangente trigonometrica dello

dapprima ad aumentare con legge meno rapida delle (VIII, 8) ed (VIII, 9) e poi addirittura diminuisce.

angolo α formato con l'ascissa dalla congiungente dell'origine degli assi ad un punto generico C della curva e' pari all'efficienza $\frac{C_p}{C_r}$ (*)

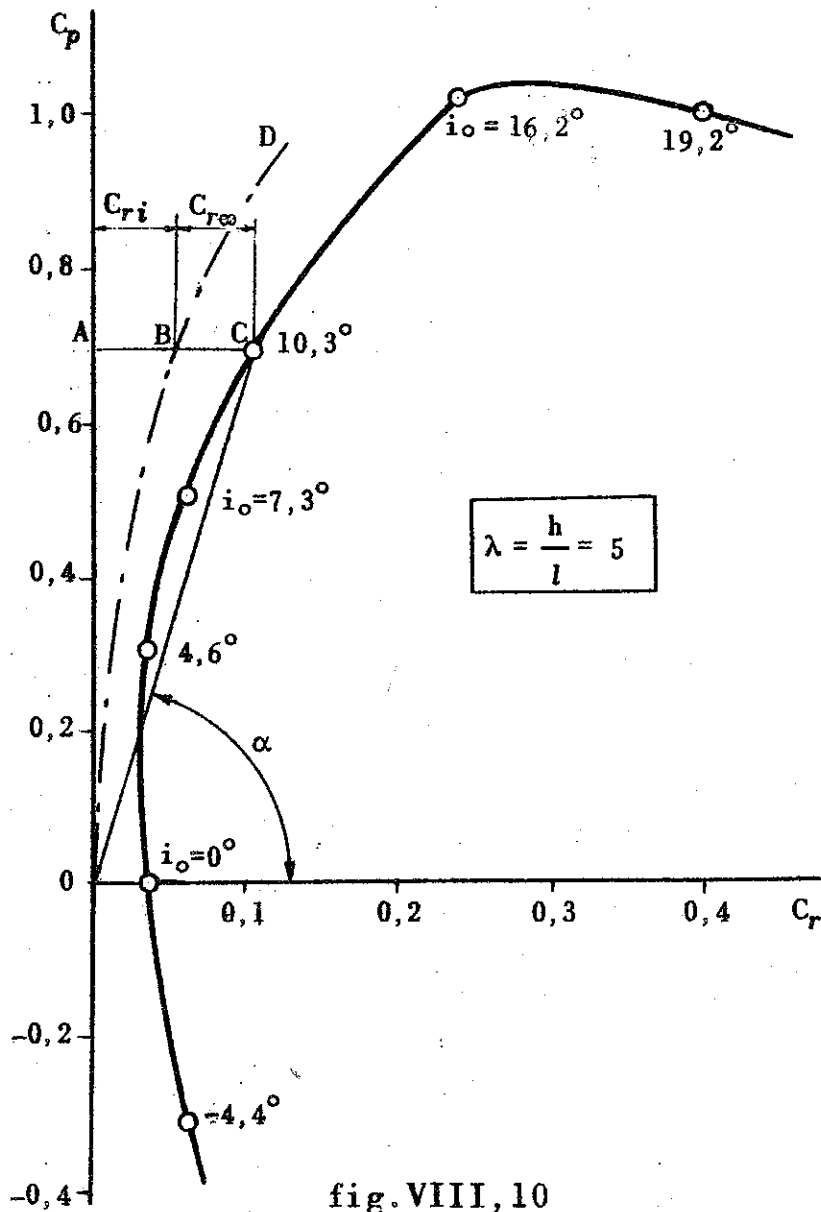


fig.VIII, 10

(*) Molto spesso, sullo stesso piano (C_p, C_r) e' tracciato anche l'arco OED di parabola $C_{ri} = \frac{c_p^2}{\pi\lambda}$ dove λ e' l'allungamento del modello di ala su cui si e' eseguita la misura nella galleria a vento. Tale parabola (per una legge approssimata generalmente accettata) divide il segmento $AC = C_r$, in

Ricordate le definizioni rappresentate dalle (VIII, 3-4-5) e' da dire - pur essendo facilmente intuibile - che quando la

due segmenti: il primo $AB = C_{ri} = \frac{C_p^2}{\pi\lambda}$ e' l'aliquota di C_r dovuta al fatto che l'ala provata era di lunghezza h finita ($\lambda = \frac{h}{l} = 5$, ad esempio) e - per motivi che sarebbe troppo lungo spiegare qui - si chiama "coefficiente di resistenza indotta". L'altro $BC = C_{r\infty}$ si chiama "coefficiente di resistenza di profilo" ed e' pari al valore che si sarebbe misurato per C_r se il modello su cui si e' eseguito il rilevamento fosse stato di lunghezza infinita ($\lambda = \infty$), cio' che avrebbe evitata la presenza di vortici di estremita'.

In generale, con λ finito, si considera quindi:

$$C_r = C_{r\infty} + C_{ri} = C_{r\infty} + \frac{C_p^2}{\pi\lambda} \quad (\text{VIII, 10})$$

e, corrispondentemente, anche la resistenza puo' considerarsi somma di due termini:

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_\infty + \mathfrak{R}_i$$

E' chiaro che la (VIII, 10) permette (sia pure non rigorosamente) di dedurre dai valori di C_r trovati per un allungamento λ , quelli C_r' che si avrebbero con un diverso allungamento λ' (compreso $\lambda' = \infty$).

Anche l'angolo di incidenza effettivo e' influenzato dall'allungamento. Pertanto, nello stesso ordine di idee precedenti, se i_∞ e' l'angolo che la direzione di portanza nulla fa con w_∞ e se esso con λ_∞ darebbe un certo C_p , con un λ finito per ottenere lo stesso C_p occorre maggiorare l'angolo fra le due direzioni predette di un "angolo di

incidenza indotto" pari a circa $\frac{C_p}{\pi\lambda}$: si dovra' fare cioe':

$$i_\lambda = i_\infty + \frac{C_p}{\pi\lambda} \quad (\text{VIII, 10}')$$

e quindi, se con un dato profilo ed un certo λ , per ottenere un certo C_p , occorre un angolo di incidenza i_λ , con un diverso allungamento λ' , per avere lo stesso C_p occorrera' un angolo:

$$i_{\lambda'} = i_\lambda - \frac{C_p}{\pi\lambda} + \frac{C_p}{\pi\lambda'}$$

Nella applicazione alle turbomacchine di questi concetti, il problema

velocità relativa w_∞ è tale che la (eventuale) comprimibilità del fluido non può essere più ignorata ($Ma > 0,3 \div 0,35$), il valore di C_p è influenzato anche dal numero di Mach (*), oltre che dalla forma del profilo e dall'angolo di incidenza. Per quanto riguarda il C_r , esso per elevati valori del numero di Reynolds (***) rimane praticamente indipendente (anche con fluidi comprimibili) dal numero di Mach fin quando non si raggiunge il suo "valore critico" (***). da quel momento, dapprima gra-

delle correzioni dovute al valore dell'allungamento si complica ulteriormente, così come si vedrà nel Corso di Complementi di Macchine.

(*) Una espressione approssimata (di Prandtl e Glauert) che - per un'ala infinitamente lunga - permette di dedurre il valore di C_p per elevate velocità subcritiche dal valore (indicato qui con C_{p0}) che si avrebbe per fluido incompressibile è:

$$C_p \approx \frac{1}{\sqrt{1 - M_\infty^2}} C_{p0} \quad (\text{VIII, 11})$$

dove $M_\infty = \frac{w_\infty}{a_\infty}$. La (VIII, 11) mostra che (fin quando M_∞ è elevato, ma nettamente minore di 1, ad es. $M_\infty \leq 0,8$) al crescere di w_∞ il C_p aumenta per effetto della comprimibilità. Sperimentalmente si trova poi che tale aumento è tanto meno sentito quanto minore è l'allungamento λ . Quando però la velocità w_∞ è tale che, pur essendo $M_\infty < 1$, su qualche punto del dorso dell'ala si raggiunge il valore locale unitario del numero di Mach ("M_∞ critico" del profilo con quel certo angolo di incidenza) il coefficiente di portanza cade rapidamente per onde d'urto e distacco (stallo) della vena fluida sul dorso. Ma se la velocità w_∞ continua a salire ($M_\infty >$ del "valore critico" cui ora si accennava), il valore di C_p ricomincia ad un certo punto ad aumentare per formazione di onde d'urto anche sul ventre dell'ala.

(**) dell'ordine di $10^5 \div 10^6$ ed oltre. Si ricorda nell'occasione che il numero (adimensionale!) di Reynolds è dato da:

$$R_e = \rho \frac{wl}{\mu} = \frac{wl}{\nu}$$

dove ν , come ben noto, è la viscosità cinematica. Nel caso di ali e palettature, per l si assume la corda del profilo.

(***) Vedere nota (*) qui sopra.

dualmente, poi bruscamente, per la formazione di onde d'urto, la resistenza cresce a valori molto maggiori di quelli che si avevano prima di arrivare al Mach critico. Tale aumento della R e di C_r e' tanto meno sentito quanto minore e' lo spessore relativo $\frac{s}{l}$ e piu' aguzzi sono i bordi di attacco e di uscita del profilo. A puro titolo di esempio, riportiamo in fig. VIII, 11 le polari ottenute sperimentalmente per $M_a = 1,47$ con profili di diverso spessore relativo.

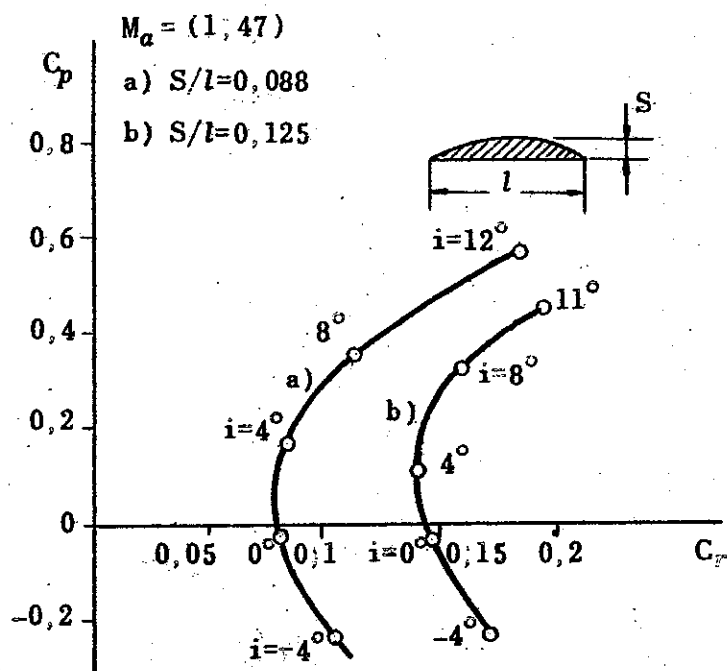


fig. VIII, 11

VIII, 5 - Nei paragrafi precedenti ci siamo in particolare occupati di un'ala isolata. Ma nel caso delle turbomacchine assiali - che e' quello che particolarmente ci interessa - abbiamo da fare (come si e' disegnato in fig. VIII, 2 ed in altre del capitolo VII) con una schiera di palette identiche distanti fra loro del passo t . Analogamente a quanto si e' supposto nel paragrafo VIII, 3, immagineremo che la lunghezza h di tutte le palette sia infinita ($\lambda = \infty$) e che la griglia (supposta giacente su un piano) sia formata da un numero di palette pure infinito e se

pari così in due distinti semispazi il flusso a monte ed a valle di essa. Questa concezione è razionale, in quanto, per comodità di rappresentazione, noi supponiamo di sviluppare nel piano la schiera di profili ottenuti con una sezione cilindrica delle palette disposte alla periferia del rotore. Nella macchina, infatti, il numero (z) di palette pur essendo "finito", ugualmente divide l'intero *flusso anulare* in due zone nettamente distinte: l'una a monte e l'altra a valle.

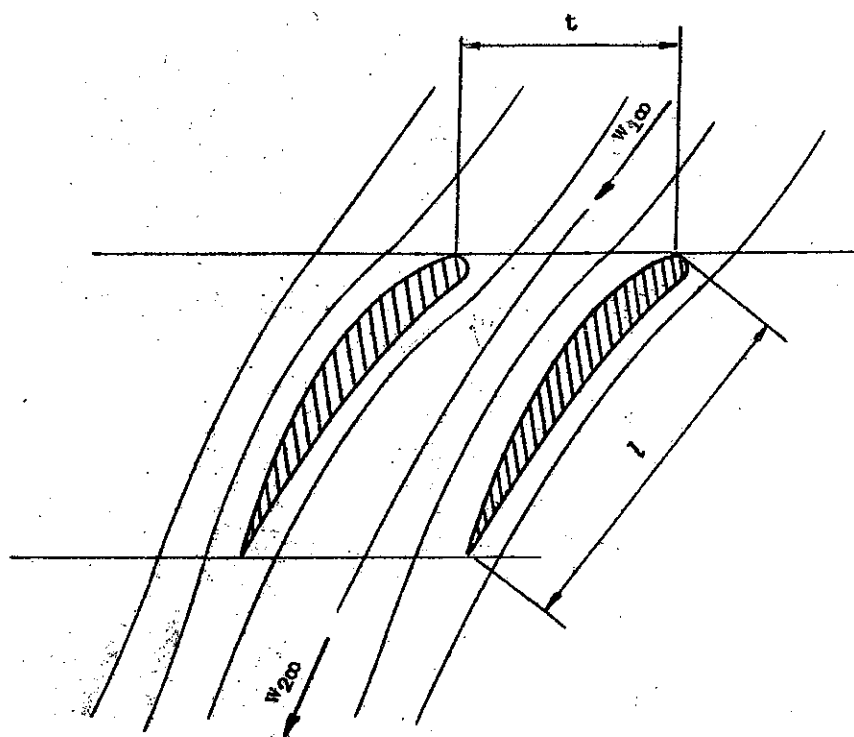


fig. VIII, 12

Come si è più volte detto e come schizzato in fig. VIII, 12, nei pressi della palettatura (analogamente a quanto si verifica anche per un'ala isolata) il flusso è disturbato dalla sua presenza ed i filetti non possono certo considerarsi congruenti fra loro, così come semplicisticamente suppone la teoria unidimensionale. È però lecito immaginare verificata tale congruenza (ed anzi un parallelismo fra i filetti) ad una conveniente distanza a monte ed a valle della griglia.

Nasce tuttavia, qui, una fondamentale ed importantissima differenza rispetto al caso dell'ala isolata, anche se supposta di lunghez

za infinita. In questo caso infatti, l'única ala non modifica e non puo' modificare che localmente e nel suo intorno l'andamento dei filetti fluidi e la velocita' asintotica w_∞ e' la stessa - a sufficiente distanza - in qualsiasi direzione a monte, a valle, sopra o sotto si vada a misurarla.

Nel caso che qui ci interessa, invece, nell'anello fluido quando pensiamo alla macchina reale, come nello ipotetico spazio indefinito diviso in due dalla griglia piana, la velocita' all'infinito a monte $w_{1\infty}$ e' diversa (in generale) dalla velocita' all'infinito a valle $w_{2\infty}$. In altri termini, la presenza della schiera di palette altera *in modo definitivo* - e non solo localmente cioe' - il flusso, facendo cambiare quindi, nel passaggio attraverso la griglia, il valore della componente nella direzione dell'asse della schiera (e cioe' nella direzione della u) della quantita' di moto della massa fluida. E' chiaro che e' in tale azione "globale" che occorre concepire il funzionamento di *ciascuna fila* di palette di una turbomacchina: come si vede, tale concezione e' ben piu' razionale ed ampia di quella unidimensionale.

Riferiamoci, a titolo di esempio, a cio' che avviene nella palettatura mobile di uno stadio di compressore o di una pompa assiale (fig. VIII, 13) e supponiamo che il fluido entri nella griglia con velocita' $w_{1\infty}$ (che indicheremo per semplicita' con w_1 (*)) e ne esca con velocita' $w_{2\infty}$ (che indicheremo per lo stesso motivo con w_2).

(*) D'ora in avanti indicheremo con w_1 e w_2 (ovvero c_0, c_1, c_2) le velocita' (medie) del fluido supposte rilevate - ciascuna - ad una distanza tale dalla schiera che le velocita' e le direzioni di tutti i filetti fluidi affiancati siano praticamente uguali: gli angoli β_1, β_2 cioe' (come $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$) sono d'ora in avanti quelli dei vettori velocita', i quali differiranno - in generale - dagli angoli costruttivi (β_{1c}, β_{2c} , ecc.) delle palette. Naturalmente, salvo casi particolari, non e' possibile nella realta' pratica, con stadi che si susseguono a breve distanza, avere zone tanto lontane da ogni schiera da poter ritenere davvero i filetti tutti

Si dimostra che nel caso in esame il teorema di Kutta-Joukowski puo' essere ancora applicato ad ogni profilo, a patto di assumere come (unica) velocita' all'infinito il vettore w_∞ segnato in fig. VIII, 13, medio fra w_1 e w_2 . Ma si dimostra facilmente, anche, che nel caso di una griglia di profili la circolazione Γ e' data semplicemente da:

$$\Gamma = t (w_2 \cos \beta_2 - w_1 \cos \beta_1) = t \cdot \Delta w_u \quad (\text{VIII, 12})$$

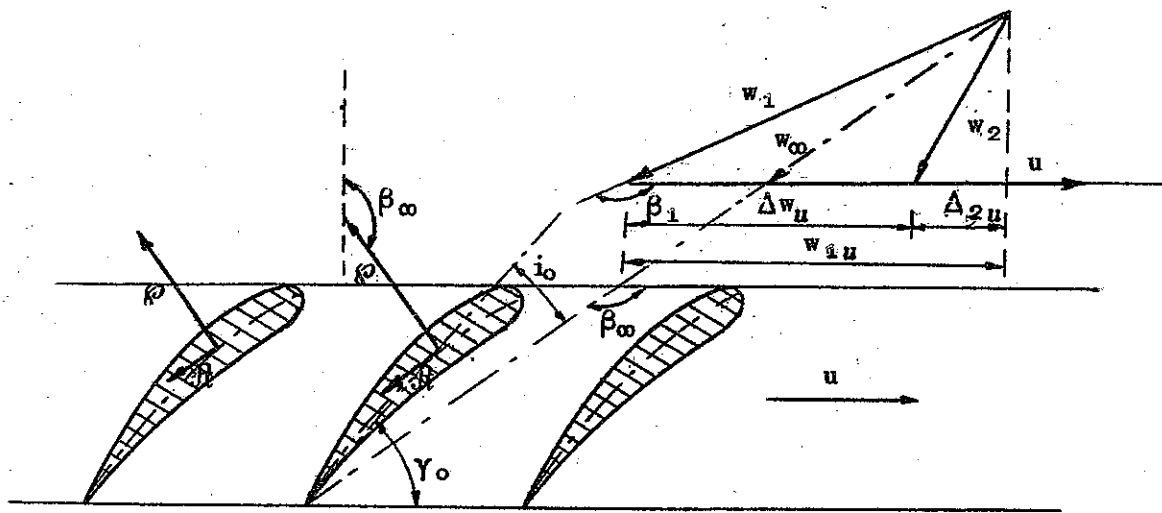


fig. VIII, 13

(o, corrispondentemente, nel caso della palettatura fissa, da " $t \cdot \Delta c_u$ " (*). Pertanto, la (VIII, 1), col significato particolare ora precisato del w_∞ , puo' essere scritta per una paletta appartenente ad una schiera:

.....
 paralleli. Poiche' pero' cio' che conta e' il valore globale, integrale delle quantita' di moto a monte ed a valle, e' chiaro che quando diciamo che la variazione della sua componente nella direzione della u, passando attraverso la schiera, e' stata - per ogni kg -

$$w_2 \cos \beta_2 - w_1 \cos \beta_1 = w_{2u} - w_{1u} = \Delta w_u$$

intendiamo indicare con le w ed i β i valori medi delle velocita' e degli angoli a monte ed a valle del sistema.

(*) Come si usa scrivere frequentemente, nella (VIII, 12) si e' indicato in modo sintetico con Δw_u la differenza $(w_2 \cos \beta_2 - w_1 \cos \beta_1)$. Analogamente $\Delta c_u = c_1 \cos \alpha_1 - c_0 \cos \alpha_0$. Naturalmente, per una macchina assiale $\Delta w_u = \Delta c_u$.

$$\boxed{\varphi = \rho t w_{\infty} \Delta w_u} \quad (\text{VIII,13})$$

Eguagliando questa espressione della portanza con quella della (VIII,6) si trova:

$$\boxed{\frac{1}{2} c_p \rho w_{\infty}^2 l = \rho t w_{\infty} \Delta w_u}$$

e cioè:

$$\boxed{c_p = 2 \frac{\Delta w_u}{w_{\infty}} \frac{t}{l}} \quad (\text{VIII,14})$$

relazione del massimo interesse.

VIII,6 - Si e' detto che l'espressione (VIII,14) e' di grande interesse: pur guardandoci dall'entrare nel vivo del problema^(*), si puo', almeno nelle grandi linee, accennare ai motivi di tale interesse.

Tenuto debito conto del rendimento di stadio prevedibile, una volta stabilito il salto entalpico isentropico da affidare allo stadio stesso (o l'aumento di entalpia o di pressione teorico da ottenere), scelto il grado di reazione e quindi il tipo di palettatura, fissati la velocita' periferica u ed il rapporto $\frac{w \sin \beta}{u} = \frac{c_a}{u} = \Phi$ in corrispondenza di un certo raggio (quello a meta' altezza delle pale, ad esempio), si possono disegnare i triangoli di velocita'. Da essi, oppure analiticamente, e' facile dedurre i valori di Δw_u , di w_{∞} , di β_{∞} (come di $\Delta c_u = \Delta w_u$, di c_{∞} , di α_{∞}). Scelto quindi, ancora un opportuno valore

(*) di enorme vastita' e che comporta un approfondimento specifico dell'argomento, possibile solo in corsi successivi dedicati alla progettazione e - comunque - allo studio particolare delle applicazioni alle turbomacchine delle teorie bidimensionali e tridimensionali.

di t/l nel campo che l'esperienza consiglia per ogni tipo di macchina, la (VIII,14) permette di ricavare i valori dei coefficienti di portanza "in schiera" C_p , che le palettature (rotorica e statorica) devono realizzare onde ottenere - rispettivamente - le deviazioni $\frac{\Delta w_u}{w_\infty}$ e $\frac{\Delta c_u}{c_\infty}$ desiderate.

A parte una difficoltà alla quale accenneremo subito, avere il valore di C_p significa (*) poter scegliere dalle polari di serie di profili pubblicate dai laboratori specializzati (di Gottingen, del N.A.C.A., ecc. vedi anche nota(*) a pag.210) il profilo delle palette da adottare, il loro angolo di incidenza rispetto a w_∞ (o a c_∞) e, cioè, l'angolo di calettamento $\gamma_0 = (\pi - \beta_\infty) + i_0$. Con ciò il progetto di massima dello stadio è impostato.

Si accennava però, sopra, ad una difficoltà. Essa riguarda il fatto che, come il Δw_u (o Δc_u) è la deviazione da ottenere non da una palette, ma da una griglia intera, così il C_p dato dalla (VIII,14) è il coefficiente di portanza che il profilo deve realizzare "in schiera"; le polari di profili che si trovano facilmente nelle pubblicazioni specifiche riguardano invece *profili isolati* ed ali o palette di un certo allungamento ($\lambda = 5$, ad esempio). Ora - oltre a correzioni riguardanti l'angolo di incidenza ed il C_p che sono influenzati dal valore di λ (***) e dalla inserzione della palette in una turbomacchina - è intuitivo che, per l'inevitabile interazione fra palette affiancate, il rapporto

$$K = \frac{C_p \text{ schiera}}{C_p \text{ isolata}} \quad (\text{VIII,15})$$

risulti sensibilmente diverso dall'unità quando t/l non è suf

(*) Se non si dispone di dati sperimentali propri, come di solito avviene invece per l'ufficio progetti di una grande industria.

(**) Vedi nota a pag.213/214.

ficientemente grande, e tende ad uno quando questo rapporto tende ad infinito.

Molti studi e ricerche sono stati condotti al riguardo negli ultimi decenni da un gran numero di laboratori e ricercatori (*) per il calcolo diretto del coefficiente "di effetto di schiera" K . Purtroppo, non si può dire che il problema sia ancora risolto in via generale con sufficiente approssimazione, mentre non è infrequente trovare indicazioni discordanti fra loro.

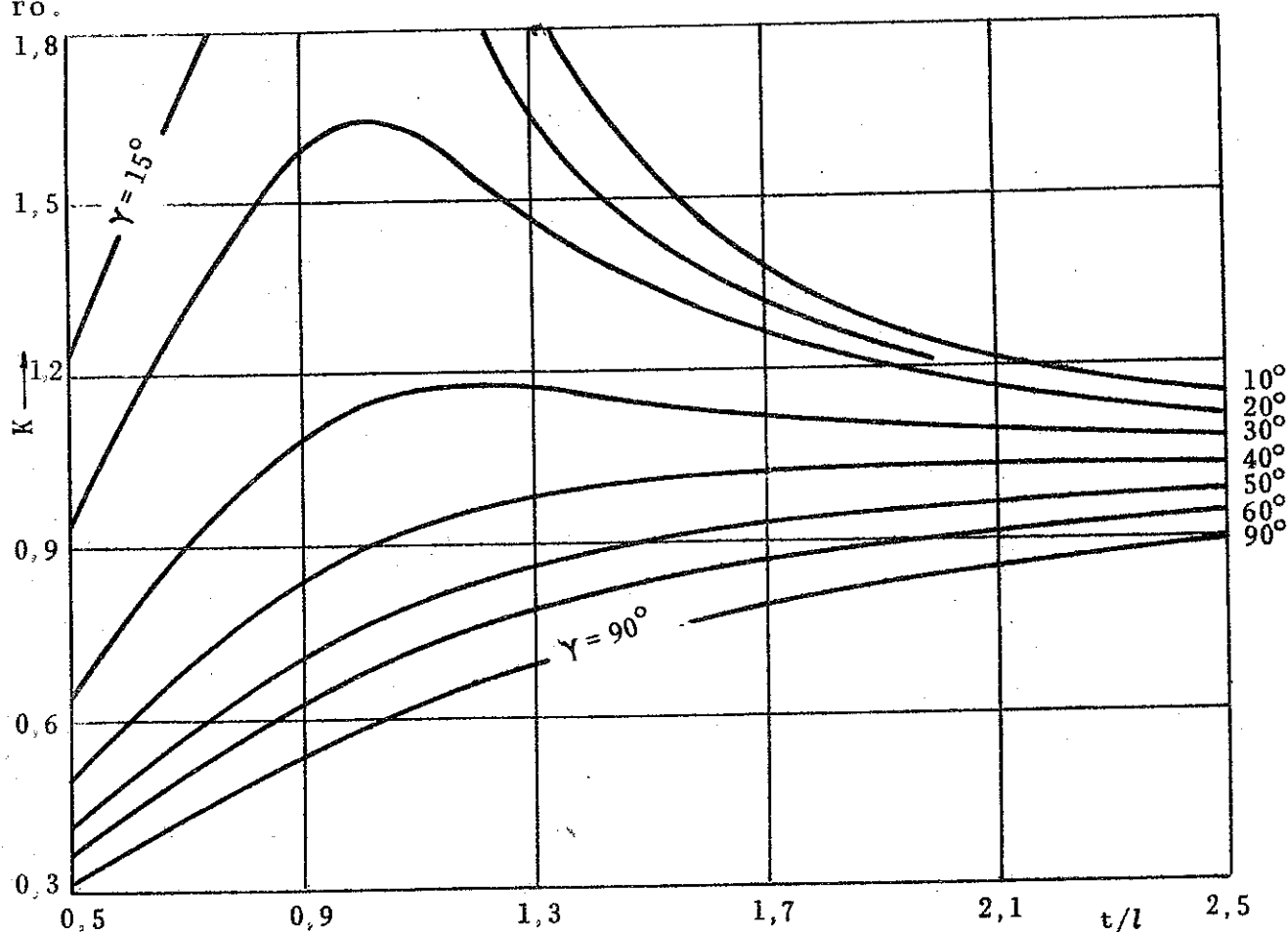


fig. VIII, 14

Nella fig. VIII, 14 sono riportate le classiche curve del rapporto K in funzione di t/l ricavate teoricamente dal Weinig per

(*) Si ricordano al riguardo i pregevoli, fondamentali studi del WEINIG (fin dal 1935!) ed i lavori teorici sperimentali dell'Ackeret, dell'Howell, Wislicenus, Zweifel, Numaki, Schlichting, Mellor, della N.A.C.A., ecc. per i quali si rinvia alla bibliografia specifica.

una schiera di palette piane sottili e con fluido privo di viscosità: l'angolo γ è quello di calettamento e cioè - in questo caso - l'angolo formato dalle palette piane con la direzione dell'asse della schiera (*).

I diagrammi mostrano che il valore di K può risultare anche molto diverso da uno e cioè proprio per i valori di t/l prossimi all'unità, campo particolarmente interessante per le turbomacchine (ed i compressori assiali in ispecie).

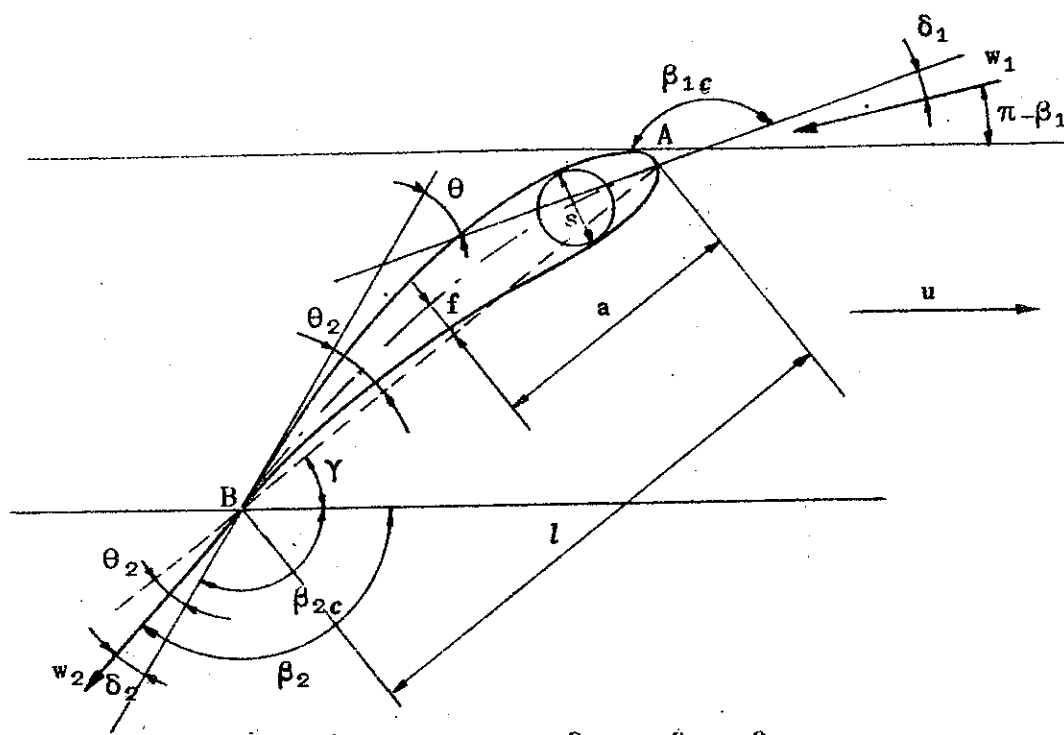
Ricerche sperimentali hanno naturalmente mostrato che - specie per profili alari spessi - i valori effettivi di K sono (talvolta sensibilmente) diversi da questi, ma che l'andamento delle curve è simile, anche se non si arriva ai valori così alti che, per alcune condizioni, indicherebbero i diagrammi della figura VIII, 14 (**).

(*) Vedere ad esempio G. F. Wislicenus - Fluid Mechanics of Turbomachinery - New York, 1965.

(**) Poiché parlare di C_p , così come mostra l'espressione (VIII, 14) equivale a parlare di deviazione relativa $\frac{\Delta w_U}{w_\infty}$ e cioè di deviazione effettiva media della corrente fluida e poiché parlare di ciò significa anche discutere dello scarto fra la direzione (media) del vettore velocità e quella della tangente allo scheletro del profilo all'ingresso e all'uscita, alcuni autori hanno proposto formule di correlazione semi empiriche fra le direzioni delle velocità ed i vari parametri che caratterizzano il profilo e la schiera. Citiamo qui, a titolo di esempio sotto la fig. 15, una espressione molto interessante e semplice - ormai classica - proposta dall'Howell per compressori assiali (ved. ad es. Cohen and Rogers - Gas Turbine Theory - London 1962; Horlock - Axial flow compressors - London 1958, ecc.). La fig. VIII, 15 indica chiaramente il significato dei vari simboli, c'è solo da aggiungere che l'Howell parte dal presupposto (confortato discretamente dall'esperienza) che la direzione del vettore w_2 non è apprezzabilmente influenzata dallo scarto $\delta_1 = \beta_{1c} - \beta_1$ finché esso resta nel campo da $+5^\circ$ a -5° ; egli suppone inoltre che la palettatura si trovi a funzionare in condizioni che egli chiama "nominali".

Si fa notare che θ_2 e γ sono gli angoli che la retta AB forma con la tangente allo scheletro in B e, rispettivamente, con l'asse della schiera. L'espressione proposta è riferita in particolare a profili simmetrici con scheletro incurvato ad arco di cerchio o di parabola.

Naturalmente queste difficoltà cadono, se si dispone dei dati relativi al comportamento fluidodinamico, non di un profilo isolato, ma di una intera schiera. In questo caso infatti non occorrono più problematici ed approssimativi trasferimenti di risultati, in quanto è direttamente noto il valore del $\frac{\Delta w u}{w_\infty}$ per



$$\theta = \beta_{1c} - \beta_{2c} \quad \delta_2 = \beta_2 - \beta_{2c}$$

$$\delta_2 = \theta \sqrt{\frac{t}{l}} \left[0,23 \left(\frac{2a}{l} \right)^2 + 0,002 (\beta_2 - 90^\circ) \right]$$

$$\gamma = 180^\circ - (\beta_2 - \delta_2 + \theta_2)$$

fig.VIII,15

quella certa griglia formata da quei certi profili, inseriti in schiera con noto angolo di calettamento e noto rapporto t/l , quando essa è investita da w_∞ (media di w_1 e w_2) con un determinato angolo di incidenza (ovvero investita da w_1 con determinato angolo di incidenza δ_1 rispetto alla tangente allo scheletro all'ingresso: fig.VIII,15).

Purtroppo però, le raccolte di dati completi di prove su schiere di palette sono ancora oggi ben rare da reperire nella

bibliografia tecnica ed è diventata classica, ad esempio, una delle pochissime che siano state rese di pubblica ragione: quella relativa alle lunghe ricerche effettuate dal N.A.C.A. sulle famose serie di schiere n°65^(*). E che per profili isolati si disponga di una larga messe di dati e di una modestissima, invece, per griglie di profili, non deve meravigliare: per queste ultime, infatti, a tutte le già numerose variabili che caratterizzano geometricamente ed aerodinamicamente l'ala isolata, si aggiungono i parametri relativi alla solidità (l/t), all'angolo di calettamento, ecc. in tutte le innumerevoli combinazioni possibili fra loro e con i parametri riguardanti il profilo isolato.

Comunque queste difficoltà - che abbiamo voluto citare per completezza - non riguardano il concetto, né inficiano l'utilità pratica di quanto fin qui esposto circa la teoria bidimensionale delle turbomacchine assiali.

VIII,7 - Prima di chiudere l'argomento, esposta la genesi delle forze agenti su una pala, per dare un'idea ancora più chiara del concetto dell'ala portante applicato alle turbomacchine, vogliamo riferirci, a titolo di esempio, al caso di una turbina assiale idraulica (Kaplan) ed a quello di un compressore o di una pompa, anche assiale. Nelle figure VIII,16-a e VIII,16-b riportiamo rispettivamente per le due macchine i triangoli di velocità e due delle z palette del rotore, adottando i soliti simboli.

Se si vuole calcolare la potenza scambiata dalla girante per ogni lunghezza unitaria radiale di pala, basta moltiplicare per

(*) G.Mellor - The "65-series" cascade data - Gas Turbine Lab.M.I.T.(1956);
Herrig, Emery, Erwin - Systematic two - dimensional cascade tests of "65-series" compressor blades at low speed - NACA Technical Note 3916-1957;
Horlock, Op.cit..

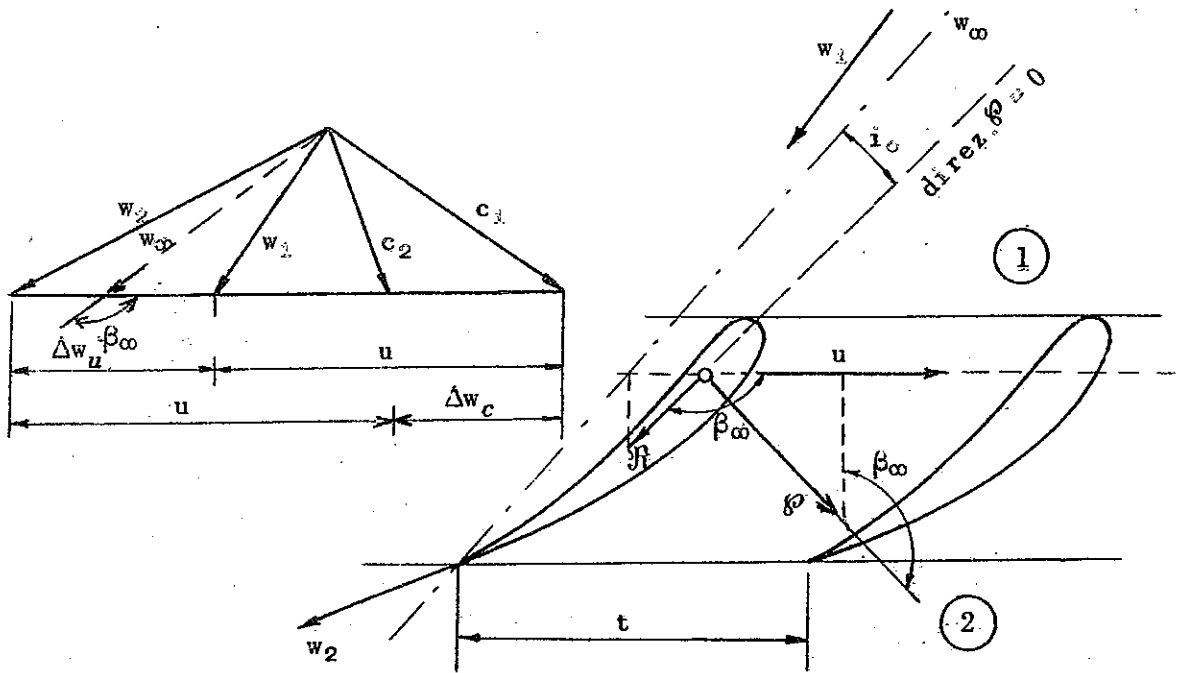


fig. VIII, 16-a

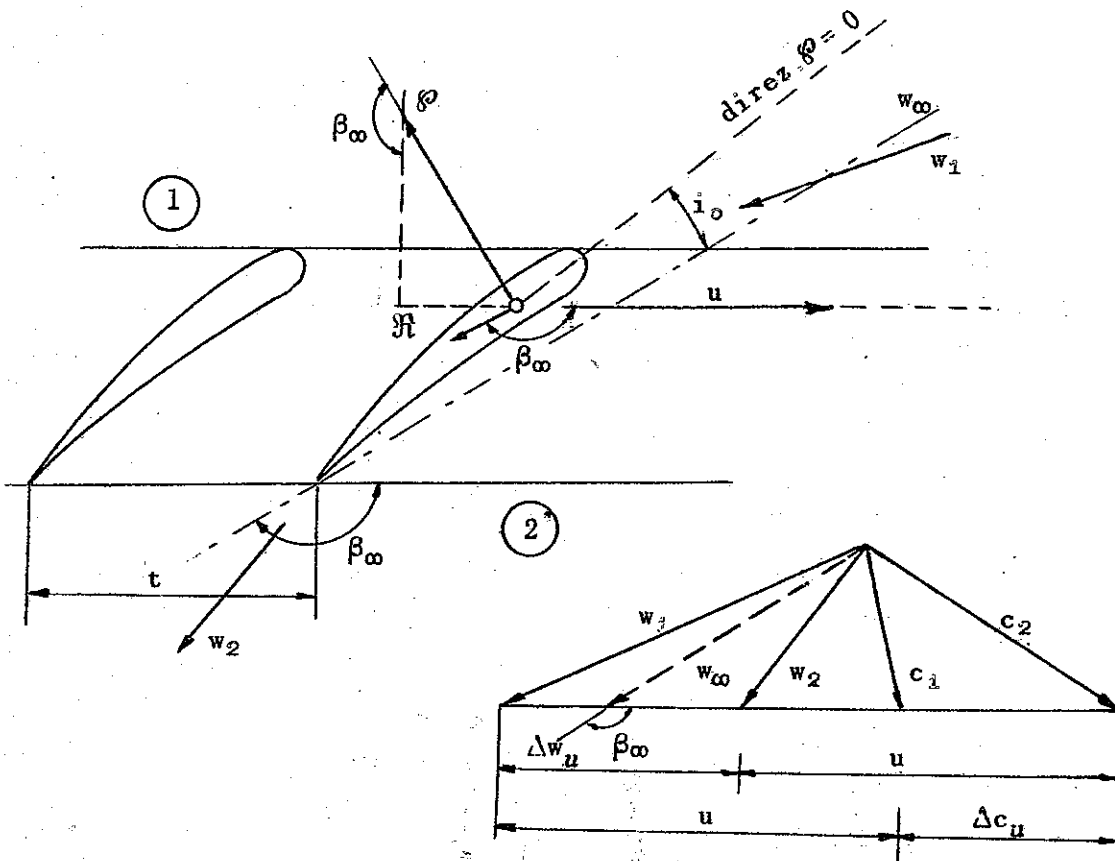


fig. VIII, 16-b

il numero z di pale la somma T delle componenti nella direzione della u della portanza e della resistenza agenti su ogni profilo^(*) Si ha quindi: per la turbina (ricordando le VIII, 6 e 7):

$$P = z u T = z u (\rho \text{sen} \beta_{\omega} + \mathfrak{R} \text{cos} \beta_{\omega}) = z u [\rho \text{sen} \beta_{\omega} - \mathfrak{R} \text{cos}(\pi - \beta_{\omega})] =$$

$$= z u \frac{\rho}{2} w_{\omega}^2 l [C_p \text{sen} \beta_{\omega} - C_r \text{cos}(\pi - \beta_{\omega})] \quad (\text{VIII}, 16)$$

per la pompa (o compressore):

$$P = z u (\rho \text{sen} \beta_{\omega} - \mathfrak{R} \text{cos} \beta_{\omega}) = z u [\rho \text{sen} \beta_{\omega} + \mathfrak{R} \text{cos}(\pi - \beta_{\omega})] =$$

$$= z u \frac{\rho}{2} w_{\omega}^2 l [C_p \text{sen} \beta_{\omega} + C_r \text{cos}(\pi - \beta_{\omega})]. \quad (\text{VIII}, 17)$$

Come si vede, se è nota la polare dei profili adottati, saranno noti (per l'angolo di incidenza i_0) i valori di C_p e C_r e diventa immediato il calcolo della potenza realmente scambiata. È da notare che, mentre nel caso della turbina la resistenza \mathfrak{R} riduce la potenza utile captata, nel caso della macchina operatrice la stessa resistenza fa sì che la potenza spesa risulti più elevata di quella che si avrebbe se C_r fosse zero.

Se - per la pompa (o compressore) - vogliamo calcolare con le espressioni derivanti dagli stessi concetti il reale aumento di pressione generato nel passaggio attraverso la griglia del rotore, dobbiamo tener presente che la risultante N delle componenti nella direzione *normale alla u* (e all'asse della schiera) è anche la forza corrispondente alla differenza delle pressio-

(*) La potenza riguarda dunque una turbina *elementare* di ampiezza radiale $\Delta r = 1$ avente raggio medio r , al quale corrisponde una velocità periferica:

$$u = \frac{2\pi r n}{60}$$

ni Δp_{12} moltiplicata la superficie "servita" da ogni paletta:
 $S = t \cdot l$. Si ha cioè:

$$\begin{aligned}\Delta p_{12} &= \frac{N}{t \cdot l} = \frac{N}{t} = \frac{1}{t} [\rho \cos(\pi - \beta_\infty) - \rho \sin \beta_\infty] = \\ &= \frac{\rho}{2} w_\infty^2 \frac{l}{t} [C_p \cos(\pi - \beta_\infty) - C_r \sin \beta_\infty] \quad (\text{VIII,18})\end{aligned}$$

Una relazione analoga si può scrivere per la variazione della pressione nello statore Δp_{01} . L'aumento di pressione complessivo reale per l'intero stadio è, ovviamente, $\Delta p = \Delta p_{01} + \Delta p_{12}$.