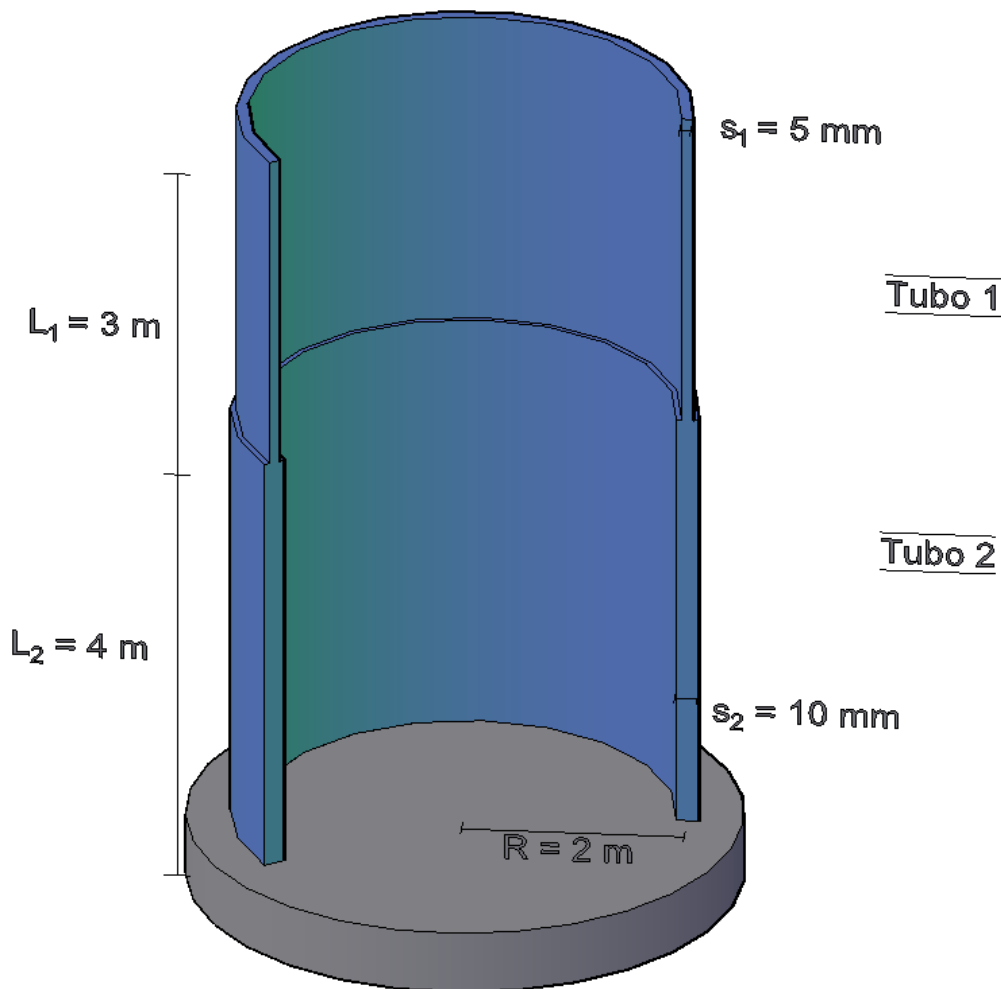


# Serbatoio cilindrico a spessore variabile

Si vuole progettare un serbatoio cilindrico contenente acqua e caratterizzato da due sezioni trasversali. Per la valutazione delle sollecitazioni del manufatto in condizioni di esercizio è possibile ricorrere alla teoria delle piastre e quindi procedere utilizzando il modello di tubo. Si osserva che le ipotesi alla base del modello sono rispettate in quanto:

- La geometria della sezione trasversale gode della proprietà di polarsimmetria;
- Le condizioni di carico godono della proprietà di polar simmetria;
- La legge di variazione è di tipo lineare (grado inferiore al terzo).

Lo studio del comportamento meccanico del tubo ha mostrato come nascono delle sollecitazioni flessionali che si sommano allo stato tensionale membranale.



*Geometria del serbatoio*

Il tubo essendo caratterizzato da spessori diversi lungo l'ascissa, ha una rigidità variabile e quindi una deformazione differente sotto gli stessi carichi. D'altra parte, la saldatura tra le due sezioni del tubo implica all'attacco una congruenza tra le deformazioni. Ciò significa che in prossimità della saldatura stessa vi sarà una concentrazione di tensioni tale da far rispettare la congruenza. Per

valutare le tensioni all'attacco tra le due sezioni si può applicare il metodo dei coefficienti elastici, dunque un metodo delle forze. I coefficienti elastici si valutano applicando ad un tubo i singoli enti di sollecitazione (unitari) e ricavando spostamenti e rotazioni. Serve quindi per ogni tubo valutare gli effetti in termini di spostamento e rotazione di una forza concentrata di una coppia e del carico distribuito.

## Coefficienti elastici

Di seguito si riporta la scrittura del sistema di equazioni da imporre per il calcolo dei coefficienti elastici, i quali vengono ricavati per enti sollecitanti posti alla base del tubo. Una volta ricavate le costanti  $C$  e  $\psi$  a partire dalle condizioni al contorno imposte su taglio e momento si valuta lo spostamento e la rotazione all'ascissa  $z = 0$ .

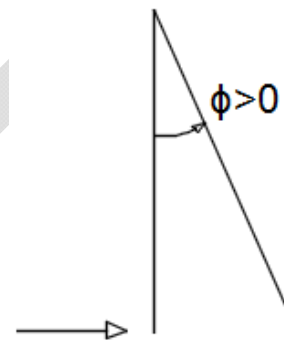
### Forza Concentrata

Per ricavare gli effetti della forza concentrata bisogna imporre che il taglio sia unitario e che il momento sia nullo nel punto di applicazione:

$$\begin{cases} M(z=0) = -2 D \alpha^2 C \operatorname{sen}\left(\psi - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \\ T(z=0) = 2 \sqrt{2} D \alpha^3 C \operatorname{sen}\left(\psi - \frac{3\pi}{4}\right) = 1 \end{cases}$$

Valutando lo spostamento e la rotazione a  $z = 0$  si ottengono i coefficienti elastici:

$$w_F = 1/2\alpha^3 D \qquad \phi_F = 1/2\alpha^2 D$$



### Coppia Concentrata

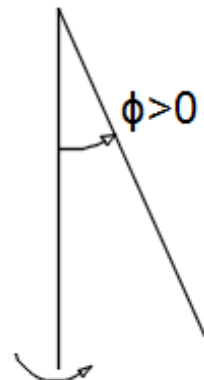
Il sistema da scrivere è sempre lo stesso, cambiano però i termini noti, infatti per la coppia concentrata si deve imporre taglio nullo e momento unitario:

$$\begin{cases} M(z=0) = -2 D \alpha^2 C \operatorname{sen}\left(\psi - \frac{\pi}{2}\right) = 1 \\ T(z=0) = 2 \sqrt{2} D \alpha^3 C \operatorname{sen}\left(\psi - \frac{3\pi}{4}\right) = 0 \end{cases}$$

Analogamente al caso di forza concentrata si valutano spostamenti e rotazioni con le costanti appena determinate:

$$w_c = 1/2\alpha^2 D \qquad \phi_c = 1/\alpha D$$

È importante notare che il coefficiente elastico di spostamento dovuto alla coppia è uguale a quello di rotazione dovuto alla forza:



$$w_c = 1/2\alpha^2 D = \phi_F$$

Tale forma implica che la matrice di rigidezza abbia una forma simmetrica e quindi che sia rispettato il teorema di reciprocità (Teorema di Betti) delle strutture elastiche.

### Carico Distribuito

Il carico distribuito applicato sul tubo deforma i singoli anelli ma non induce sollecitazione interna oltre a quella di tipo membranale. Per questo motivo momento e taglio sono sicuramente nulli. I coefficienti elastici per questo caso si valutano a partire dall'integrale particolare:

$$w_p = p(z)/\beta \qquad \phi_p = w_p/L = p(z)/\beta L$$

Se il carico distribuito è uniforme esso non induce rotazione, quindi  $\phi_p = 0$ .

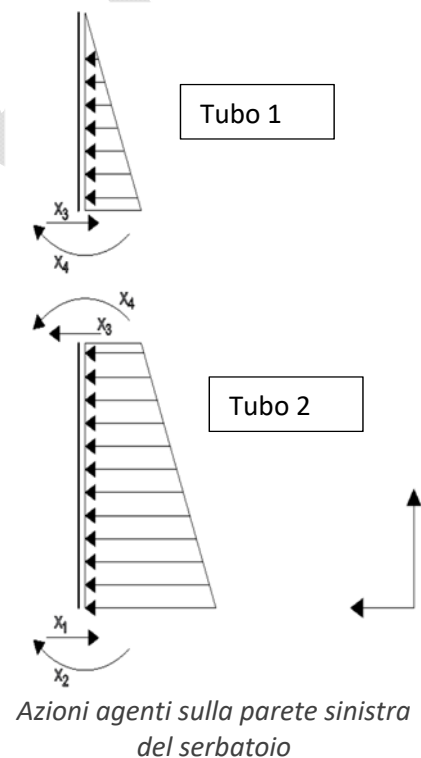
### Equazioni di congruenza

Il sistema di equazioni da scrivere è composto da due gruppi di due equazioni, infatti si scrivono due equazioni per imporre spostamenti e rotazioni nulle alla base del tubo, e altre due equazioni per imporre la congruenza all'attacco tra le due sezioni. Ipotizzando di guardare la parete sinistra del tubo:

$$\begin{aligned} +x_1 w_F^2 + x_2 w_C^2 + w_p^2 &= 0 \\ +x_1 \phi_F^2 + x_2 \phi_C^2 + \phi_p^2 &= 0 \\ -x_3 w_F^1 + x_4 w_C^1 + w_p^1 &= x_3 w_F^2 + x_4 w_C^2 + w_p^2 \\ +x_3 \phi_F^1 - x_4 \phi_C^1 - \phi_p^1 &= x_3 \phi_F^2 + x_4 \phi_C^2 - \phi_p^2 \end{aligned}$$

Tale sistema può essere scritto nella forma matriciale, separando il vettore delle incognite, quello dei termini noti e la matrice dei coefficienti.

$$\begin{pmatrix} w_F^2 & w_C^2 & 0 & 0 \\ \phi_F^2 & \phi_C^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_F^1 + w_F^2 & w_C^1 - w_C^2 \\ 0 & 0 & \phi_F^1 - \phi_F^2 & \phi_C^1 + \phi_C^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w_p^1 - w_p^2 \\ \phi_p^1 - \phi_p^2 \end{pmatrix}$$



Ponendo il sistema in questa forma si può osservare molto facilmente la simmetria della matrice dei coefficienti, la quale deve essere rispettata in virtù del teorema di Betti.

Tale sistema è il duale di quello che si scrive in genere per la risoluzione delle strutture, infatti il coefficiente elastico coincide proprio con la definizione di deformabilità essendo lo spostamento/rotazione indotto da una forza/coppia unitaria:

$$\underline{K} \cdot \underline{u} = \underline{F}$$

$$\underline{K}^{-1} \cdot \underline{F} = \underline{u}$$

$$\underline{D} \cdot \underline{F} = \underline{u}$$

Risolvendo il sistema nelle incognite  $\underline{F} = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}^T$  si ottiene la soluzione:

$$\{-6.54, 356.47, 0.34, 8.04\}^T$$

Dunque è possibile passare alla scrittura delle equazioni dello spostamento del tubo. In virtù della validità del principio di sovrapposizione degli effetti, lo spostamento totale del tubo sarà dato dalla somma dei singoli contributi dati dal carico e dagli enti concentrati:

$$w_{TOT} = \sum_i^{n_{soll}} w_i$$

Dove il generico spostamento si scrive come:

$$w(z) = C e^{-\alpha z} \text{sen}(\alpha z + \psi)$$

Ricordando che i coefficienti elastici sono ricavati per un ente sollecitante posto alla base del tubo e quindi nello zero del sistema di riferimento, si deve porre particolare attenzione nella scrittura degli spostamenti. Infatti quando gli enti sollecitanti sono posti nello zero del sistema la variabile dello spostamento sarà concorde con l'asse del tubo ( $z$ ), quando invece l'ente sollecitante è posto ad una distanza  $L$  dallo zero del sistema la variabile di spostamento sarà opposta e traslata rispetto allo zero ( $L - z$ ).

$$w(L - z) = C e^{-\alpha(L-z)} \text{sen}(\alpha(L - z) + \psi)$$

Per il caso in esame i singoli contributi si scrivono come:

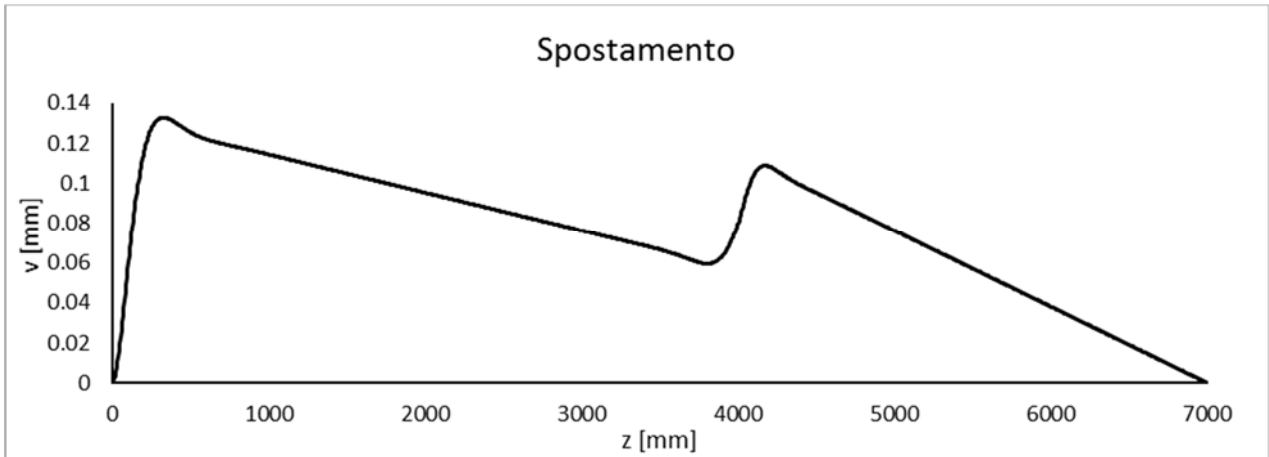
**Tubo 1 :**  $w_1(z) = w_p(z) + w_{x_3}(z) + w_{x_4}(z)$

$$w_1 = x_3 \left( \frac{1}{2\alpha_1^3 D_1} e^{-\alpha_1 z} \text{Sin} \left[ \alpha_1 z + \frac{\pi}{2} \right] \right) + x_4 \left( \frac{1}{\sqrt{2}\alpha_1^2 D_1} e^{-\alpha_1 z} \text{Sin} \left[ \alpha_1 z + \frac{3\pi}{4} \right] \right) + \frac{\gamma(L_1 - z)}{\beta_1}$$

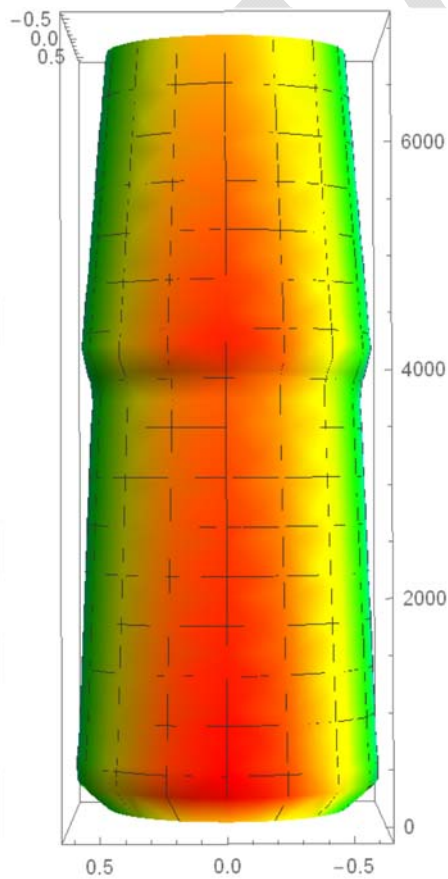
**Tubo 2 :**  $w_2(z) = w_p(z) + w_{x_1}(z) + w_{x_2}(z) + w_{x_3}(L - z) + w_{x_4}(L - z)$

$$\begin{aligned} w_2 = & x_1 \left( \frac{1}{2\alpha_2^3 D_2} e^{-\alpha_2 z} \text{Sin} \left[ \alpha_2 z + \frac{\pi}{2} \right] \right) + x_2 \left( \frac{1}{\sqrt{2}\alpha_2^2 D_2} e^{-\alpha_2 z} \text{Sin} \left[ \alpha_2 z + \frac{3\pi}{4} \right] \right) \\ & + x_3 \left( \frac{1}{2\alpha_2^3 D_2} e^{-\alpha_2(L_2 - z)} \text{Sin} \left[ \alpha_2(L_2 - z) + \frac{\pi}{2} \right] \right) \\ & + x_4 \left( \frac{1}{\sqrt{2}\alpha_2^2 D_2} e^{-\alpha_2(L_2 - z)} \text{Sin} \left[ \alpha_2(L_2 - z) + \frac{3\pi}{4} \right] \right) + \frac{\gamma(L_1 + L_2 - z)}{\beta_2} \end{aligned}$$

Esempio di calcolo di serbatoio cilindrico a spessore variabile con coefficienti elastici



*Spostamento del tubo in acciaio*



*Mappa degli spostamenti del serbatoio*

## Sollecitazioni

Valutati gli spostamenti si può passare al calcolo delle sollecitazioni. All'interno della struttura si instaura oltre ad un regime di tensione membranale che viene schematizzato nel modello come lo sforzo normale che deforma gli anelli, un regime di tensioni tangenziali ed un regime flessionale

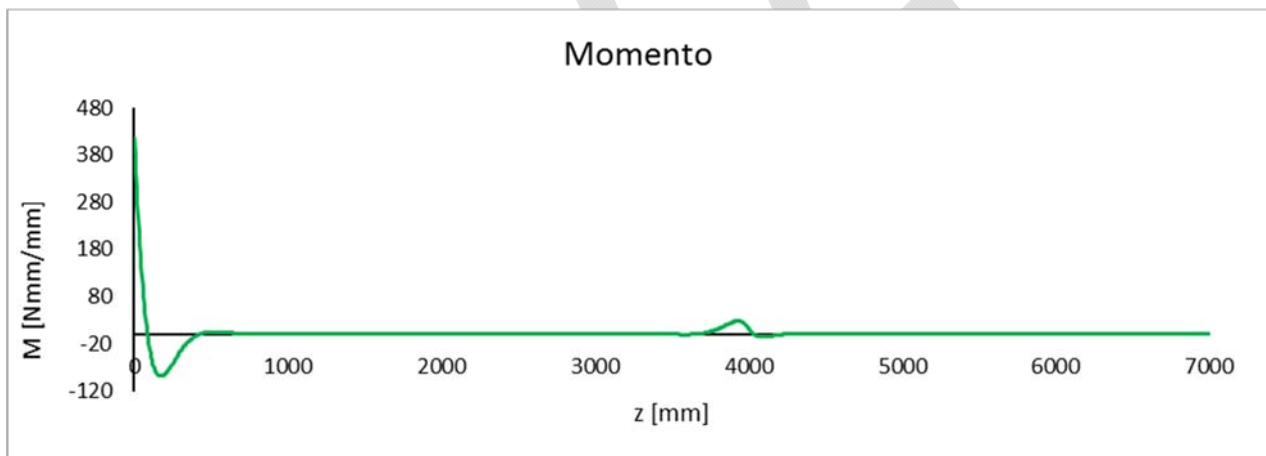
nelle fibre longitudinali. Gli sforzi all'interno delle fibre longitudinali, sono in genere nulli lungo il tubo, ma assumono valori diversi da zero in prossimità dei punti di applicazione delle forze e delle coppie concentrate.

### Fibre Longitudinali

Nelle fibre longitudinali vi sono gli effetti delle forze applicate nei punti estremi dei tubi che ristabiliscono la congruenza. Tali forze alleggeriscono lo stato tensionale negli anelli ma contemporaneamente aggravano quello delle fibre longitudinali.

### Momento

Come si può osservare già nelle equazioni costitutive dei tubi, gli effetti degli enti concentrati si smorzano molto velocemente, mentre il carico non induce alcun effetto sul comportamento flessionale. Si può notare inoltre che le sollecitazioni alla base del tubo sono molto più grandi di quelle che si hanno nella parte del cambio delle spessori. Tale effetto è dovuto al fatto che nella sezione di attacco il sia l'elemento superiore che quello inferiore possono spostarsi e ruotare a differenza di quanto accade nella sezione d'incastro alla base.

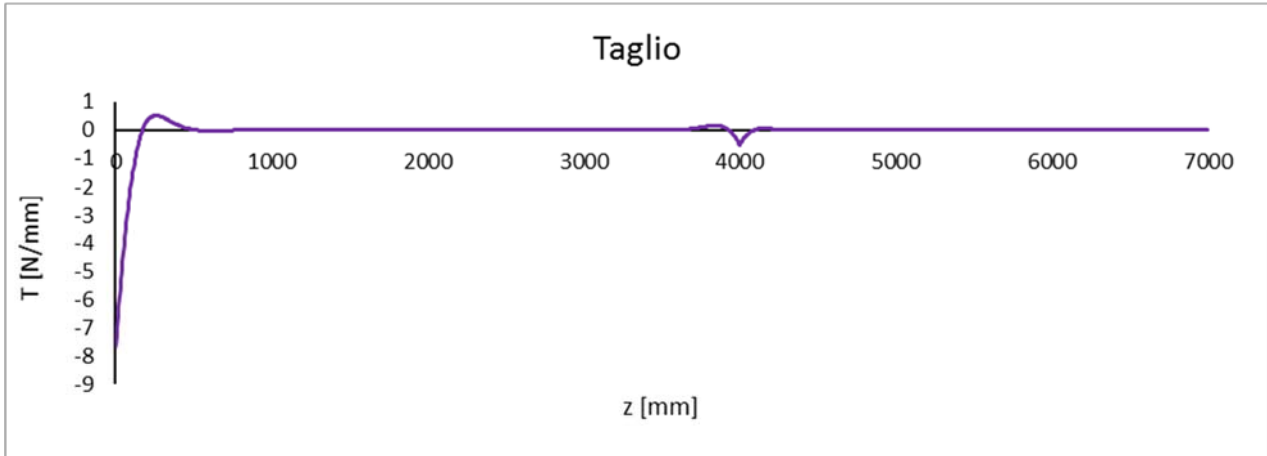


*Momento flettente nelle fibre longitudinali*

All'attacco tra i due elementi le entità delle sollecitazioni dipendono dal rapporto tra le rigidità delle sezioni, mentre nella sezione d'incastro la sollecitazione dipende dalla rigidità della sezione e dal carico applicato sul fondo.

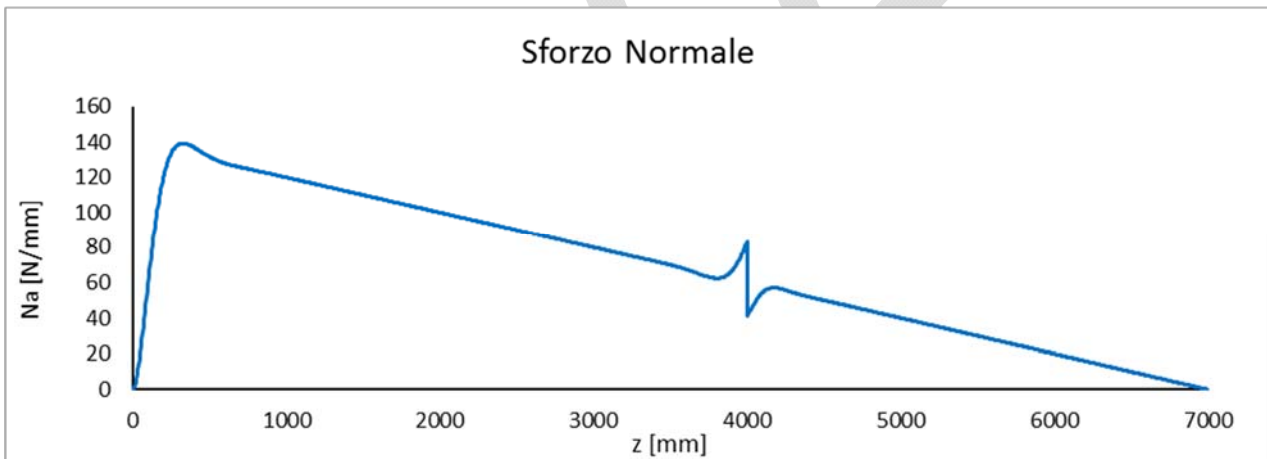
## Taglio

Anche in questo caso si può osservare il forte smorzamento degli effetti taglienti e il grande rapporto tra le sollecitazioni nella sezione di incastro e nella sezione d'attacco.



*Taglio nelle fibre longitudinali*

## Fibre Trasversali (Anello)



*Sforzi normali negli anelli*

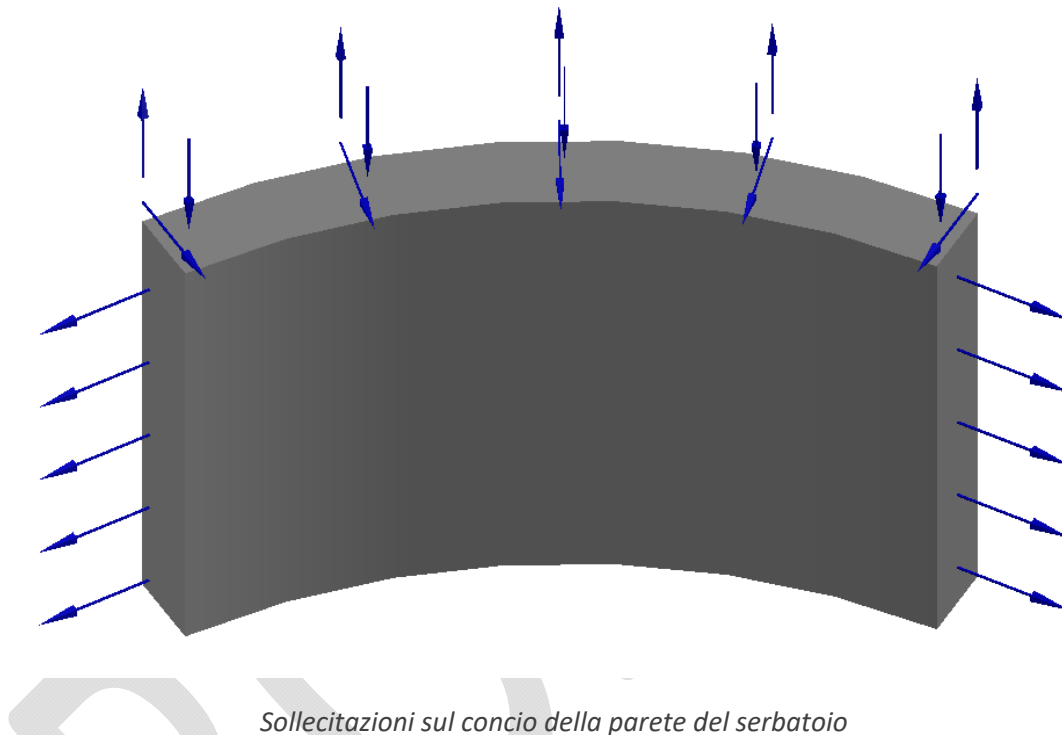
Lo sforzo normale negli anelli è direttamente proporzionale allo spostamento, e può essere calcolato moltiplicando per lo spessore ed il modulo elastico e dividendo per il raggio del tubo:

$$N_a = \frac{w}{R} \cdot E \cdot 1 \cdot s$$

Si può notare dal grafico precedente che lo sforzo normale ha una discontinuità: tale salto è dovuto alla brusca variazione dello spessore. In prossimità della sezione d'attacco le forze che ristabiliscono la congruenza (x3 e x4) sul tubo inferiore agiscono in modo tale da dilatare l'anello, mentre sul tubo superiore lo contraggono. Nell'esempio analizzato lo sforzo normale passando dalla sezione a spessore maggiore a quella di spessore minore subisce un dimezzamento.

## Progetto e verifica: Approccio tensionale

Come già detto lo stato tensionale all'interno del tubo può essere visto come la somma dello stato tensionale indotto dalle dai momenti flettenti e dai tagli generati dalle forze concentrate e dallo stato tensionale membranale indotto dalla presenza dei carichi distribuiti. Tale condizione di sollecitazione può risultare scomoda da verificare utilizzando un approccio alle forze, quindi è consigliabile procedere con un approccio alle tensioni. Nell'immagine seguente sono rappresentate le tensioni che sollecitano un elemento infinitesimo della parete del serbatoio.



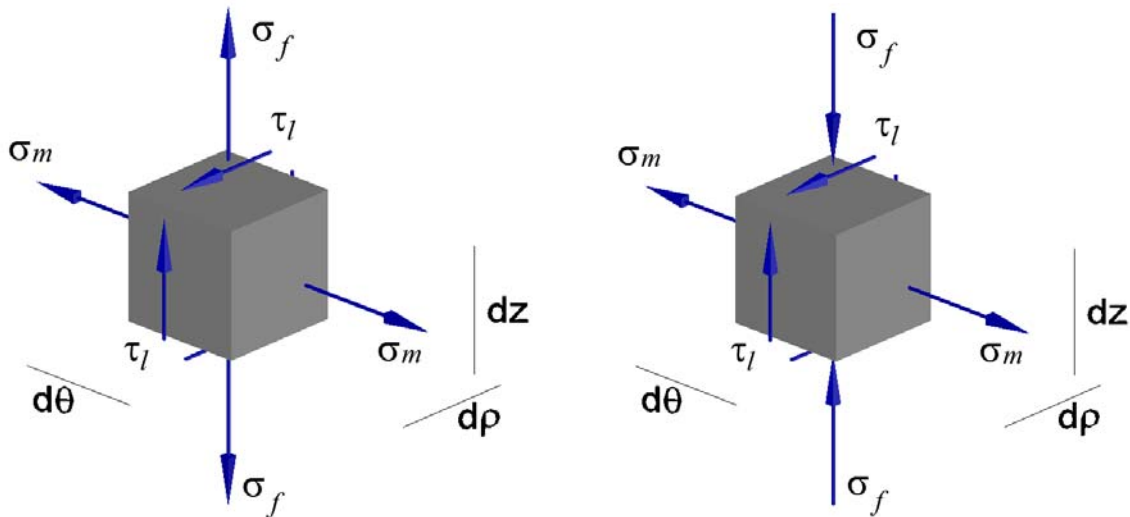
Prese in esame le sezioni caratteristiche, ossia quelle in cui si raggiungono i valori massimi delle sollecitazioni, bisognerebbe verificare sia la parte compressa sia quella tesa della fibra longitudinale. La verifica di quella compressa però può essere omessa in quanto il taglio riduce la tensione di compressione generata dalla sollecitazione flettente.

Come già fatto per ricavare le equazioni costitutive del tubo, lo stato tensionale indotto dal sistema carichi-reazioni può essere rappresentato più facilmente rispetto ad un sistema di coordinate cilindrico.

La verifica alle tensioni può essere effettuata mediante un criterio di resistenza come quello di Henky – Von Mises. Per effettuare la verifica di resistenza si dovrebbero valutare le tensioni principali le quali possono essere valutate in maniera rigorosa ricavando gli autovalori del tensore delle tensioni associato  $\underline{T}$  che per il tubo assume la forma:

$$\underline{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & \tau_l \\ 0 & \tau_l & \sigma_f \end{pmatrix}$$

Esempio di calcolo di serbatoio cilindrico a spessore variabile con coefficienti elastici



Stato tensionale in zona tesa e in zona compressa.

Le tensioni principali invece possono essere valutate a partire dal polinomio caratteristico:

$$\sigma_{I,II,III} = \det(\underline{T} - \lambda \underline{I}) = 0$$

Note le tensioni principali, e nota la resistenza del materiale, è possibile applicare il criterio di resistenza e quindi verificare la disuguaglianza:

$$\sqrt{\frac{1}{2} (\sigma_I - \sigma_{II})^2 + \frac{1}{2} (\sigma_I - \sigma_{III})^2 + \frac{1}{2} (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2} < \sigma_y$$

Osservando il tensore delle tensioni si può notare facilmente che esprimendo il problema in coordinate cilindriche si perviene alla scrittura di un tensore per cui risulta  $\det \underline{T} = 0$ . Tale proprietà implica che lo stato di sforzo debba essere necessariamente piano, quindi è possibile evitare il calcolo delle tensioni principali ed utilizzare la formulazione (Eurocodice 3 parte 4-3):

$$\sqrt{\sigma_f^2 + \sigma_m^2 - (\sigma_f \sigma_m) + 3\tau_l^2} < \sigma_y$$

Di seguito viene esposto il calcolo delle componenti del tensore delle tensioni, effettuato trascurando il contributo del peso proprio delle pareti. Le tensioni membranali si valutano dividendo lo sforzo normale degli anelli per l'area su cui esso agisce (l'area della sezione trasversale dell'anello vale  $1 \cdot s$ )

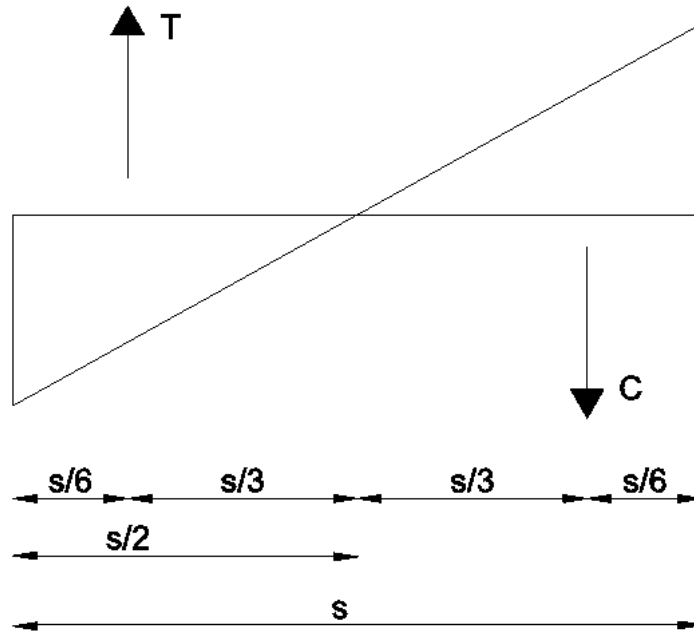
$$\sigma_m = \frac{N_a(z)}{1 \cdot s}$$

Per le tensioni tangenziali agenti sulle fibre longitudinali, a rigore bisognerebbe applicare la formula di Jourasky per ricavare la distribuzione delle tensioni. In via del tutto equivalente si ricava la tensione massima agente nella sezione in calcestruzzo che si raggiunge per una ascissa pari ad  $s/2$ , moltiplicando la tensione media per 1.5 (equivalenza tra le aree):

$$\tau_l = 1.5 \frac{V(z)}{1 \cdot s}$$

## Esempio di calcolo di serbatoio cilindrico a spessore variabile con coefficienti elastici

Per quanto riguarda invece le tensioni indotte dai momenti flettenti, bisogna far riferimento alla risultante di trazione e compressione all'interno della sezione. Poiché la sezione è in campo elastico, i momenti flettenti generano un campo di tensione lineare con lo spessore.



*Diagramma delle tensioni normali agenti sul serbatoio e risultanti di trazione e compressione*

Dalla formula di Navier si può ricavare la tensione massima agente nella sezione come rapporto tra momento sollecitante e modulo elastico:

$$\sigma_f = \frac{M(z)}{W_{el}}$$

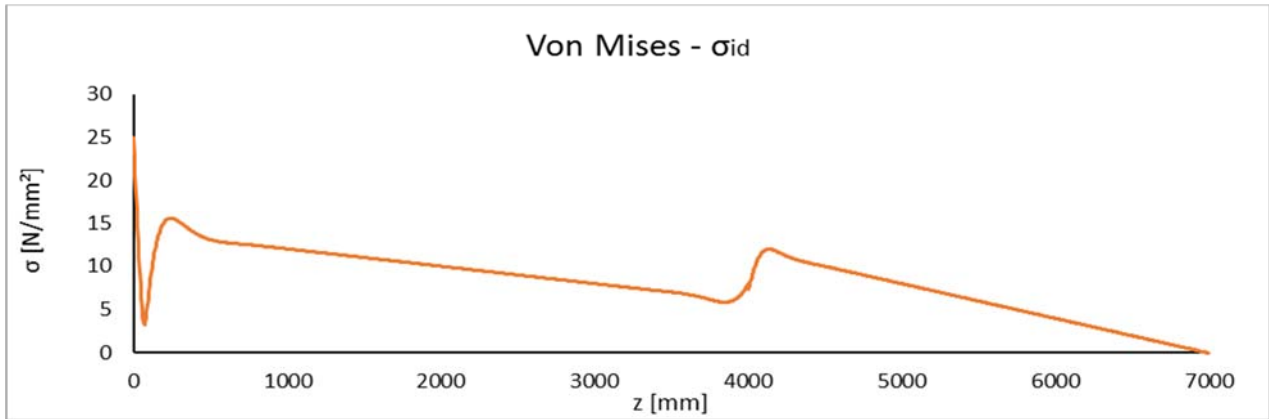
Nel caso in esame si ha dunque per la sezione caratteristica di base unitaria:

$$\sigma_f = \frac{6 M(z)}{s^2}$$

Le tensioni appena dedotte fanno riferimento ad un singolo punto all'interno del tubo, bisognerebbe verificare quindi ogni punto del tubo. Riarrangiando il criterio Von Mises, si ha:

$$\sqrt{\sigma_f^2 + \sigma_m^2 - (\sigma_f \sigma_m) + 3\tau_l^2} < \sigma_y$$

Come appena detto, tale verifica deve essere condotta per ogni punto del serbatoio. E' importante notare che nell'analisi appena condotta non viene considerato il peso proprio del tubo, ciò implica che lo stato di sollecitazione delle fibre longitudinali è di flessione pura, per questo motivo l'asse neutro è sempre baricentrico e le tensioni assumono gli stessi valori ai lembi più centrifugati.

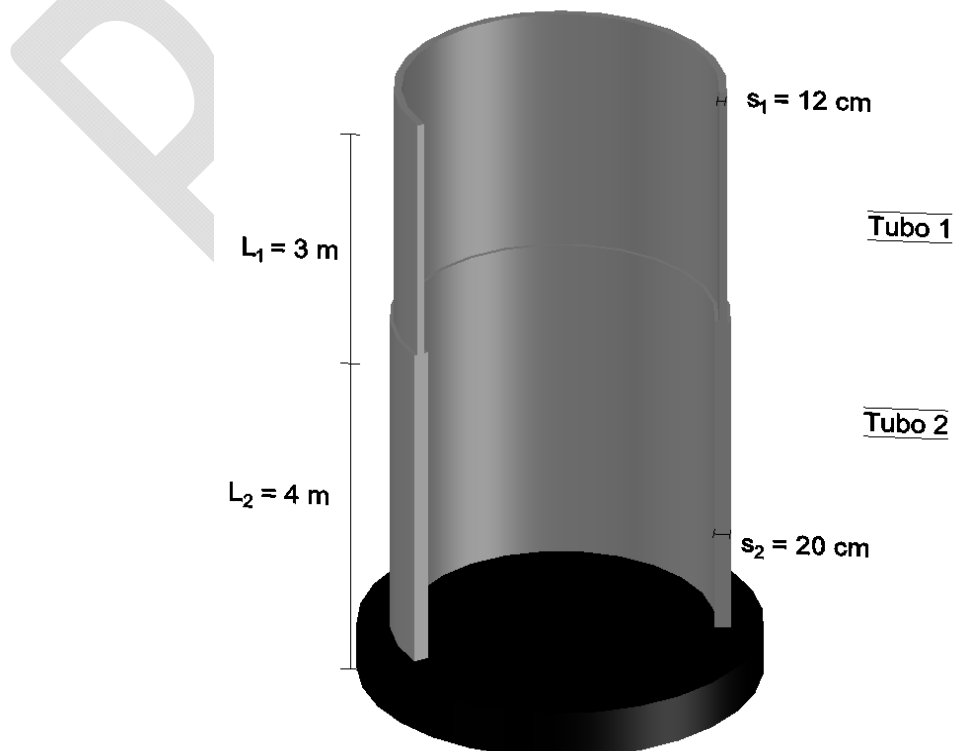


*Tensione ideale ricavata secondo il criterio di Von Mises*

I diagrammi appena esposti rappresentano l'andamento della tensione equivalente massima che si realizza all'interno della parete del tubo. Tale tensione non eccede mai i 25 MPa, valore molto inferiore della resistenza dell'acciaio che vale 223 MPa (per un S235). Se ne deduce che per serbatoi in acciaio le verifiche in stato limite di esercizio sono poco stringenti a causa della elevata rigidità del materiale.

## Serbatoi in calcestruzzo

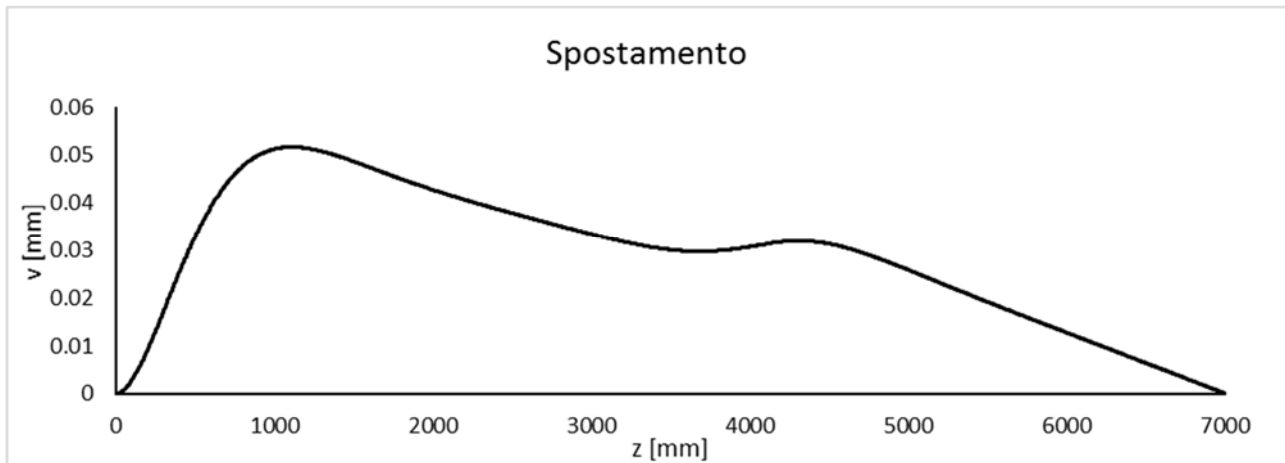
Immaginando di progettare lo stesso serbatoio utilizzando al posto dell'acciaio strutturale un conglomerato di calcestruzzo armato si otterrebbero dei risultati leggermente diversi. In primis gli spessori delle pareti del serbatoio devono aumentare fino a valori dell'ordine di grandezza della decina di centimetri. Dato la minore rigidità del materiale ci si aspetta che le sollecitazioni di trazione negli anelli scendano a causa del diverso modulo elastico del materiale.



*Geometria del serbatoio in calcestruzzo*

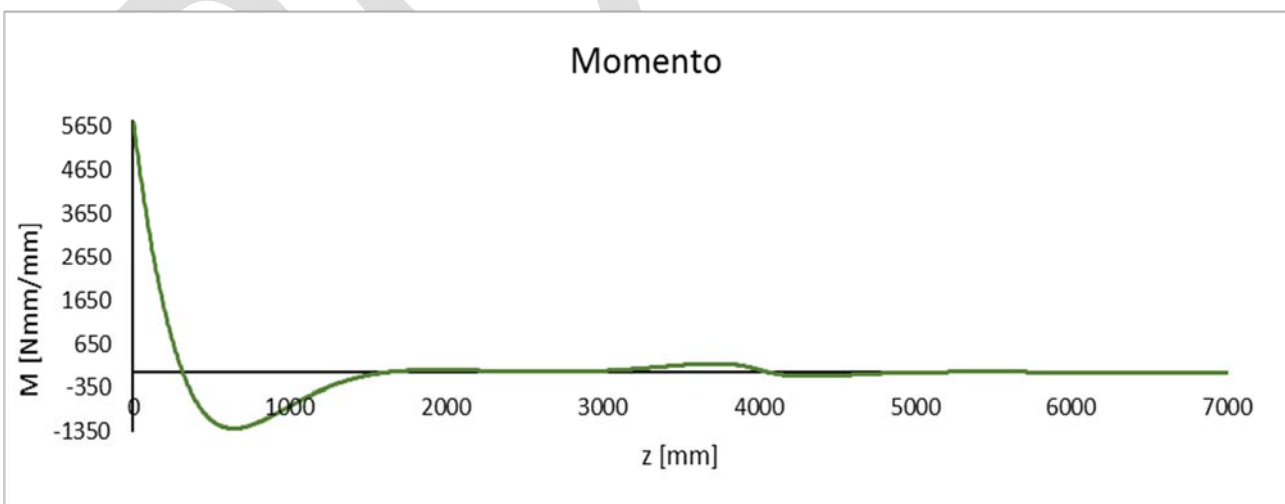
## Esempio di calcolo di serbatoio cilindrico a spessore variabile con coefficienti elastici

Si ipotizza quindi di utilizzare un calcestruzzo C25/30, caratterizzato quindi da una tensione di compressione limite pari a 25 MPa ed un modulo di rigidezza medio di 31500 MPa. Si ricorda inoltre che per il calcestruzzo, il modulo di contrazione trasversale è minore rispetto a quello dell'acciaio infatti per esso viene assunto il valore  $\nu = 0.15$ , valore dimezzato rispetto a quello dell'acciaio. Bisogna ricordare infine che le pareti del serbatoio non possono fessurare altrimenti verrebbe messa a rischio la tenuta idraulica delle pareti stesse, per questo motivo bisogna tener conto anche della resistenza a trazione del conglomerato cementizio. Effettuando di nuovo l'analisi utilizzando la teoria dei solidi bidimensionali e supponendo elastico il comportamento del materiale si ottiene la soluzione agli spostamenti:



*Spostamento della parete del serbatoio in calcestruzzo*

Analogamente a quanto fatto per il serbatoio in acciaio, a partire dalla soluzione agli spostamenti è possibile ricavare le caratteristiche della sollecitazione interna.



*Diagramma del momento flettente per il serbatoio in calcestruzzo*

Esempio di calcolo di serbatoio cilindrico a spessore variabile con coefficienti elastici

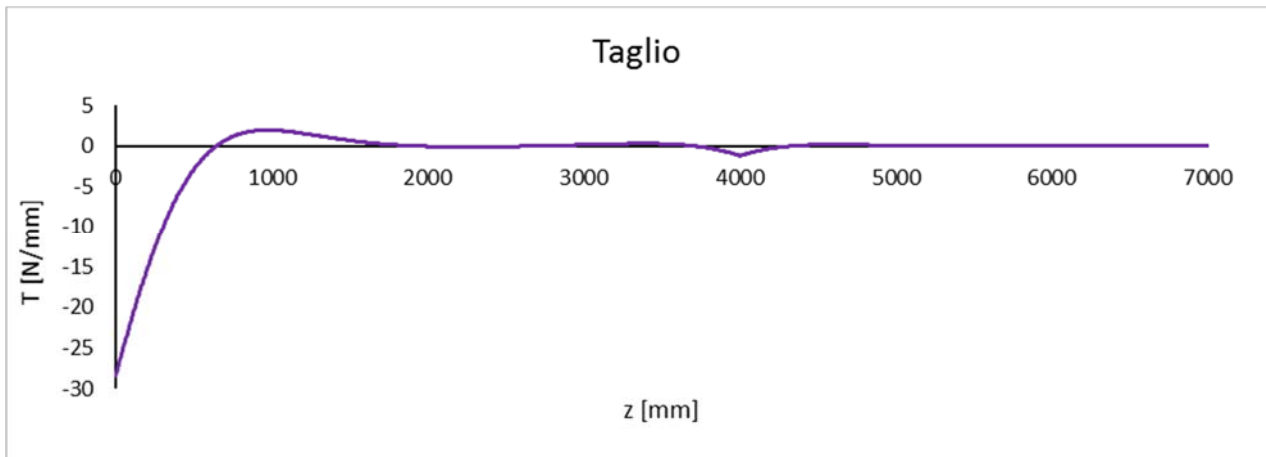


Diagramma del taglio per il serbatoio in calcestruzzo

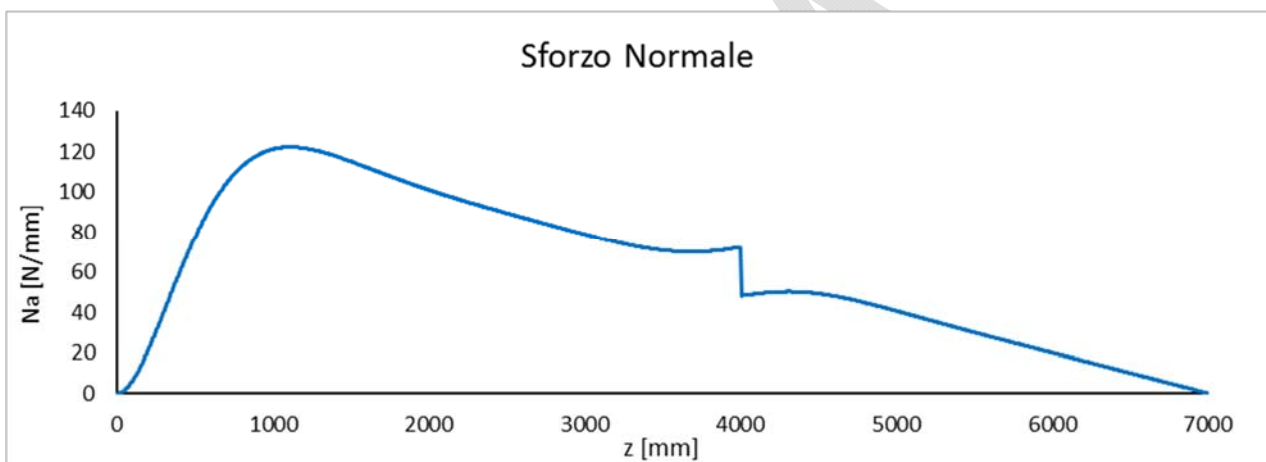


Diagramma dello sforzo normale per il serbatoio in calcestruzzo

Per quanto riguarda la verifica tensionale, in questo caso è importante limitare le tensioni a valori inferiori alla tensione limite di trazione del calcestruzzo al fine di assicurare la tenuta idraulica del serbatoio. Infatti se questa condizione non fosse rispettata si aprirebbero delle fessure nelle zone tese con conseguente danneggiamento dell'impermeabilizzazione.

classe	C20/25	C25/30	C28/35	C32/40
$f_{ck}$	20 MPa	25 MPa	28 MPa	32 MPa
$E_{cm}$	30000 MPa	31500 MPa	32300 MPa	33300 MPa
$f_{ctm}$	2.21 MPa	2.57 MPa	2.77 MPa	3.02 MPa
$f_{ctk}$	1.55 MPa	1.80 MPa	1.94 MPa	2.12 MPa

Le tensioni di trazione varia di poco al crescere della classe di resistenza

Per il calcestruzzo la resistenza a trazione di progetto vale:

$$f_{ctd} = \beta \frac{f_{ctk}}{\gamma_c}$$

Il coefficiente moltiplicativo  $\beta$  viene posto pari a 0.8 per elementi piani con spessore minore di 50 cm, pari ad 1 in tutti gli altri casi (NTC2008 §4.1.2.1.1.2). Nel caso in esame la resistenza a trazione vale:

$$f_{ctd} = 0.826 \text{ MPa}$$

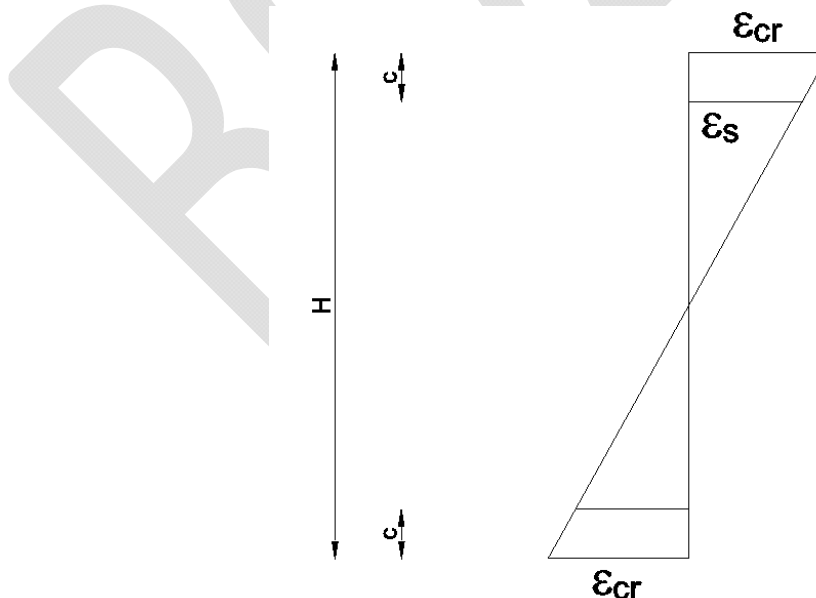
Tutti i calcoli di seguito esposti portano alla determinazione dell'area di armatura e del passo con cui essa deve esser disposta. Il passo è espresso in cm, da considerare rispetto alla linea media della parete del serbatoio.

#### Fibre Longitudinali: Flessione

Se per la tipologia strutturale in esame si procedesse come per il tubo in acciaio, quindi applicando il criterio di Von Mises a partire dalle distribuzioni delle sollecitazioni si otterrebbero risultati che non soddisfano la verifica di resistenza, inoltre non si terrebbe in conto il contributo delle armature. Bisogna allora considerare le singole fibre che costituiscono il tubo. Indipendentemente dalla fibra considerata bisogna sempre verificare che la tensione di trazione massima sia sempre inferiore a quella del limite del calcestruzzo. Per questo motivo si effettua un calcolo elastico della sezione in calcestruzzo a cui poi si aggiunge il contributo delle armature calcolato utilizzando delle tensioni minime dedotte a partire dalla curvatura di cracking. Si considera la fascia di 1 mm di calcestruzzo, una altezza totale di 200 mm ed un copriferro di 30 mm per lato.

La deformazione di cracking può essere ricavata come:

$$\varepsilon_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{E_{cm}} \rightarrow \varepsilon_{cr} = 2.753 \cdot 10^{-5}$$



*Profilo di deformazione della fibra longitudinale*

E' quindi possibile ricavare la curvatura di cracking a partire dalla deformata della sezione:

Esempio di calcolo di serbatoio cilindrico a spessore variabile con coefficienti elastici

$$\chi_{cr} = \frac{2\varepsilon_{cr}}{H} = 2.753 \cdot 10^{-7} \text{ 1/mm}$$

Che permette di determinare la deformazione dell'acciaio e la sua corrispondente tensione

$$\varepsilon_s = \chi_{cr} \left( \frac{H}{2} - c \right)$$

$$\varepsilon_s = 1.927 \cdot 10^{-5} \quad \rightarrow \quad \sigma_s = 4.04 \text{ MPa}$$

Si ricava allora l'armatura necessaria imponendo l'equilibrio tra momento sollecitante e momento resistente:

$$M_{sd} = \frac{bH^2}{6} \sigma_{cr} + A_s \sigma_s (H - 2c)$$

Che conduce a:

$$A_s = \left( M_{sd} - \frac{bh^2}{6} \sigma_{cr} \right) / [\sigma_s (H - 2c)]$$

Pervenendo in questo modo ad una armatura minima  $A_s = 0.35 \text{ mm}^2/\text{mm}$ .

Per una fascia di 20 cm e uno spessore di 20 cm, tale area convertita in tondini viene ripartita ai lembi superiore ed inferiore della sezione. Si dispongono quindi lungo tutta la circonferenza 1φ10 con passo 20 cm sia al lembo superiore che a quello inferiore. In tale analisi a vantaggio di sicurezza non è stato considerato il peso proprio del calcestruzzo.

Ripetendo la stessa procedura per la sezione superiore di spessore 12 cm si perviene ad una tensione limite dell'acciaio compatibile con la deformazione ammissibile dal calcestruzzo più bassa, in particolare:

$$\sigma_s = 3.19 \text{ MPa}$$

La tensione ammissibile dell'acciaio è minore perché la curvatura cracking aumenta.

In questo caso sarebbe sufficiente il solo contributo del calcestruzzo ma si dispone comunque, fuori calcolo, 1φ10 ogni 10 cm.

Fibre Longitudinali: Taglio

Per valutare la capacità tagliante delle fibre longitudinali, tenendo conto del fatto che il serbatoio è costituito da elementi bidimensionali, si può procedere con la formula per elementi non armati a taglio (NTC2008 § 4.1.2.1.3.1) :

$$V_{Rd} = \left[ \frac{0.18}{\gamma_c} k (100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0.15 \sigma_{cp} \right] b_w d > (v_{min} + 0.15 \sigma_{cp}) b_w d$$

Non considerando il peso proprio del calcestruzzo e una percentuale di armatura longitudinale dello 0.035 si perviene a:

$$V_{Rd} = 181.12 \frac{N}{mm} > V_{Rdmin} = 84.14 \frac{N}{mm}$$

a cura di Ing. Antonio Bilotta & Ing. Alberto Compagnone

Dove entrambi i valori sono molto maggiori del taglio sollecitante che si aggira intorno a 30 N/mm. Per questo motivo la verifica è ampiamente soddisfatta.

#### Fibre Trasversali: Sforzo Normale

Per quanto riguarda gli anelli, si può procedere effettuando il calcolo della sezione omogeneizzata, oppure considerare che lo sforzo normale sia interamente assorbito dalle armature. Lo sforzo normale massimo negli anelli della sezione inferiore si aggira intorno ai 120 N/mm, quindi con riferimento alla fascia di  $b=1\text{mm}$ , lo sforzo sollecitante vale 12 KN. Tale sforzo deve essere assorbito dalle barre senza che esse si deformino dando luogo alle fessure nel calcestruzzo. Per tale motivo bisogna in primis valutare la tensione massima di lavoro dell'acciaio a partire dalla tensione massima di trazione del calcestruzzo:

$$\sigma_{cr}^{CLS} = 0.826 \text{ MPa} \rightarrow \varepsilon_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{E_{cm}} = 2.753 \cdot 10^{-5}$$

Dunque la tensione massima di lavoro dell'acciaio vale:

$$\sigma_{max}^{Acc} = E_a \cdot \varepsilon_{cr} = 5.78 \text{ MPa}$$

Considerando quindi le tensioni corrispondenti agli stessi livelli di deformazione si può scrivere l'equilibrio alla traslazione della sezione. Non considerando il contributo del calcestruzzo, si perviene alla formulazione:

$$N_a = A_s \sigma_{max}^{Acc}$$

$$A_s = \frac{N_a}{\sigma_{max}^{Acc}} = 20 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Viceversa considerando il contributo del calcestruzzo teso, l'equilibrio diventa:

$$N_a = b s \sigma_{cr}^{CLS} + A_s \sigma_{max}^{Acc}$$

Da cui è possibile ricavare l'area di armatura:

$$A_s = \frac{(N_a - b s \sigma_{cr}^{CLS})}{\sigma_{max}^{Acc}}$$

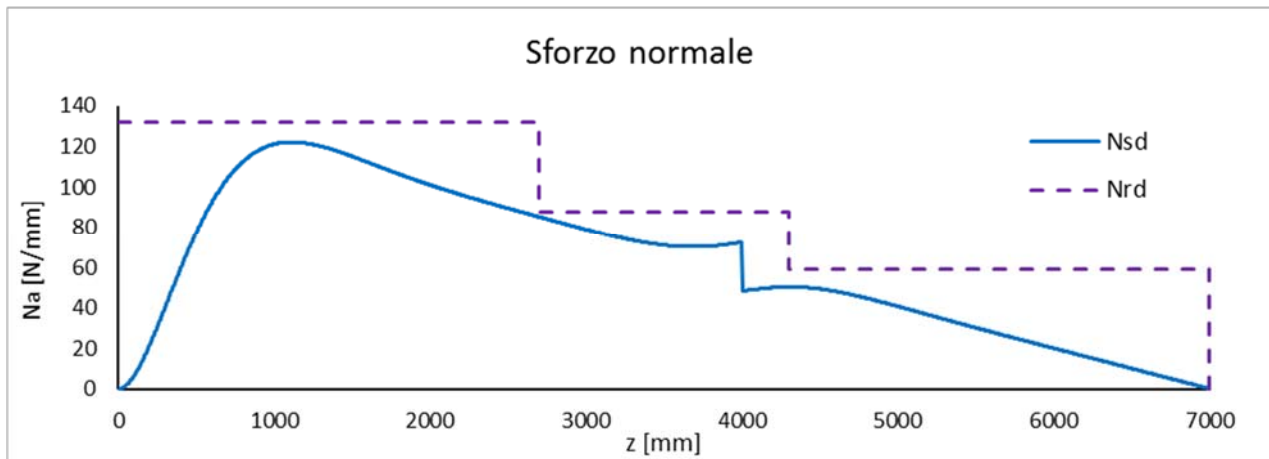
L'equilibrio scritto precedentemente equivale a quello della sezione omogeneizzata per  $n \cong 7$ , se si tiene anche conto in maniera semplificata degli effetti a lungo termine si può scrivere adottando un coefficiente di omogeneizzazione pari a 15:

$$A_s = \frac{\left( \frac{N_a}{f_{ctd}} - b s \right)}{n}$$

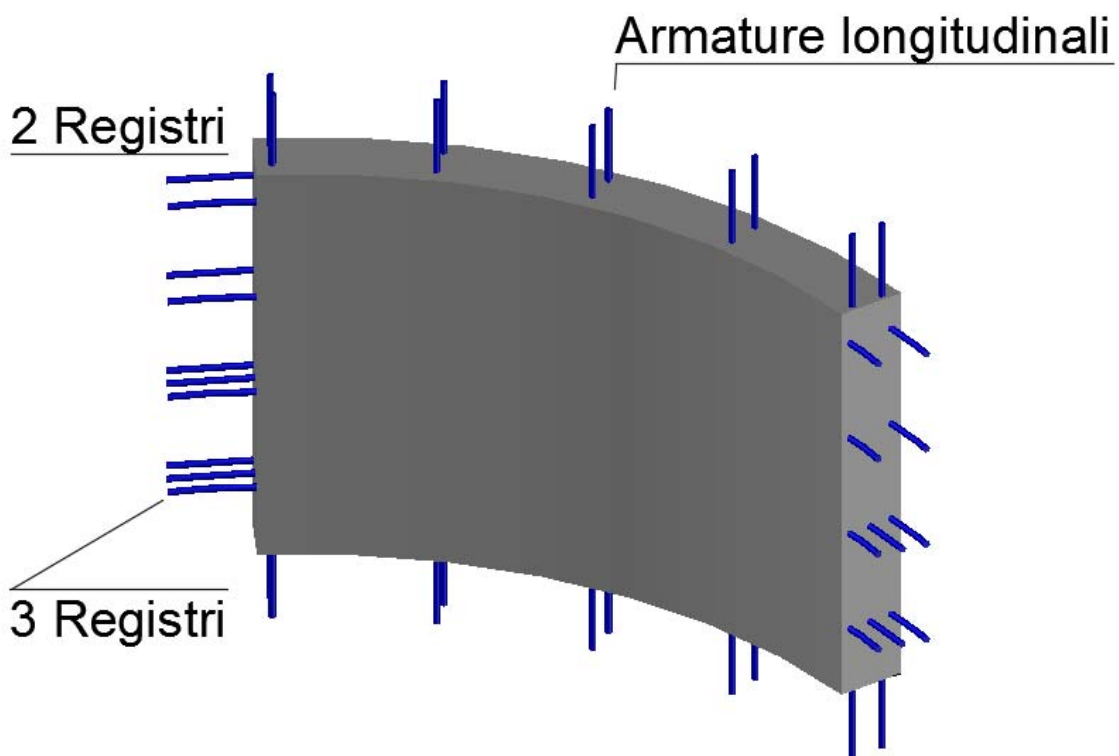
Considerando il contributo del calcestruzzo teso è possibile che il serbatoio non necessiti di armature trasversali per le condizioni di esercizio.

Poiché l'armatura necessaria è di  $20 \text{ mm}^2/\text{mm}$  nella parte più sollecitata, si sceglie di disporre le armature trasversali nel modo seguente:

- 3 registri di anelli  $\phi 22$  con passo 5 cm dal livello del terreno fino a quota 2.7 m;
- 2 registri di anelli  $\phi 20$  con passo 5 cm da quota 2.7 m a quota 4.3 m;
- 2 registri di anelli  $\phi 18$  con passo 5 cm da quota 4.3 m a quota 7 m.



*Sforzo normale resistente e sollecitante*



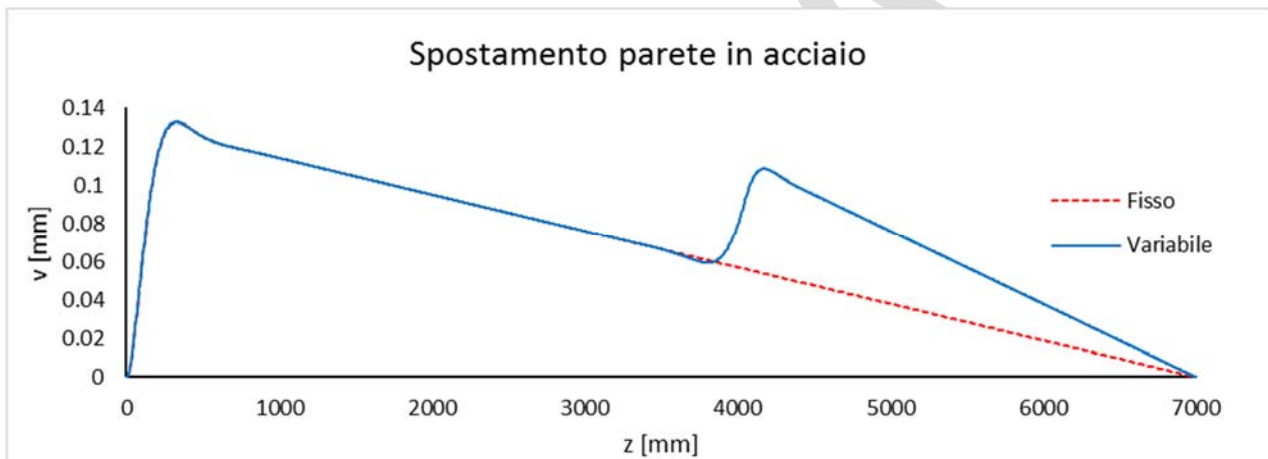
*Disposizione delle armature nella parete*

## Confronti

Di seguito sono illustrati alcuni confronti tra le soluzioni ottenute mediante l'impiego dei due diversi materiali acciaio e calcestruzzo ed un confronto tra gli spostamenti per il serbatoio a spessore variabile con lo spostamento di un serbatoio dove lo spessore della parete è uguale a quello di base del serbatoio a spessore variabile lungo tutta l'altezza.

## Geometria

Confrontando le soluzioni che si ottengono per il serbatoio a spessore fisso con quello relativo allo spessore variabile si ottengono valori di spostamento uguali nelle zone dove gli spessori sono uguali:



Confronto tra serbatoio a spessore fisso e a spessore variabile

Tale effetto è dovuto al fatto che il modello adottato è quello di tubo lungo, quindi nelle zone lontane dalla sezione di attacco del tubo si ottengono spostamenti uguali perché le sollecitazioni localmente sono uguali.

## Materiali

Il differente comportamento dei materiali influisce oltre che sui metodi di progetto, come visto in precedenza, anche sulle caratteristiche della sollecitazione interna.

Per quanto riguarda gli spostamenti, il massimo valore attinto dal serbatoio in calcestruzzo diminuisce passando da 0.14 mm a 0.05 mm a causa della maggiore rigidità della sezione, tale effetto si ripercuote però direttamente sulla sollecitazione.

Confrontando le soluzioni dei serbatoi appena analizzati si nota che per quello costituito da calcestruzzo le parti sinusoidali dello spostamento sono differenti sia per frequenza che per smorzamento. Tale effetto è dovuto alla variazione del parametro  $\alpha$  che governa sia lo smorzamento che la frequenza della sinusoide:

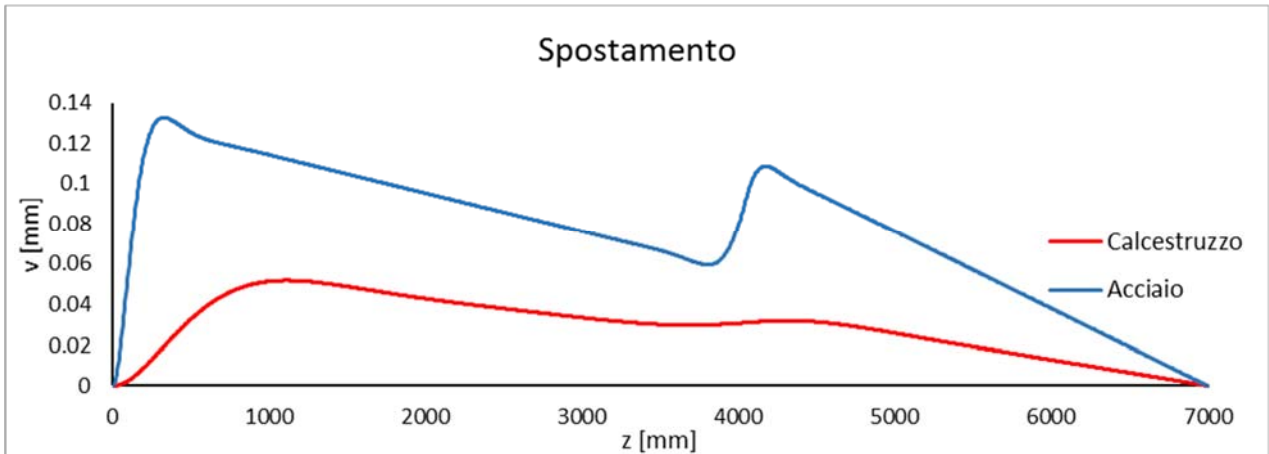
$$w(z) = C e^{-\alpha z} \text{sen}(\alpha z + \psi)$$

Dove la frequenza e lo smorzamento dipendono dall'ascissa  $z$  e dal parametro:

Esempio di calcolo di serbatoio cilindrico a spessore variabile con coefficienti elastici

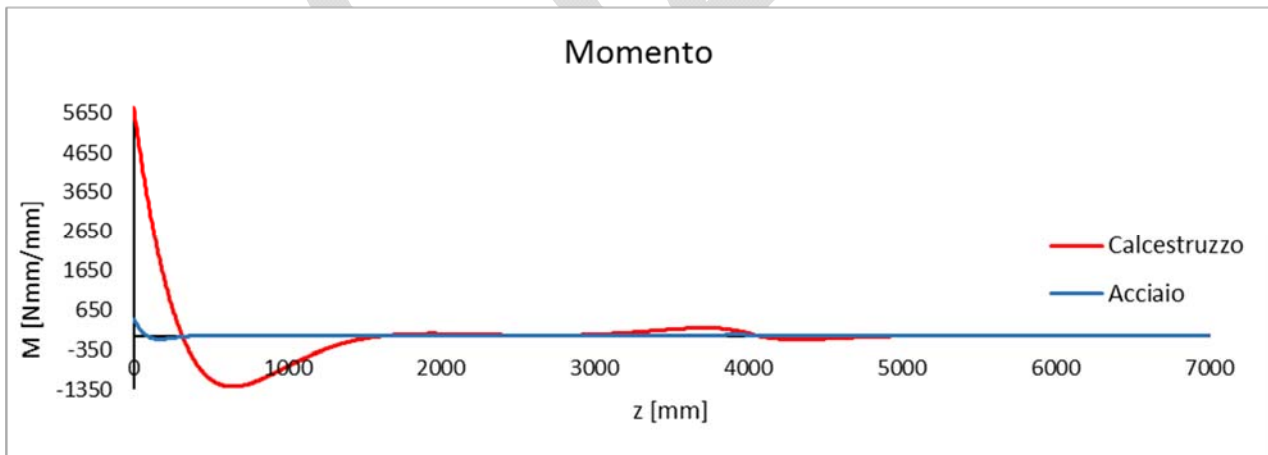
$$\alpha = \frac{\sqrt[4]{3 \cdot (1 - \nu^2)}}{\sqrt{R \cdot s}}$$

Il serbatoio in calcestruzzo è caratterizzato da un coefficiente  $\alpha$  molto minore di quello relativo al serbatoio in acciaio, quindi lo smorzamento della sinusoide è molto più tenue. Per cui smorzamenti piccoli inducono spostamenti più piccoli e più dolcemente distribuiti.



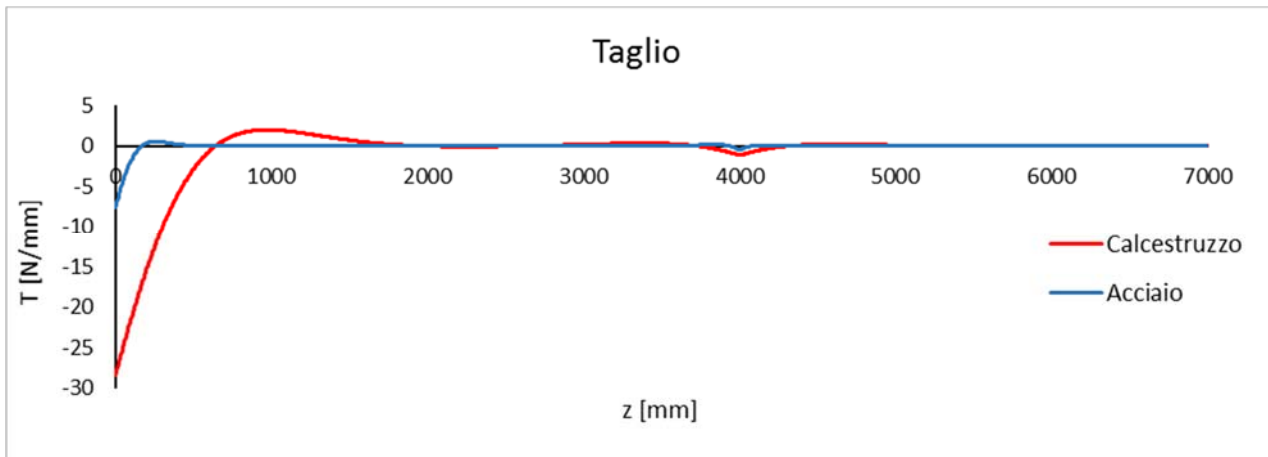
Confronto tra spostamento del serbatoio in acciaio e spostamento del serbatoio in calcestruzzo

Dal punto di vista statico, la rigidità maggiore della sezione fa aumentare la sollecitazione interna, osservando infatti il confronto tra le sollecitazioni delle fibre longitudinali dei due serbatoio si nota come il serbatoio in calcestruzzo sia sottoposto a stress molto maggiori di quello costituito da acciaio:

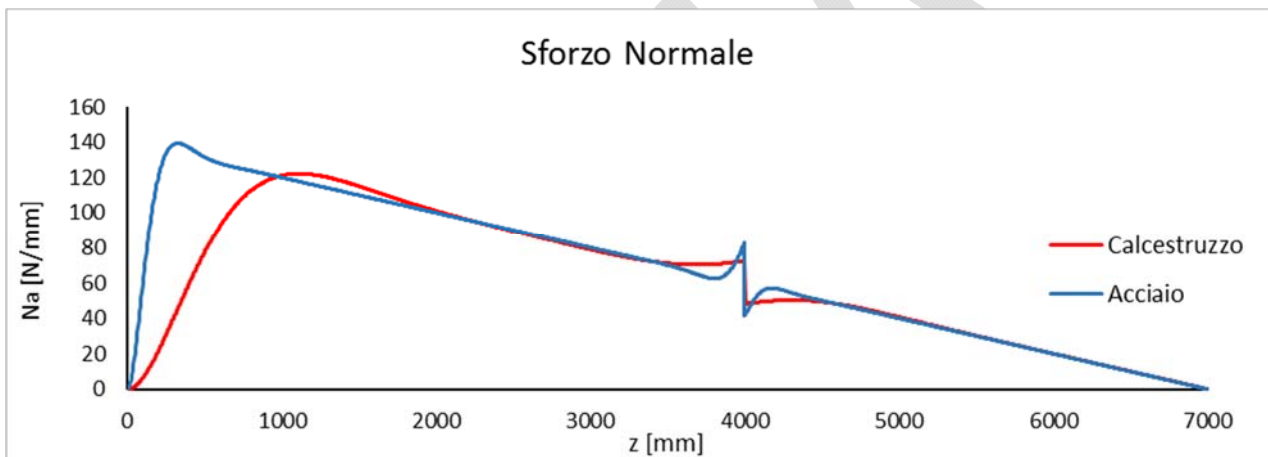


Confronto tra le sollecitazioni flettenti

Esempio di calcolo di serbatoio cilindrico a spessore variabile con coefficienti elastici



*Confronto tra le sollecitazioni taglianti*



*Confronto tra gli sforzi normali negli anelli*

E' importante osservare dai confronti tra le caratteristiche della sollecitazione interna che per il serbatoio in calcestruzzo la maggiore sollecitazione delle fibre longitudinali causa una diminuzione degli sforzi normali negli anelli.

Le pareti del serbatoio in calcestruzzo a causa della limitazione sulla fessurazione viene fortemente sovradimensionate a causa della scarsa deformazione ammissibile per il calcestruzzo in trazione, infatti la tensione a cui viene fatto lavorare l'acciaio è circa il 2% del suo limite di snervamento.