

Quattro livelli di confidenza comunemente utilizzati

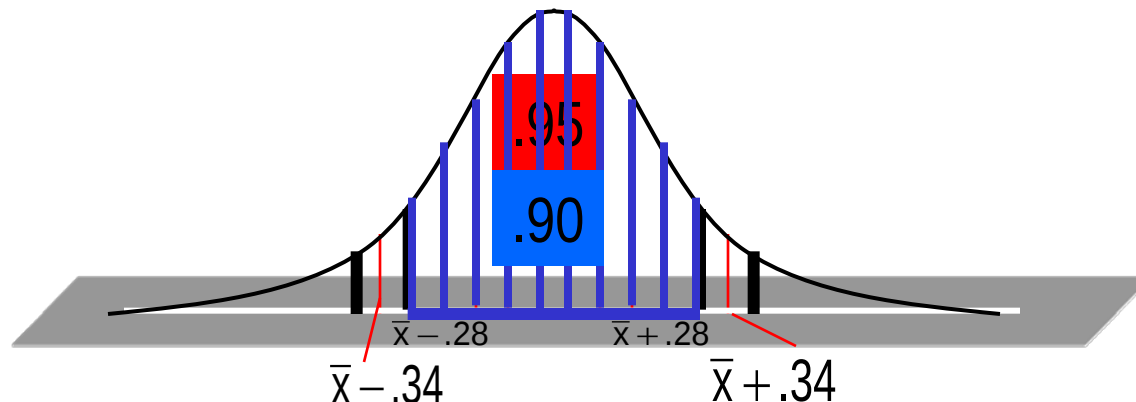
Livello di confidenza	α	$\alpha/2$	$z_{\alpha/2}$
0.90	0.10	0.05	1.645
0.95	0.05	0.025	1.96
0.98	0.02	0.01	2.33
0.99	0.01	0.005	2.575

- Si stimi il valore medio della distribuzione risultante dal lancio di un dado non truccato. E' noto che $\sigma = 1.71$. Si utilizzi un livello di confidenza del 90%, e 100 lanci ripetuti del dado.
- Soluzione: L'intervallo di confidenza è $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} =$
 $= \bar{x} \pm 1.645 \frac{1.71}{\sqrt{100}} = \bar{x} \pm .28$

- Si ricalcoli l'intervallo di confidenza per un livello del 95%.

- Soluzione: $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{x} \pm 1.96 \frac{1.71}{\sqrt{100}} = \bar{x} \pm .34$

- Ampiezza dell'intervallo di confidenza al 90% = $2(.28) = .56$
Ampiezza dell'intervallo di confidenza al 95% = $2(.34) = .68$
- Essendo l'intervallo al 95% più ampio, la sua probabilità di includere il valore di μ è maggiore.



- Esempio

- Il numero ed il genere di programmi televisivi e spot pubblicitari indirizzati ai bambini è influenzato dal numero di ore trascorso dai bambini a guardare la TV.
- Si è condotta un'indagine su 100 bambini dell'America del Nord, nella quale si chiedeva di registrare il numero di ore settimanali trascorse a guardare la TV.
- La deviazione standard nella popolazione è nota essere $\sigma = 8.0$
- Si stimi il tempo di visione della TV con un livello di confidenza del 95%.

- Soluzione

- Il parametro da stimare è μ , il tempo medio di visione delle TV per settimana per bambino (per tutti i bambini americani).
- Occorre calcolare l'intervallo di confidenza per μ .
- La media campionaria è:

$$\bar{x} = 27.191.$$

$$\begin{aligned} \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} &= 27.191 \pm z_{.025} \frac{8.0}{\sqrt{100}} && \begin{array}{l} 1 - \alpha = .95, \alpha = .05. \\ \text{Per cui } \alpha/2 = .025. \quad Z_{.025} = 1.96 \end{array} \\ &= 27.191 \pm 1.96 \frac{8.0}{\sqrt{100}} = 27.191 \pm 1.57 = [25.621, 28.761] \end{aligned}$$

- Esempio

- Per abbassare i costi delle scorte, la Doll Computer vuole implementare un modello per la gestione delle scorte.
- La domanda di computer, nel tempo di risposta, si distribuisce normalmente con una deviazione standard di 50 computer.
- E' necessario conoscere la media per calcolare il livello ottimale delle scorte.
- Si stimi la domanda media nel tempo di risposta con una confidenza del 95%.

- Soluzione

- Il parametro da stimare è μ .

Lo stimatore a intervalli è: $\left[\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$

- Si registra la domanda durante 60 tempi di risposta:
514, 525,, 476.

- Si calcola la media campionaria $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{29,985}{60} = 499.75$

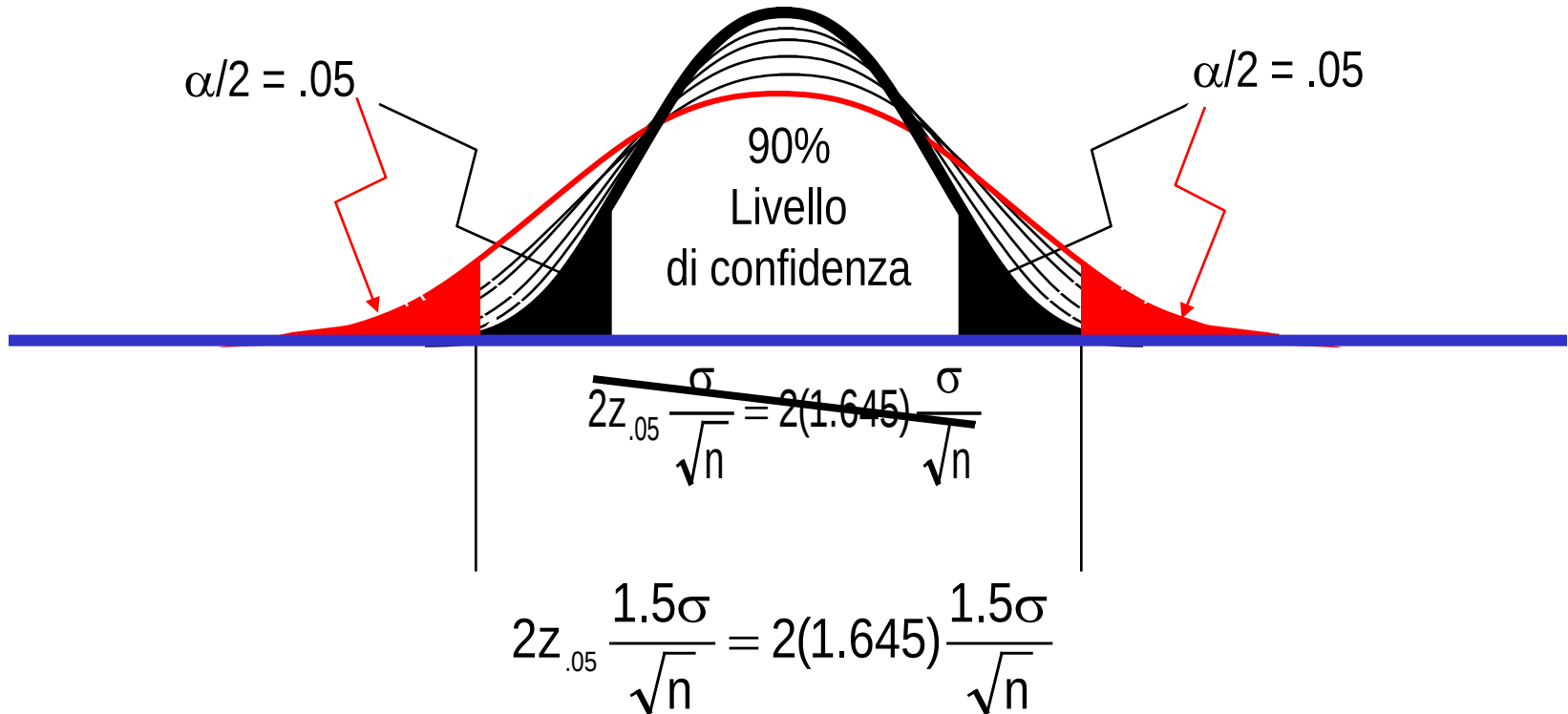
- L'intervallo di confidenza al 95% è:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 499.75 \pm 1.96 \frac{50}{\sqrt{60}} = 499.75 \pm 12.65 = [487.1, 512.4]$$

L'ampiezza dell'intervallo è funzione di:

- deviazione standard della popolazione
- livello di confidenza
- numerosità campionaria.

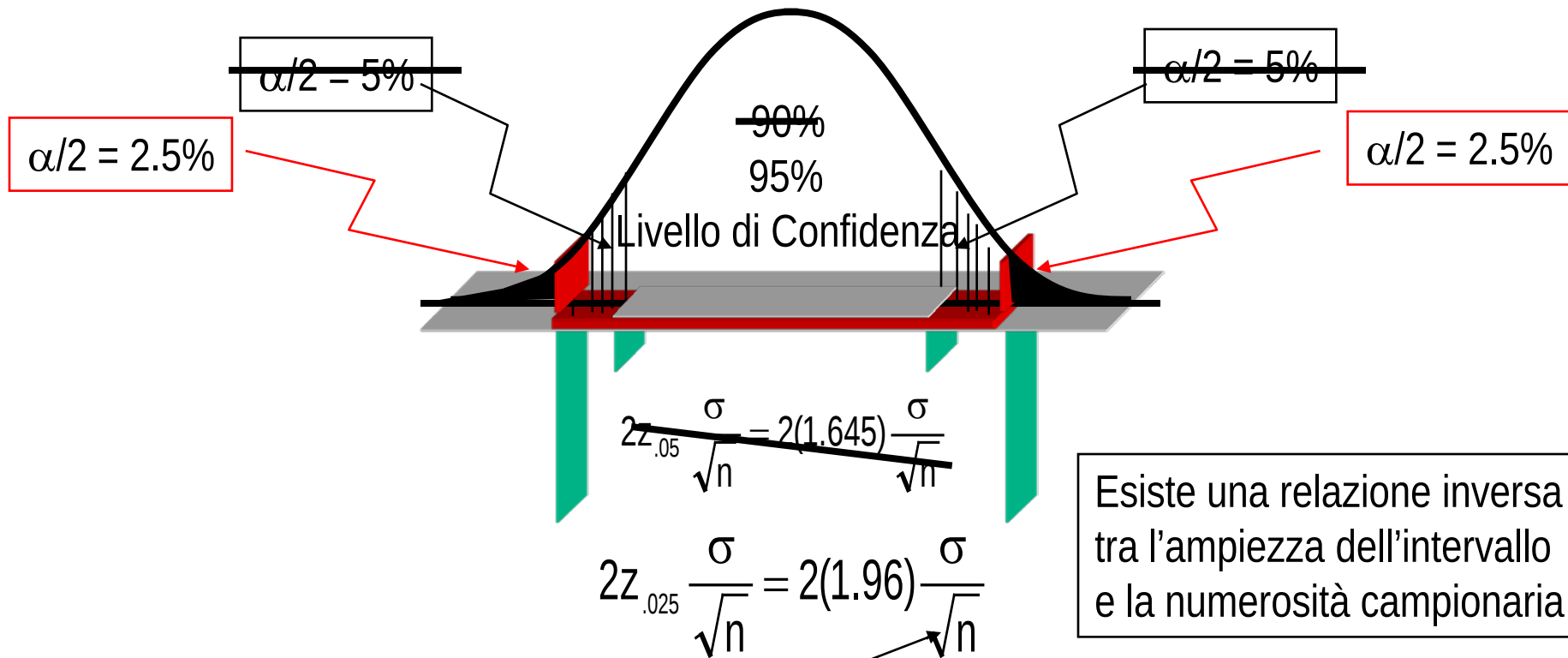
Si assumi che la deviazione standard
sia aumentata del 50%.



Per mantenere un certo livello di confidenza,
l'adattamento ad una variabilità maggiore
richiede un intervallo di confidenza più ampio.

L'aumento del livello di confidenza produce un intervallo più ampio

Incrementiamo il livello di confidenza dal 90% al 95%.

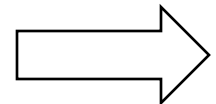


L'incremento della numerosità campionaria produce una diminuzione dell'ampiezza dell'intervallo con un livello di confidenza invariato.

Scelta della numerosità campionaria

- Possiamo controllare l'ampiezza dell'intervallo cambiando la numerosità campionaria.
- In tal senso, stabiliamo prima l'ampiezza desiderata e poi deriviamo la numerosità campionaria necessaria.
- La frase “stimare la media entro W unità”, si traduce in un intervallo della forma:

$$\overline{X} \pm W$$



- La numerosità campionaria richiesta per stimare la media è

$$n = \left[\frac{z_{\alpha/2} \sigma}{w} \right]^2$$

- Esempio
 - Per stimare la quantità di legno da costruzione che può essere raccolto in un tratto di terra, il diametro medio degli alberi nel tratto deve essere stimato entro 1 pollice con una confidenza del 99%.
 - Quale numerosità campionaria si dovrebbe considerare? (si assuma che i diametri si distribuiscono normalmente con $\sigma = 6$ pollici).

- Soluzione

- L'accuratezza della stima è +/-1 pollice. Cioè $w = 1$.
- Il livello di confidenza del 99% conduce a $\alpha = .01$, quindi $z_{\alpha/2} = z_{.005} = 2.575$.
- Calcoliamo

$$n = \left[\frac{z_{\alpha/2} \sigma}{w} \right]^2 = \left[\frac{2.575(6)}{1} \right]^2 = 239$$

Se la deviazione standard è davvero 6 pollici, l'intervallo che risulta dal campionamento casuale sarà della forma $\bar{x} \pm 1$. Se la deviazione standard è più grande di 6 pollici, l'intervallo reale sarà più ampio di +/-1.