

Immagini tomografiche

1

Nel caso della *Tomografia Computerizzata* o *TC*¹ le proiezioni sono curve di assorbimento di raggi X e l'immagine $f(x,y)$ da ricostruire corrisponde ai coefficienti di assorbimento $\mu = \mu(x,y)$ della radiazione X (riportata sempre in tonalità di grigio, come nelle radiografie) (§28.9b).

2

Nelle *Single Photon Emission Computed Tomography* o *SPECT* l'immagine tomografica è un'immagine della densità $f(x,y) \equiv \delta(x,y)$ di distribuzione di radionuclidi emittenti fotoni gamma (§28.9c).

3

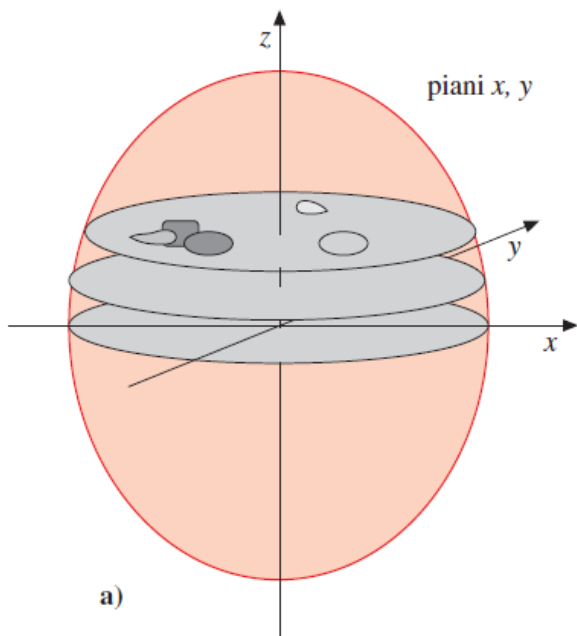
La *Positron Emission Tomography* o *PET* è analoga alla SPECT, cioè si tratta di un'immagine della densità $f(x,y) \equiv \delta(x,y)$ di distribuzione di radionuclidi, ma emittenti positroni (radiazione β^+) (§28.9d).

4

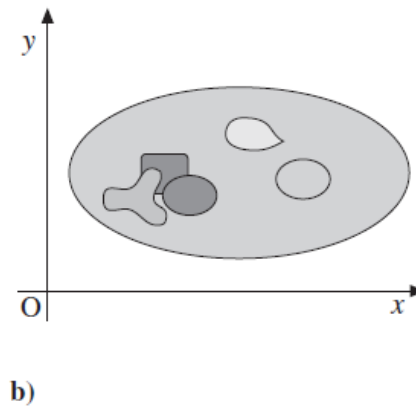
Infine la *Risonanza Magnetica (Nucleare)* o *RM* fornisce immagini di densità $f(x,y) \equiv d(x,y)$ di protoni (nuclei dell'atomo di idrogeno) (§28.9e).

Immagini tomografiche vengono ricostruite con procedure matematiche diverse, impiegando la riflessione acustica (*ecotomografie*) e la riflessione ottica (*Optical Coherence Tomography, OCT*), tecniche descritte nei §28.9f e §28.9g.

Immagini di sezioni del corpo umano (tomografiche)



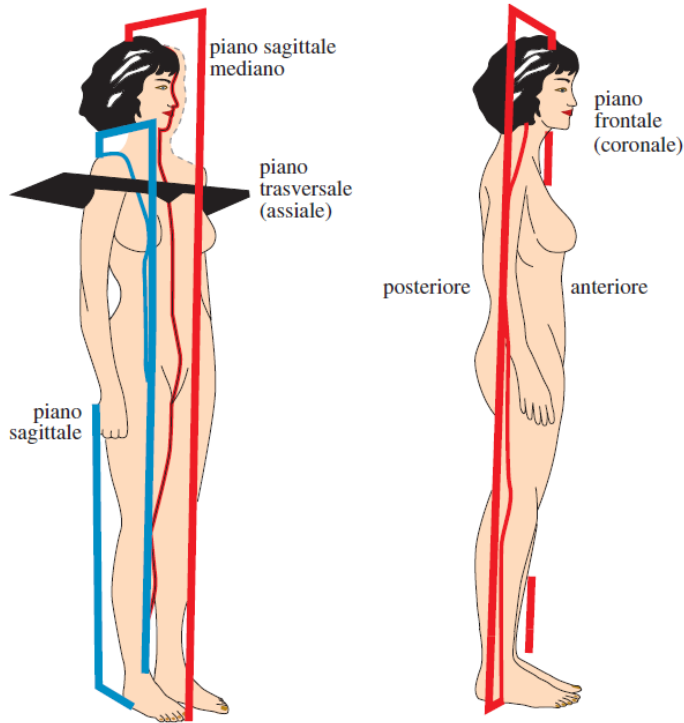
tonalità di grigio: $f(x,y)$
funzione in 2 dimensioni



Nelle tomografie si ottengono immagini superficiali corrispondenti ai piani mostrati in (a), avendo considerato una terna di assi cartesiani x,y,z con l'asse z perpendicolare ai piani. (b) Una particolare sezione comporta un'immagine in cui ogni punto di coordinate x,y corrisponde a una tonalità di grigio: l'intera immagine sarà una funzione $f(x,y)$ (funzione in due dimensioni). Per ottenere l'immagine tomografica si deve ricostruire la $f(x,y)$, che in realtà è una grandezza fisica (ad esempio l'assorbimento di raggi X).

Ricostruzione di immagini tomografiche

la ricostruzione tomografica consiste nell'individuare la funzione $f(x,y)$ che descrive le differenti tonalità di grigio presenti in un particolare piano del soggetto



Tecniche matematiche per la ricostruzione di immagini tomografiche

$$f(t) = \sum_i (S_i \text{sen } i\omega t + C_i \text{cos } i\omega t) \longrightarrow \text{Serie di Fourier (f è periodica)}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [C(\omega) \text{cos}(\omega t) + S(\omega) \text{sen}(\omega t)] d\omega$$

$$C(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \text{cos}(\omega t) dt$$

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \text{sen}(\omega t) dt$$

trasformata di
Fourier

Dominio del tempo (t)

Tecniche matematiche per la ricostruzione di immagini tomografiche

Per le immagini tomografiche abbiamo una funzione non periodica $f(x,y)$ di coordinate spaziali x e y

Occorre generalizzare la trasformata di Fourier nello spazio

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} dk \int_{-\infty}^{+\infty} d\ell [C(k, \ell) \cos(kx + \ell y) + S(k, \ell) \text{sen}(kx + \ell y)]$$

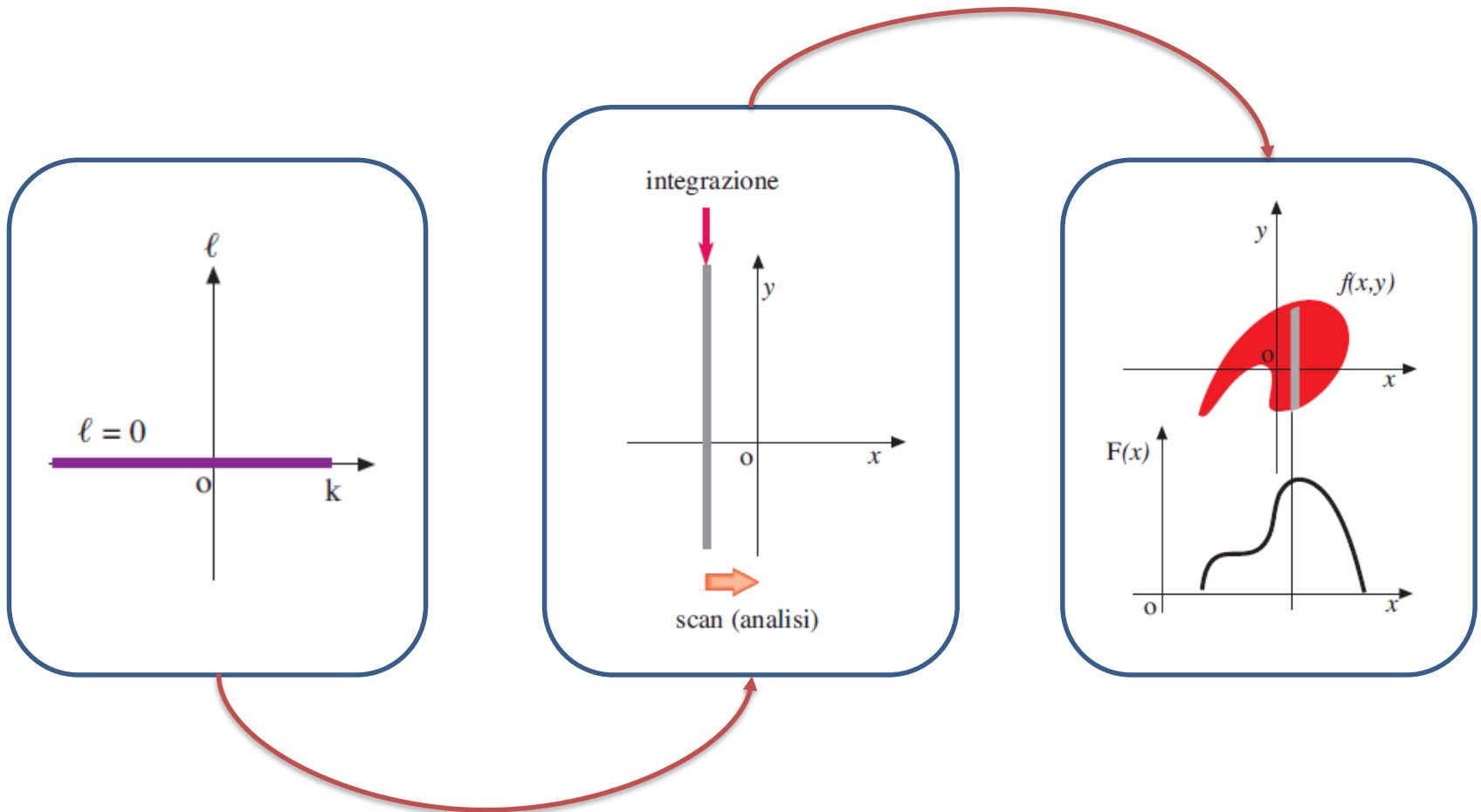
$$C(k, \ell) = \left[\frac{1}{2\pi} \right]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy f(x, y) \cos(kx + \ell y)$$

$$S(k, \ell) = \left[\frac{1}{2\pi} \right]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy f(x, y) \text{sen}(kx + \ell y)$$

k, ℓ sono frequenze spaziali

Tecniche matematiche per la ricostruzione di immagini tomografiche

Consideriamo le frequenze spaziali per cui $l=0$
(asse k nello spazio k, l),



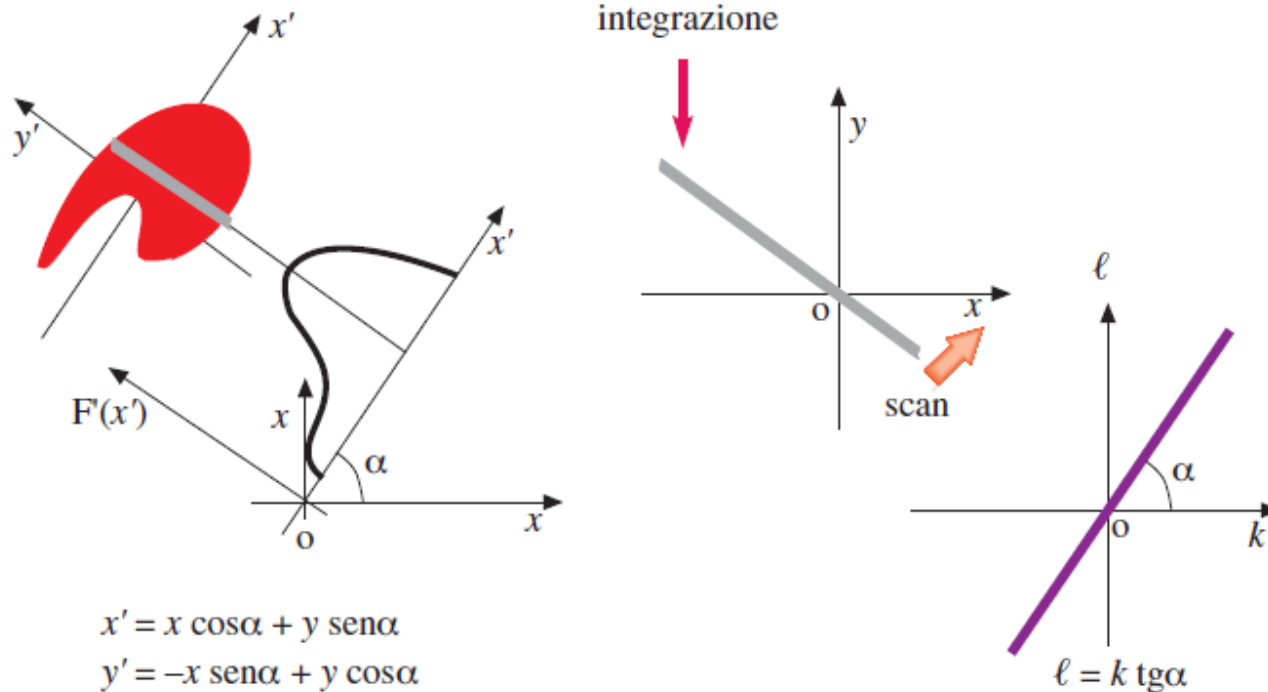
Tecniche matematiche per la ricostruzione di immagini tomografiche

$$\begin{aligned}C(k,0) &= \left[\frac{1}{2\pi} \right]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dx \cos(kx) \int_{-\infty}^{+\infty} dy f(x,y) = \\ &= \left[\frac{1}{2\pi} \right]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dx \cos(kx) F(x) \\ S(k,0) &= \left[\frac{1}{2\pi} \right]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dx \sin(kx) F(x)\end{aligned}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} dy f(x,y)$$

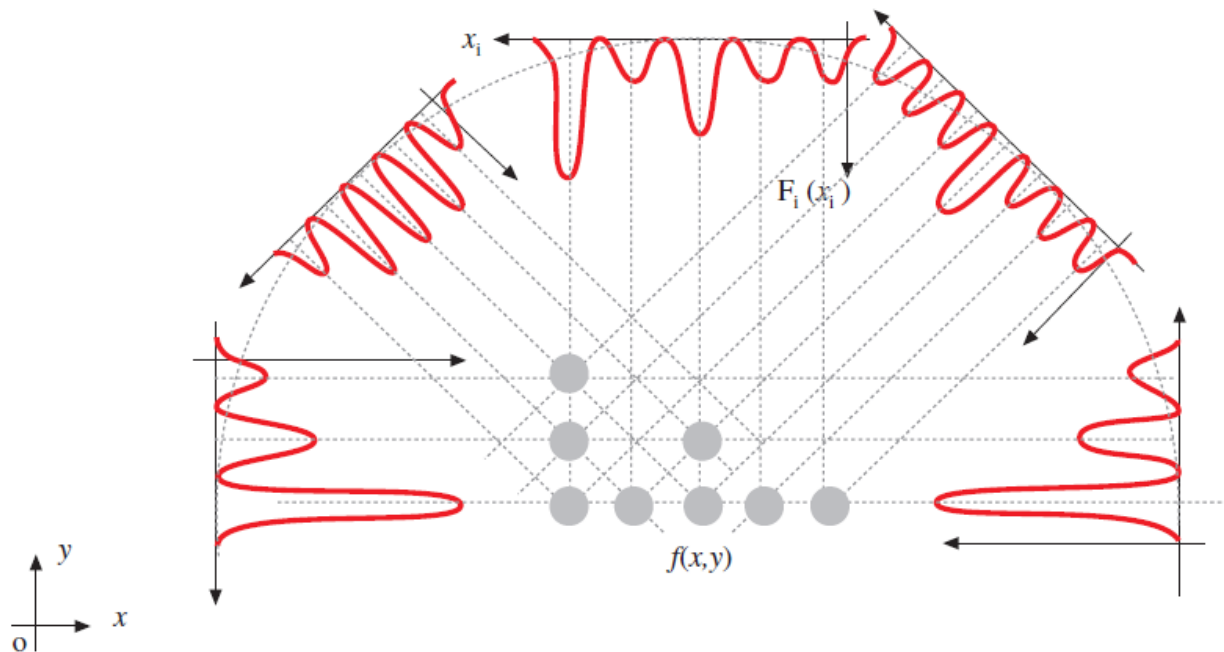
- **F(x)** è la proiezione della funzione $f(x,y)$ sulla coordinata x
- Diverse combinazioni dei valori di frequenze spaziali k e l corrisponderanno a diverse direzioni lungo cui proiettare la funzione $f(x,y)$ da ricostruire
- Per conoscere le ampiezze S e C dobbiamo misurare la proiezione della funzione $f(x,y)$ su varie direzioni
- poi eseguire il calcolo integrale per ottenere l'immagine $f(x,y)$ ricostruita

Tecniche matematiche per la ricostruzione di immagini tomografiche



La natura delle varie ricostruzioni tomografiche dipende dalla *grandezza fisica* che viene misurata nelle proiezioni

Tecniche matematiche per la ricostruzione di immagini tomografiche

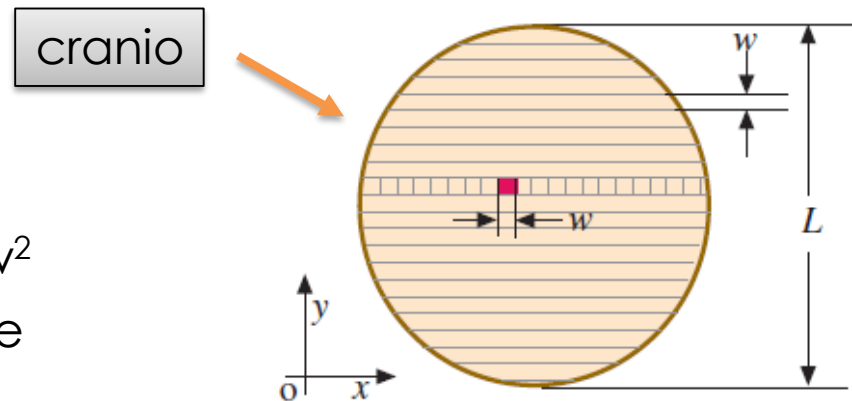


La funzione $f(x,y)$, costituita dalla distribuzione di pallini in figura, proiettata a diversi angoli genera le funzioni $F_i(x_i)$, proiezioni sui vari assi x_i , grazie alle quali è possibile ricostruire la $f(x,y)$ originaria.

Tecniche matematiche per la ricostruzione di immagini tomografiche

Valutare il numero delle proiezioni necessarie alla ricostruzione dell'immagine in un piano tomografico.

- La sezione viene suddivisa in celle quadrate di area w^2
- w rappresenta la risoluzione dell'immagine
- La suddivisione in fette della sezione corrisponde alla suddivisione della grandezza misurata per ciascuna proiezione (*scan*)

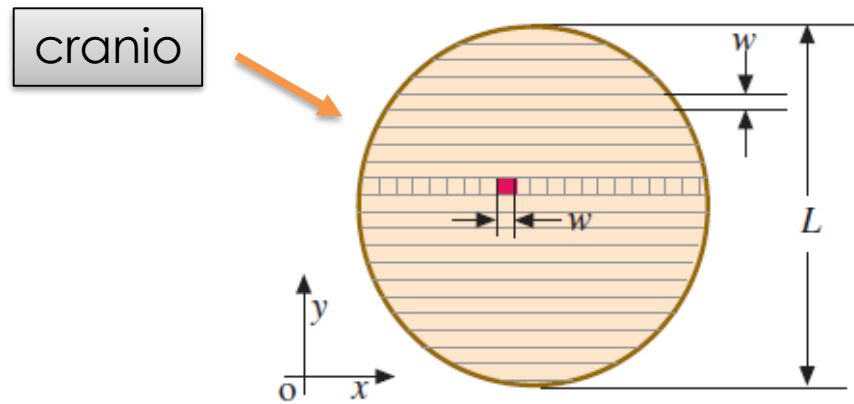


Tecniche matematiche per la ricostruzione di immagini tomografiche

Valutare il numero delle proiezioni necessarie alla ricostruzione dell'immagine in un piano tomografico.

$n = L/w \rightarrow$ fette per scan

$$N = \frac{\pi L^2}{4} \frac{1}{w^2} = \frac{\pi n^2}{4}$$



- Numero di celle nella sezione
- È il numero di gradi di libertà dell'immagine
- Equivale al numero di valori indipendenti da determinare
- Perché si possa ricostruire l'immagine, il numero delle misure indipendenti da effettuare deve essere maggiore di N

Tecniche matematiche per la ricostruzione di immagini tomografiche

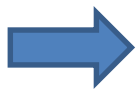
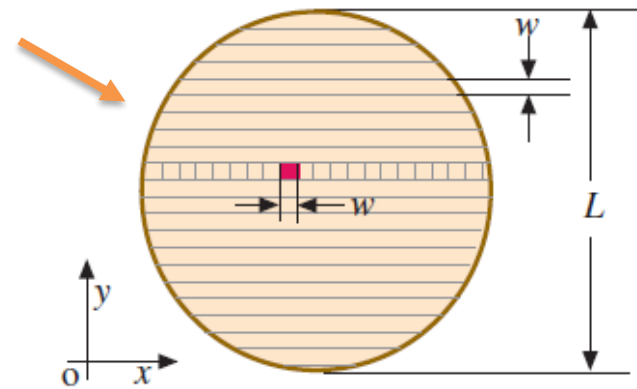
Valutare il numero delle proiezioni necessarie alla ricostruzione dell'immagine in un piano tomografico.

$$n m > \frac{\pi n^2}{4}$$

Proiezioni (scan-direzioni)

Misure per scan (passo)

cranio



$$m > \frac{\pi n}{4}$$

Tecniche matematiche per la ricostruzione di immagini tomografiche

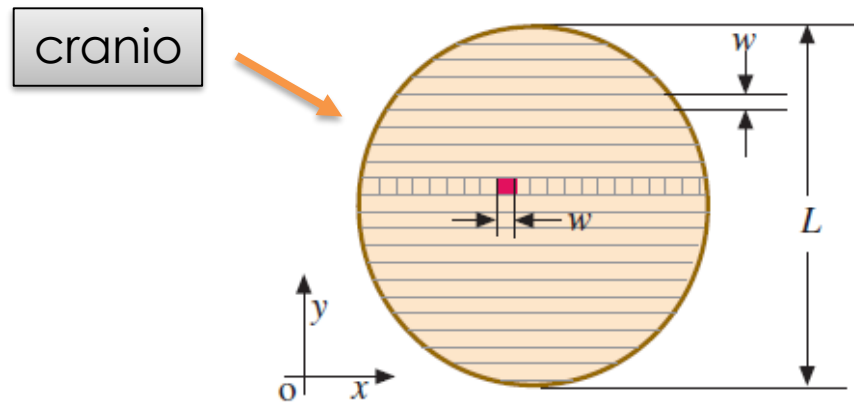
Valutare il numero delle proiezioni necessarie alla ricostruzione dell'immagine in un piano tomografico.

$$w = 1 \text{ mm} = 0.1 \text{ cm}$$

$$n = \frac{L}{w} = \frac{20}{0.1} = 200$$

$$m > \frac{\pi \cdot 200}{4} \sim 157$$

$$m > 180 \longrightarrow \Delta\alpha = 1^\circ$$



Si osservi che sono sufficienti le proiezioni su 180° (metà dell'angolo giro) perché tutte le proiezioni tra 181° e 360° sono identiche alle prime

TC – X-rays

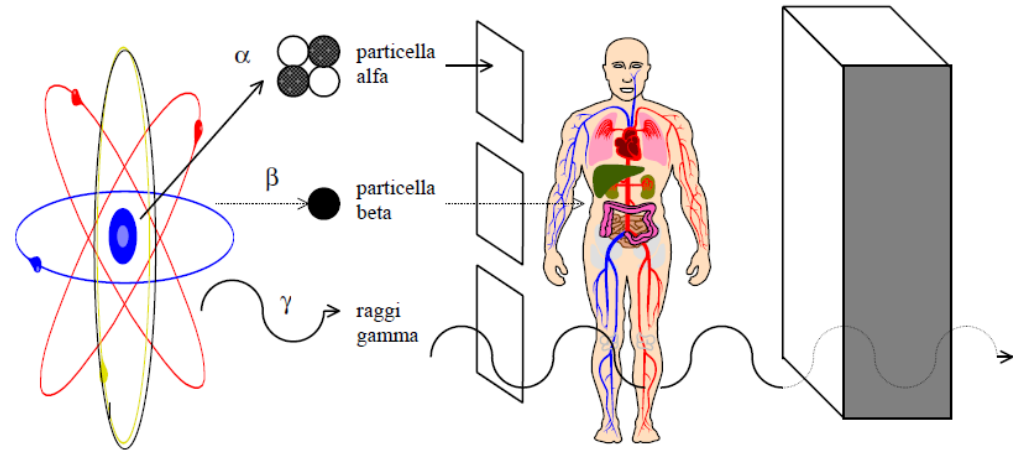
sono indirettamente ionizzanti i fotoni (raggi X, raggi gamma), i neutroni ed in generale particelle sub-atomiche prive di carica elettrica.

I fotoni invece non hanno massa, nè carica elettrica. Essi costituiscono le radiazioni elettromagnetiche che si propagano con la velocità della luce

Tab. 1. Alcune caratteristiche dei principali tipi di radiazioni ionizzanti

<i>Tipo di radiazione</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Carica (relativa)</i>	<i>Massa di quiete (relativa)</i>	<i>Massa di quiete (u)</i>	<i>Mc² (MeV)</i>
Elettroni o particelle β^-	e-, β^-	-1	1/1836.152701	0.00054858	0.510999
Positroni o particelle β^+	e-, β^+	1	1/1836.152701	0.00054858	0.510999
Protoni	p	1	1	1.007276	938.27231
Deutoni	d	1	2	2.013553	1875.61339
Particelle alfa	α	2	4	4.002777	3727.315
Neutroni	n	0	1	1.008665	939.56563
Raggi X e gamma	X, γ	0			

TC – X-rays



Tab. 2. Classificazione di alcuni tipi di radiazioni elettromagnetiche in funzione della loro lunghezza d'onda (λ) e della loro energia ($h\nu$).

<i>Tipo di radiazione</i>	λ	$h\nu$
Onde elettriche	$> 3 \cdot 10^5$ cm	$< 4.1 \cdot 10^{10}$ eV
Radio-onde	da 10^{-1} cm a $3 \cdot 10^5$ cm	da $4.1 \cdot 10^{-10}$ eV a $1.24 \cdot 10^{-3}$ eV
Raggi infrarossi	da 0.78 μ m a 1000 μ m	da 0.00124 eV a 1.59 eV
Luce visibile	da 400 nm a 780 nm	da 1.59 eV a 3.10 eV
Raggi ultravioletti	da 100 nm a 400 nm	da 3.10 eV a 12.40 eV
Raggi X, γ	< 100 nm	> 12.40 eV

TC – X-rays

- La quantità misurata in dosimetria è la “**dose assorbita**”, D , definita come il quoziente tra l'energia media ceduta dalle radiazioni ionizzanti alla materia in un certo elemento di volume e la massa di materia contenuta in tale elemento di volume.
- L' unità di misura della dose assorbita nel Sistema Internazionale è il **Gray** (Gy). Un gray corrisponde all'assorbimento di un joule in un kg di materia ($1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg}$).
- Per tener conto della diversa pericolosità (potenzialità di indurre un danno ai tessuti biologici delle differenti tipologie di radiazioni incidenti), si introduce il cosiddetto **fattore di ponderazione della radiazione**, w_R . Si tratta di un parametro che tiene conto della differente pericolosità delle varie radiazioni - a parità di dose assorbita - rispetto alla radiazione di riferimento (fotoni), cui viene assegnato per definizione un w_R uguale a 1.
- Il prodotto della dose assorbita in tessuto, D , per il fattore di ponderazione, w_R prende il nome di **dose equivalente**, H (Sievert)
- $H = D w_R$

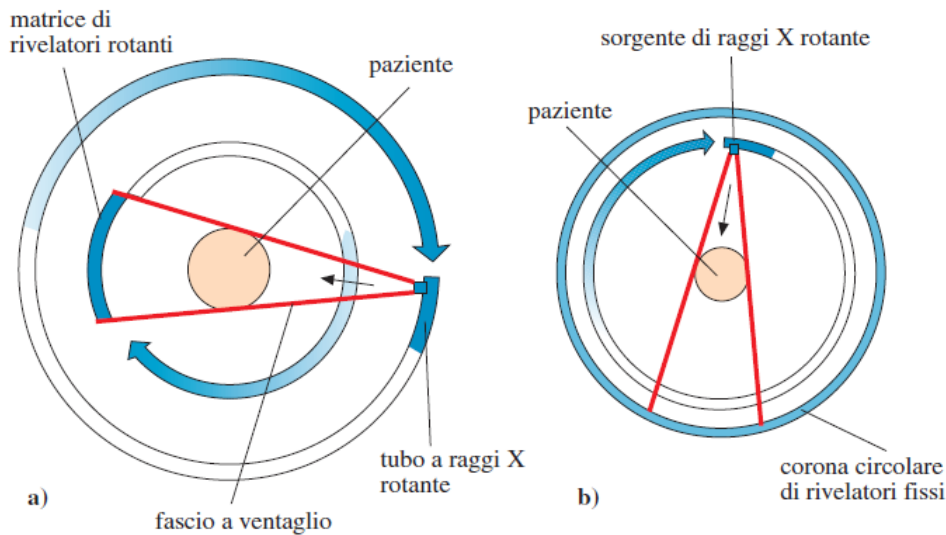
TC – X-rays

<i>Sindromi da irradiazione acuta nell'uomo</i>	
0,25 ÷ 1 Gy	sopravvivenza virtualmente certa
1 ÷ 2 Gy	sopravvivenza probabile
	<i>soglia della sindrome ematologica</i>
2 ÷ 5 Gy	sopravvivenza possibile
	DL _{50/60}
5 ÷ 6 Gy	sopravvivenza virtualmente impossibile

	DL ₁₀₀
6 ÷ 10 Gy	<i>sindrome gastrointestinale</i>
10 Gy e oltre	<i>sindrome neurologica</i>

TC – X-rays

La **Tomografia Computerizzata** è una tecnica radiografica in cui le immagini a raggi X di sezioni del corpo (mappe di attenuazione dei raggi X) sono ricostruite tramite programmi di calcolo basati sulle espressioni riportate precedentemente.



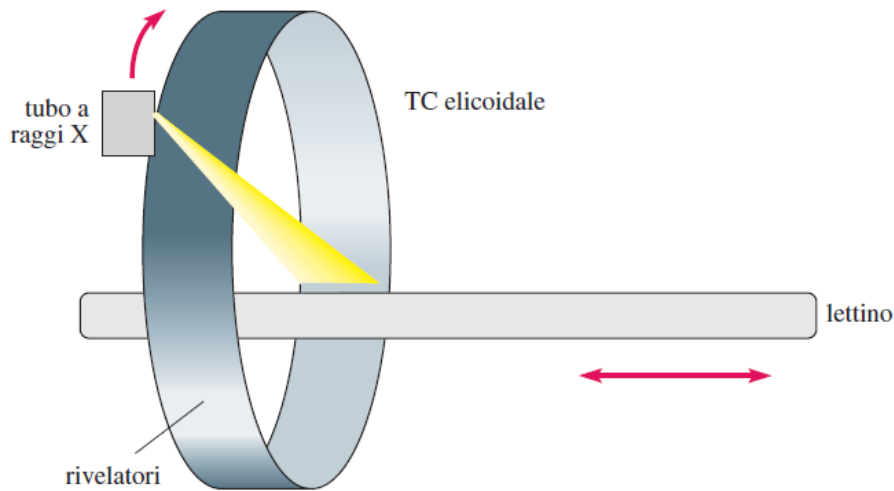
Sistemi di misure tomografiche impiegati in recenti generazioni di dispositivi TC. In (a) la sorgente di raggi X ruota solidalmente con l'insieme dei rivelatori, mentre in (b) la corona circolare di rivelatori resta ferma. In entrambi i casi i raggi X escono a ventaglio dalla sorgente.

In precedenti generazioni di tomografi, rivelatore e sorgenti si spostavano sia circolarmente che lateralmente, spazzando la superficie da riprodurre.

TC – X-rays

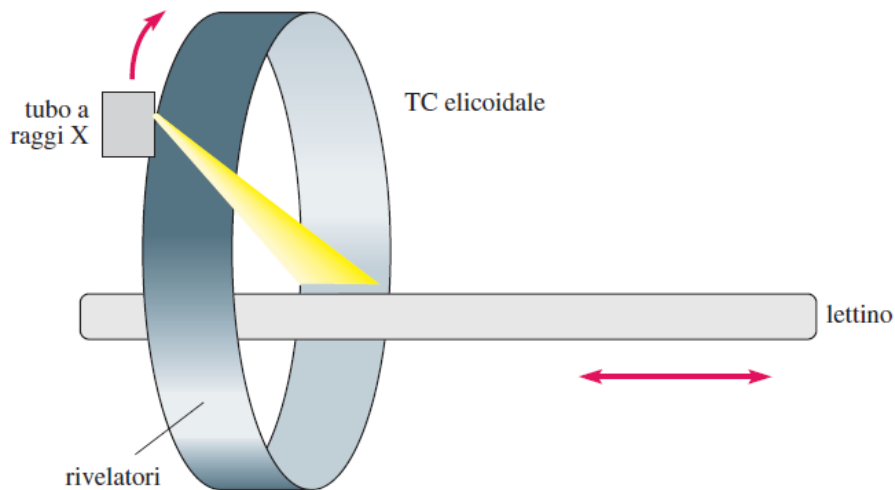
Le attuali generazioni di TC hanno il lettino del paziente in movimento lineare rettilineo durante l'acquisizione delle misure (**TC a spirale o elicoidale**) rendendo possibile un raccordo tra i vari piani tomografici e permettendo quindi una ricostruzione tridimensionale delle strutture indagate.

Anche il tubo a raggi X viene sostituito, nei modelli più recenti, da una corona circolare di tubi ad accensione sequenziale: la tendenza è di diminuire al massimo le parti in movimento, sia perché più costose (rispetto a parti fisse) sia perché necessitano di maggiore manutenzione, e al tempo stesso vengono diminuiti i tempi di acquisizione delle proiezioni.



TC – X-rays

L'immagine della sezione di un oggetto viene ricostruita eseguendo un insieme di misure di attenuazione del fascio monocromatico di raggi X a diverse angolature, per 180° attorno all'oggetto.

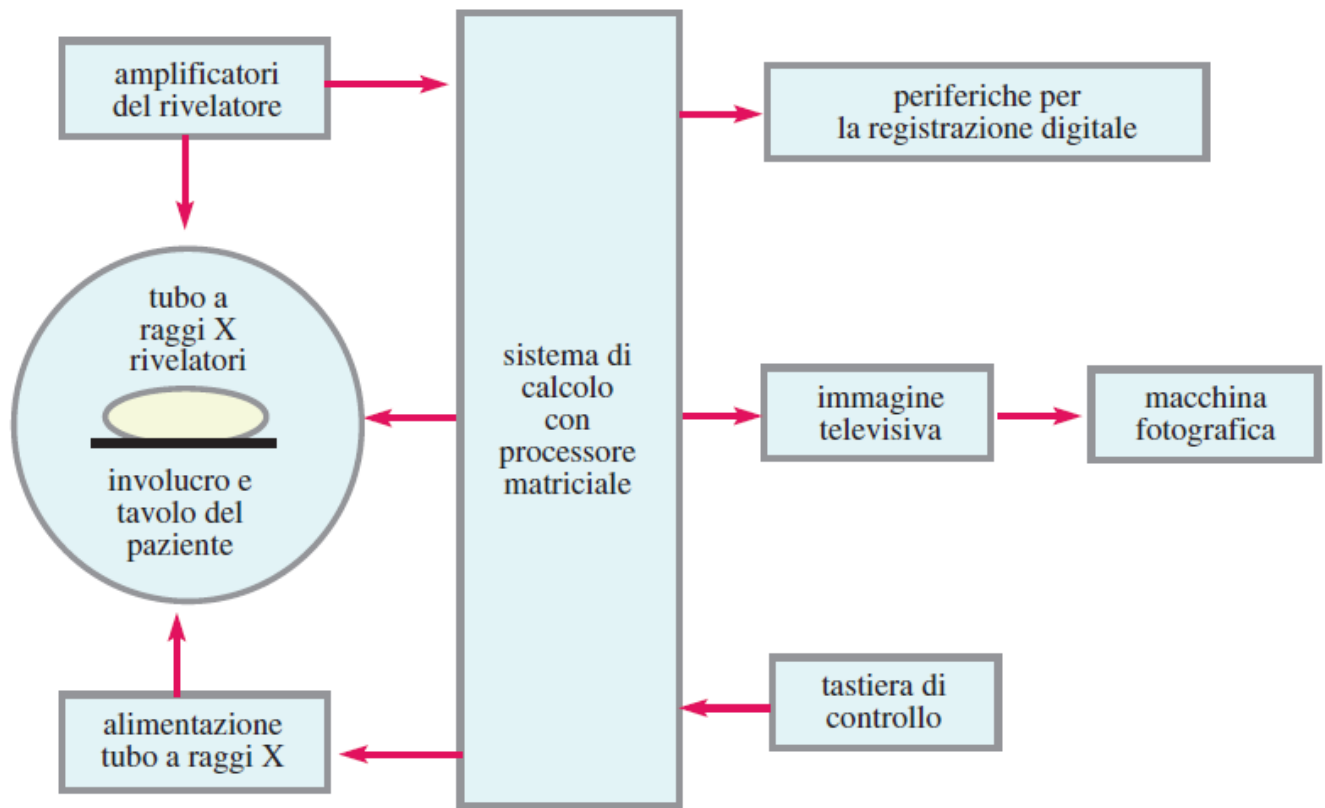


Nelle immagini possono apparire **artefatti**, spesso causati dai movimenti del paziente, che determinano sfasamenti nella proiezione delle attenuazioni di raggi X, per cui strisce o zone ombrate appaiono nell'immagine ricostruita. La stabilità di funzionamento del tubo a raggi X e dei rivelatori è indispensabile sia per ottimizzare la ricostruzione, sia per evitare artefatti originati dal dispositivo stesso.

TC – X-rays

- (E)X-rays: 70 keV, con un flusso di circa 3×10^{12} fotoni al secondo per kW consumato e per steradiante.
- Questo flusso costituisce un limite nella velocità di esecuzione di un'immagine da TC.
- L'energia necessaria per ottenere un'immagine clinicamente valida è di circa 10 – 100 kJ, e poiché la capacità termica dell'anodo del tubo a raggi X è dell'ordine di 300 – 1000 kJ, ciò significa che solo un numero limitato di immagini ad alta qualità può essere ottenuto prima che si raggiunga una temperatura critica.
- I rivelatori di raggi X impiegati nei dispositivi TC sono costituiti da rivelatori a stato solido: essi devono essere di piccole dimensioni, economici e funzionare in modo molto stabile con un basso rumore di fondo.
- Risoluzione: **1-4 mm.**

TC – X-rays

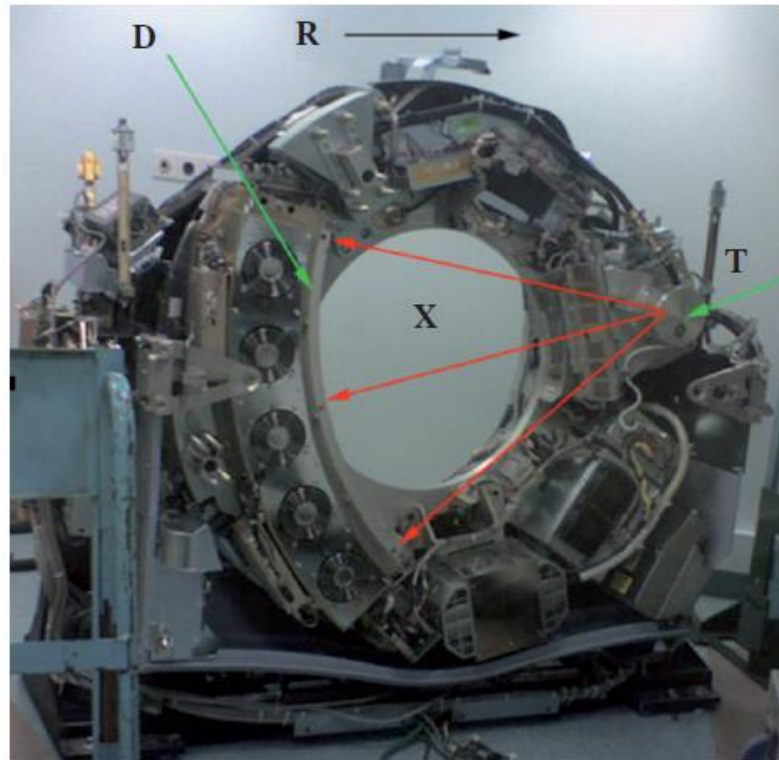


TC – X-rays



Dispositivo TC a spirale (S.C. Radiologia - IRCCS San Matteo, Pavia)

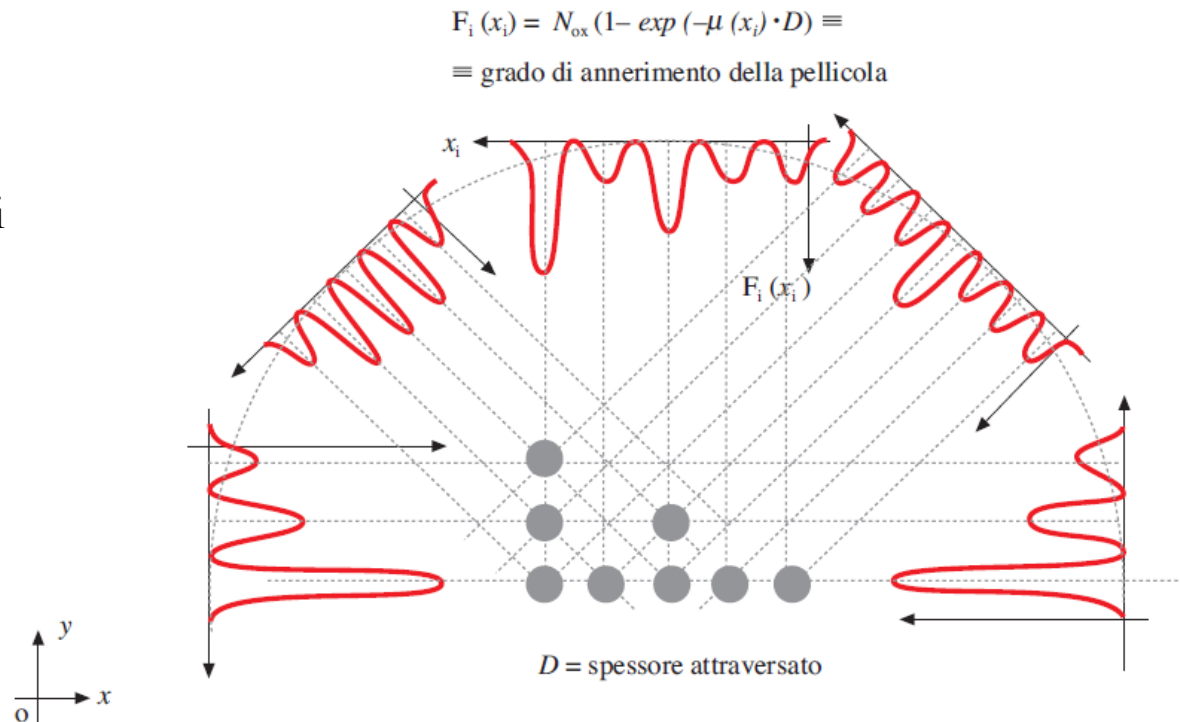
La complessa elettromeccanica dell'interno di un dispositivo TC (2006) dove il tubo a raggi X (T) e i rivelatori (D) sono montati su una struttura ruotante, con ventaglio di rivelatori e sorgente di raggi X (X) montati solidalmente su una struttura ruotante (gantry) (R).



TC – X-rays

Le varie proiezioni $F_i(x_i)$ nel caso delle TC corrispondono alla proiezione del coefficiente di assorbimento μ di raggi X. Le proiezioni permettono la ricostruzione della funzione $\mu = \mu(x, y)$.

Si supponga ad esempio l'immagine mostrata in figura costituita da sferette di piombo. Le curve proiettate sono curve di assorbimento dei raggi X attraverso le sferette.



TC – X-rays



TC di sezione toraco-assiale. Si osservi come i polmoni (aria) rivelino un basso coefficiente di assorbimento, il cuore e i tessuti molli un assorbimento intermedio e il tessuto osseo delle costole un assorbimento più elevato

TC – X-rays

immagine TC

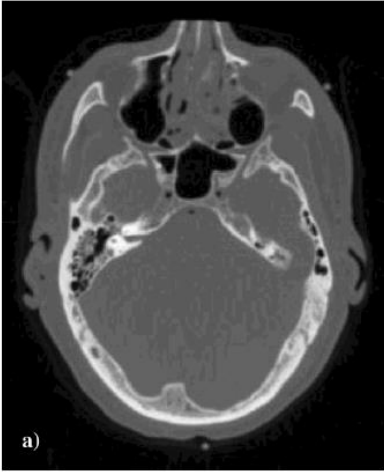
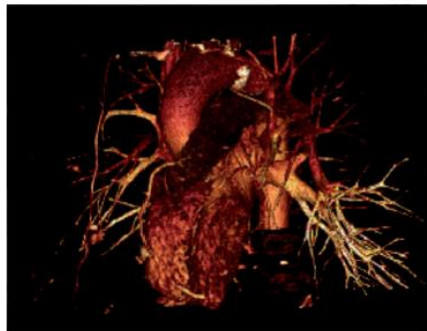
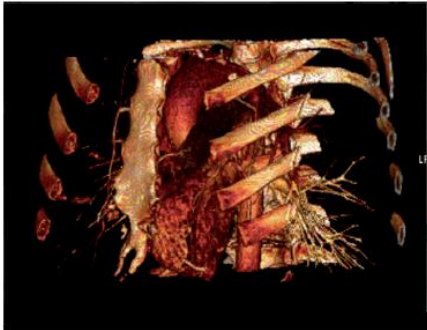
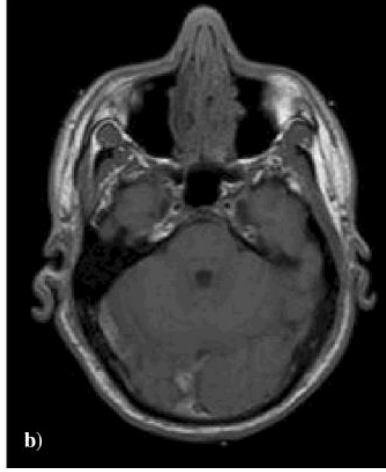


immagine RM



TC – X-rays

- Dose media di radiazioni assorbite durante una TC.
- Le immagini ricostruite nella TC corrispondono a più sezioni della regione interessata e la loro risoluzione in z sarà migliore quanto minore è lo spessore D_x delle sezioni.
- Per questa ragione la dose di radiazioni D risulta essere un importante fattore limitante nella risoluzione delle immagini TC, poiché essa è inversamente proporzionale allo spessore elevato al cubo: D proporzionale D_x^{-3} . ***Per diminuire di un fattore 2 lo spessore, e aumentare quindi la risoluzione, è necessario aumentare la dose di un fattore 8.***
- Nel caso di una TC della testa, il compromesso si ottiene per dosi di circa 2 mGy cui corrispondono circa 100 radiografie toraciche equivalenti.
- Gli effetti dannosi delle TC, per quanto difficili da accertare, possono essere stimati nella morte per tumore da una singola tomografia, per adolescenti sotto i 15 anni, in 1 caso su 500 e per adulti di 45 anni in 1 caso su 1250. Come si vede si tratta di un effetto non trascurabile.