STATICA DEI FLUIDI

C. ALTUCCI

FLUIDI

Definizione: sostanze che assumono la forma dei recipienti che le contengono

oppure

Definizione: sostanze che si deformano senza che si compia lavoro (almeno per fluidi ideali)

$\Delta V / V \approx 0$

Qualunque sia la pressione applicata

$\Delta V / V >> 1$

Fluidi incomprimibili e indilatabili

Fluidi facilmente comprimibili e dilatabili

LIQUIDI

AERIFORMI

Parametri di un Fluido

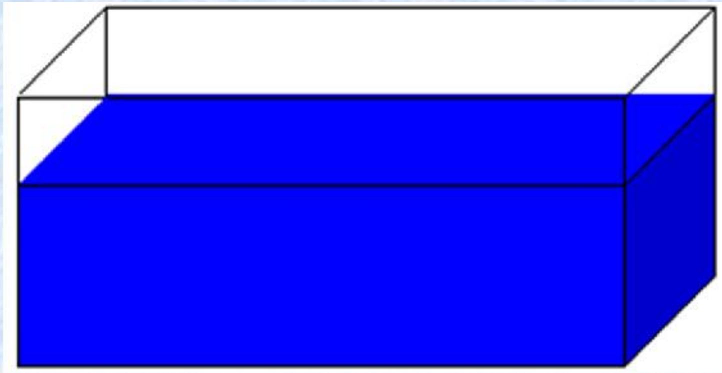
Densità assoluta

La massa è distribuita con continuità in tutto il volume di fluido

Densità media: M / V

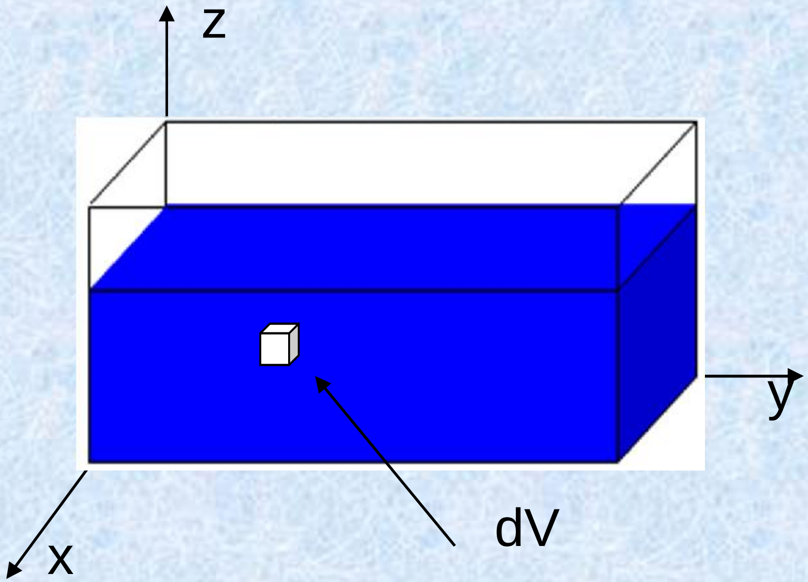
M = Massa di liquido
V = Volume del liquido

Unità di misura della densità nel S.I. = Kg / m^3



Densità in un punto di coordinate (x, y, z)

dm / dV



dV = Volume infinitesimo centrato nel punto di coordinate (x, y, z)

dm = massa contenuta in dV

Parametri di un Fluido

Densità relativa

d_r = densità relativa = d / d_{H_2O}

Peso specifico assoluto e relativo

ρ = peso specifico assoluto =
= $P / V = m\,g / V = d\,g$

ρ_r = peso specifico relativo = ρ / ρ_{H_2O}

Unità di misura

Densità assoluta $\Rightarrow$ Kg / m^3

Densità relativa $\Rightarrow$ Grandezza adimensionale

Unità di misura

Peso specifico assoluto $\Rightarrow$ N / m^3

Peso specifico relativo $\Rightarrow$ Grandezza adimensionale

Densità di alcuni solidi (a 0°C, 1 atm)

Nome	Densità (g/cm^3)
Alluminio	2.70
Argento	10.49
Cemento	2.7-3.0
Ferro	7.96
Ghiaccio	0.92
Legno (densità media)	0.75
Legno di cedro	0.31-0.49
Legno d'ebano	0.98
Legno d'olmo	0.54-0.60
Legno di pino bianco	0.35-0.50
Legno (quercia)	0.6-0.9
Nichel	8.8
Oro	19.3
Ottone	8.44-9.70
Osso	1.7-2.0
Piombo	11.3
Platino	21.37
Rame	8.96
Sughero	0.22-0.26
Terra*	5.52
Tungsteno	19.3
Vetro	2.4-2.8
Zinco	6.9

*Densità media della Terra calcolata in base alla legge di attrazione newtoniana.

Densità di alcuni liquidi (a 0°C, 1 atm)

Nome	Dens. (g/cm^3)
Acqua	1.00
Acqua di mare	1.025
Alcool (etilico)	0.806
Benzina	0.68
Glicerina	1.261
Mercurio	13.6
Olio d'oliva	0.92
Olio di paraffina	0.8

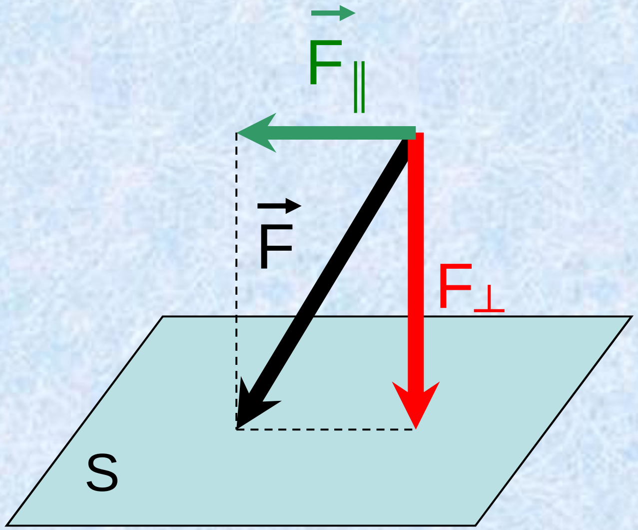
Densità di alcuni gas (a 0°C, 1 atm)

Nome		Densità (g/dm^3)
Acetilene		1.173
Aria		1.292
Ammoniaca		0.771
Diossido di carbonio		1.976
Monossido di carbonio		1.250
Elio		0.178
Idrogeno		0.089
Ossigeno		1.429
Ozono		2.144

$$1\ g/dm^3 = 1\ g / (10\ cm)^3 = 1\ g / 10^3\ cm^3 = 1/10^3\ g/cm^3 = 10^{-3}\ g/cm^3$$

Parametri di un Fluido

Pressione



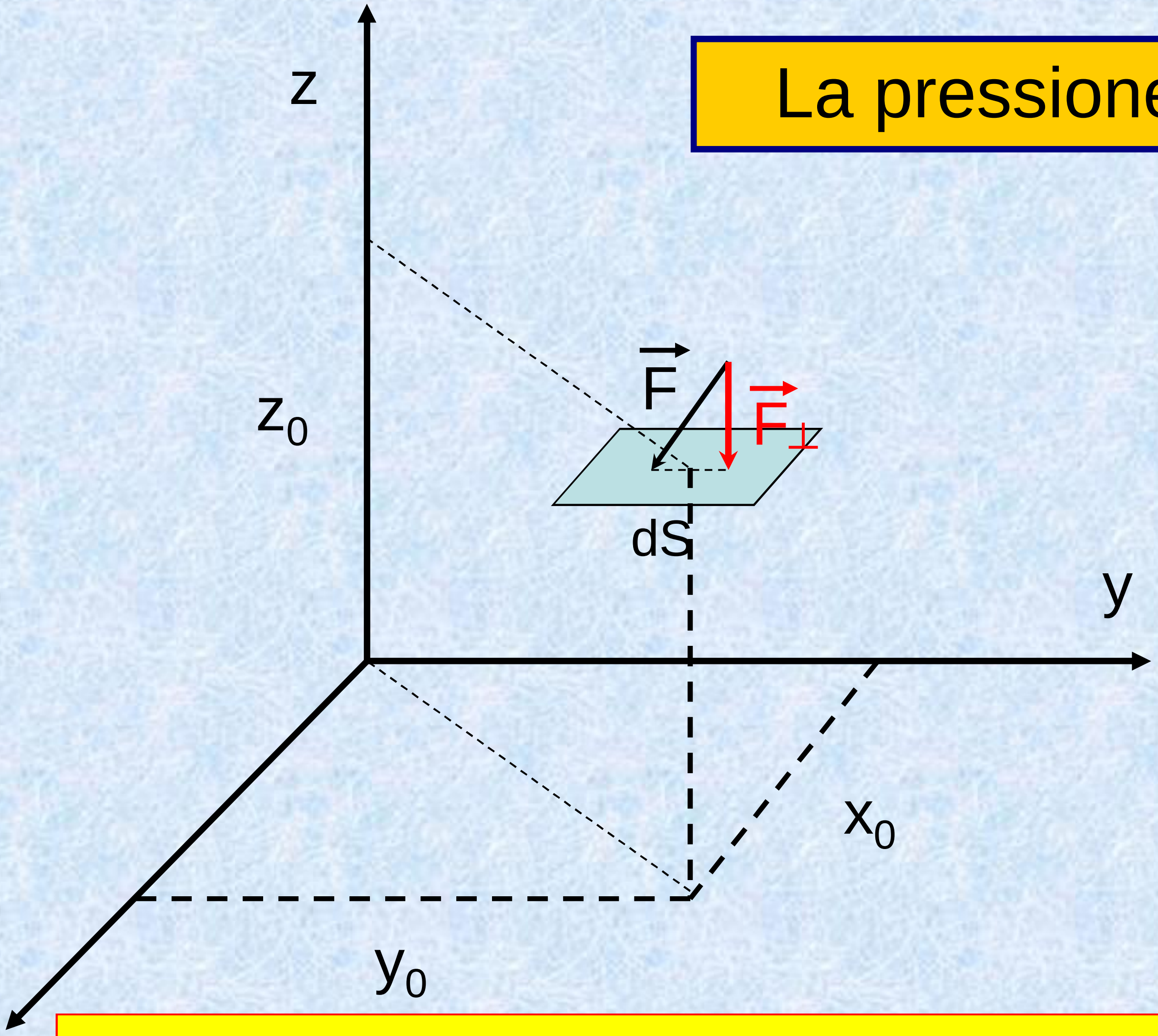
$\vec{F}_{\parallel}$ = componente della forza $\vec{F}$ parallela alla superficie S

τ = sforzo tangenziale = $F_{\parallel}/S$

$\vec{F}_{\perp}$ = componente della forza $\vec{F}$ perpendicolare alla superficie S

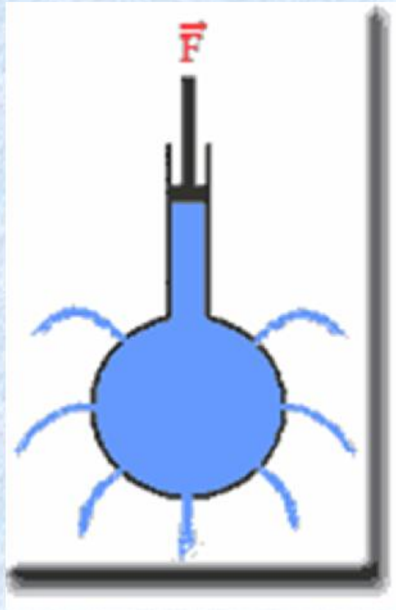
σ = sforzo normale =
= pressione = $F_{\perp}/S$

La pressione in un punto



La pressione $p\ (x_0, y_0, z_0)$ in un punto P_0 di coordinate (x_0, y_0, z_0) si ottiene considerando una superficie "piccola" dS centrata nel punto considerato ed $\mathbf{F}_\perp$, la componente perpendicolare **F** della forza che agisce su questa superficie: $p\ (x_0, y_0, z_0) = F_\perp / dS$

Le leggi dell'idrostatica



Fluidi “leggeri” → Densità trascurabile → aeriformi

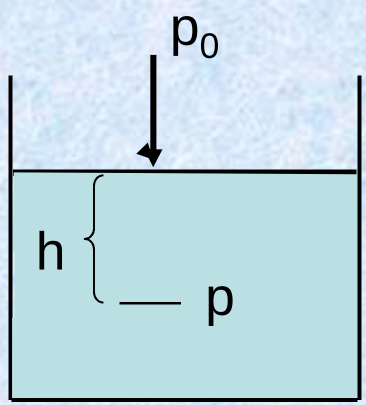
Principio di Pascal

La pressione esercitata in un punto di un fluido si trasmette in tutti gli altri punti, compresi i punti del contenitore.

Fluidi “pesanti” → Densità non trascurabile → liquidi

Legge di Stevino

In un punto a profondità h all'interno di un liquido in quiete la pressione è uguale alla somma della pressione agente sulla superficie libera del liquido e di una pressione numericamente uguale al peso della colonna di liquido di base unitaria che sovrasta il punto considerato.



$p = p_0 + dgh$

peso della colonna di area di base A di liquido sovrastante $= M\,g = d\,V\,g$
$= d\,A\,h\,g = d\,g\,h$

A = 1

SF1 - A quale pressione relativa entra in vena una soluzione glucosata con densità di 1.3 g/cm^3 che viene iniettata attraverso una fleboclisi, sapendo che la bottiglia contenente la soluzione si trova a 70 cm di altezza rispetto al braccio del paziente?

Si applica la legge di Stevino:

$$p = p_0 + d\ g\ \ h$$

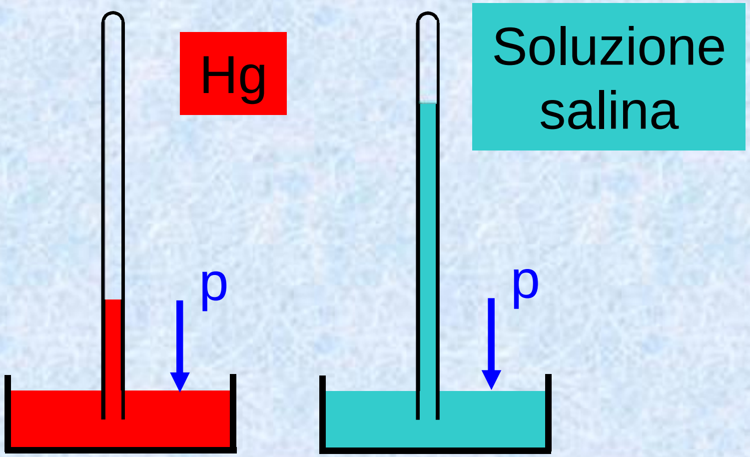
In cui
p_0 rappresenta la pressione atmosferica che si esercita sul tubicino di gomma che collega la bottiglia all'ago

d g h rappresenta la pressione idrostatica della colonna di soluzione glucosata

La pressione relativa sarà

$p - p_0 = d\ g\ \ h = 1.3\ 10^3\ \text{kg / m}^3\ \times\ 9.8\ \text{m/s}^2\ \ \times\ 0.7\ \text{m}\ \cong\ 9\ 10^3\ \text{Pa}\ \cong 9\ 10^{-2}$ atm $= 9\ 10^{-2} \times 760$ Torr $= 68.4$ Torr

SF2 - Sapendo che l'altezza di una colonna barometrica di 110 mm di mercurio produce la stessa pressione idrostatica p di una colonna di soluzione salina alta 136 cm e sapendo che la densità del mercurio è 13,6 g/cm^3, quanto vale la densità assoluta della soluzione salina?



$$p_{Hg} = d_{Hg}\, g\, h_{Hg}$$

$$p_{soluzione} = d_{soluzione}\, g\, h_{soluzione}$$

$$p_{Hg} = p_{soluzione}$$

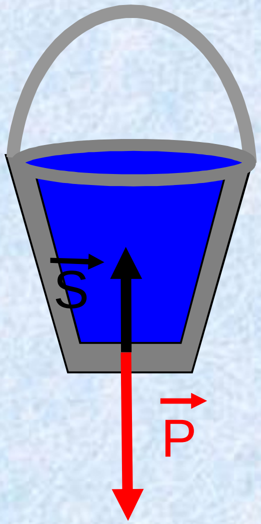
$$d_{Hg}\, g\, h_{Hg} = d_{soluzione}\, g\, h_{soluzione}$$

$$d_{soluzione} = d_{Hg}\, h_{Hg} / h_{soluzione}$$

$$d_{soluzione} = d_{Hg}\, h_{Hg} / h_{soluzione} = 13.6\ g/cm^3 \times 11\ cm / 136\ cm = 1.1\ g/cm^3$$

$$1.1\ g/cm^3 = 1100\ kg/m^3$$

SF3 - Un marinaio solleva, a velocità costante, un secchio di ferro (d = 8 g/cm^3) di massa 1.5 kg e con una capienza di 3 litri dal fondo sino alla superficie del mare. Quale lavoro deve compiere se il fondo si trova a 4 m di profondità e se si trascura la resistenza del mezzo?



Peso del solo secchio = P = m g = 1.5 kg 9.8 $m/s^2 \cong$ 15 N

Spinta di Archimede sul secchio = S = d_{acqua} $V_{secchio}$ g

$V_{secchio}$ = $M_{secchio}$/densità ferro = 1.5 kg / 8 x 10^3 kg/m^3 = $\cong$ 0.19 10^{-3} m^3

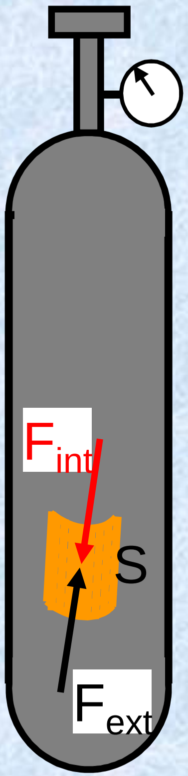
S = d_{acqua} $V_{secchio}$ g = 10^3 kg/m^3 x 0.19 10^{-3} m^3 x 9.8 $m/s^2 \cong$ $\cong$ 1.9 N

Modulo della risultante delle forze applicate al secchio = = R = P – S $\cong$ 15 N – 1.9 N = 13.1 N

Per sollevare il secchio a velocità costante bisogna applicare una forza opposta alla forza $\vec{R}$ ed il lavoro di sollevamento è

$$L = R\,\Delta h = 13.1\ N \times 4\ m = 52.4\ J$$

SF4 - Su di una superficie S di area 1 cm^2 di una bombola contenente una miscela di gas compressi a 8 atm, utilizzata da un sub immerso a 20 m sotto il livello del mare, agisce una forza **risultante** pari a



La pressione p_{ext} che agisce dall'esterno della bombola sulla superficie S è

$$p_{ext} = p_0 + d_{acqua}\, g\, h \cong 1 \text{ atm} + 2 \text{ atm}$$

Il modulo della forza, F_{ext} che agisce dall'esterno su S è

$$F_{ext} = p_{ext}\, S = 3 \text{ atm } 1 \text{ cm}^2 = 3\ 10^5 \text{ N/m}^2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 30 \text{ N}$$

La pressione p_{int} che agisce dall'interno della bombola sulla superficie S è

$$p_{int} = 8 \text{ atm}$$

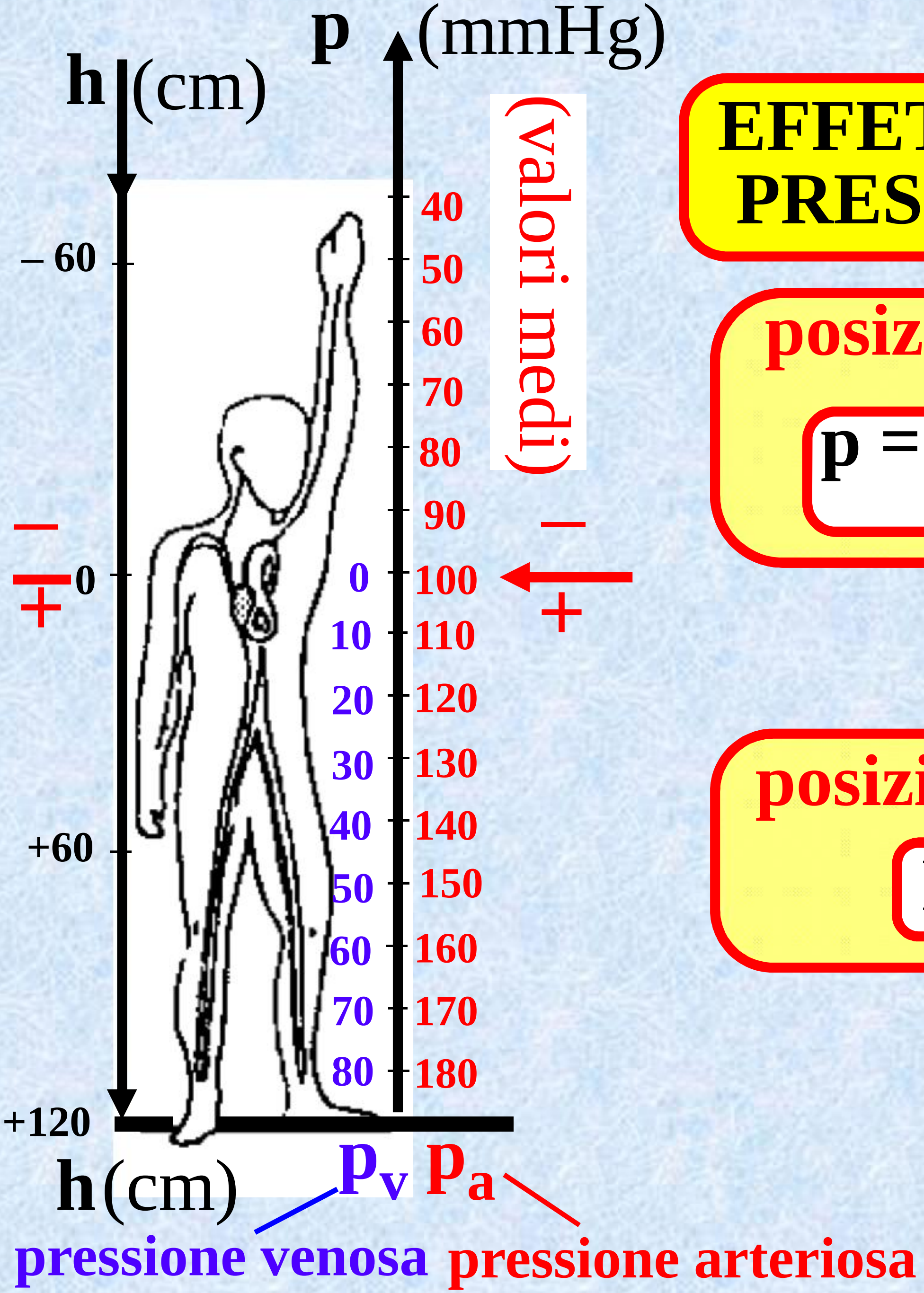
Il modulo della forza, F_{int} che agisce dall'interno su S è

$$F_{int} = p_{int}\, S = 8 \text{ atm } 1 \text{ cm}^2 = 8\ 10^5 \text{ N/m}^2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 80 \text{ N}$$

Il modulo R della risultante delle forze che agiscono sulla superficie S è

$$R = F_{int} - F_{ext} = 80 \text{ N} - 30 \text{ N} = 50 \text{ N}$$

EFFETTI FISIOLOGICI della PRESSIONE IDROSTATICA



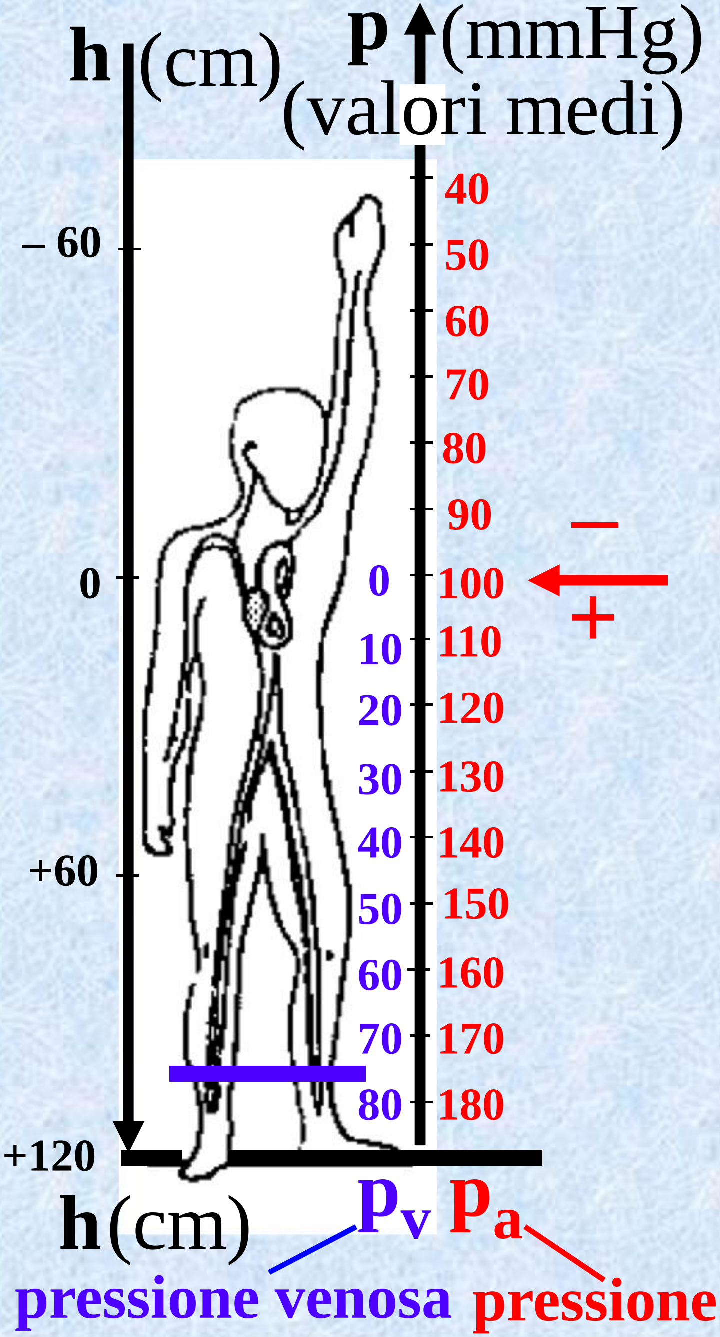
posizione eretta

$$\boxed{p = p_{sangue} + d\,g\,h}$$

h(cuore) = 0

posizione orizzontale

$$\boxed{p = p_{sangue}}$$



EFFETTI FISIOLOGICI della PRESSIONE IDROSTATICA

$p = d\,g\,h$

esempio : vena tibiale

$h = 100$ cm

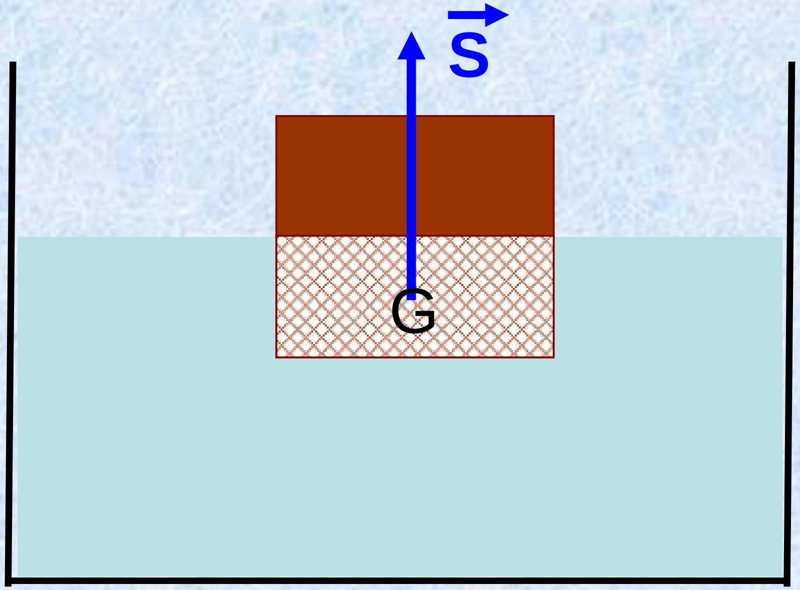
$d = 1$ g cm^{-3}

$g = 980$ cm s^{-2}

$$p = d\,g\,h = 1 \times 980 \times 100 \text{ barie} =$$

$$= 10^5 \text{ barie} = 76 \text{ mmHg}$$

Il principio di Archimede



Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta $\vec{S}$ dal basso verso l'alto pari al *peso* del volume V di fluido *spostato*.

Il *volume di fluido spostato* è il volume del solido che si trova al di sotto del livello del liquido (*volume tratteggiato in figura*).

Se il corpo è completamente immerso nel liquido, il *volume di fluido spostato* coincide col *volume esterno* del corpo.

La spinta di Archimede è applicata nel baricentro del liquido spostato G (centro di spinta).

V_i , m = volume e massa di liquido spostato

d_l = densità del liquido

S = peso di liquido spostato = m g = $d_l V_i g$

V_c , m_c = volume e massa del corpo immerso

d_c = densità del corpo immerso

P = peso del corpo = $m_c g = d_c V_c g$

Se il corpo è in equilibrio

peso del corpo = spinta di Archimede

$$d_c V_c g = d_l V_i g \longrightarrow d_c / d_l = V_i / V_c$$

Unità di misura della pressione

$$p = F / S$$

N/m^2 = Pa (Pascal) **(S.I.)**

$dina/cm^2$ = baria = 10^{-6} bar = 10^{-3} mbar **(c.g.s.)**

$$p = d\ g\ h$$

mm_{Hg} = Torr = pressione idrostatica prodotta da una colonna di mercurio alta 1 mm.

m_{H_2O} = metro d'acqua = pressione idrostatica prodotta da una colonna di acqua alta 1 m.

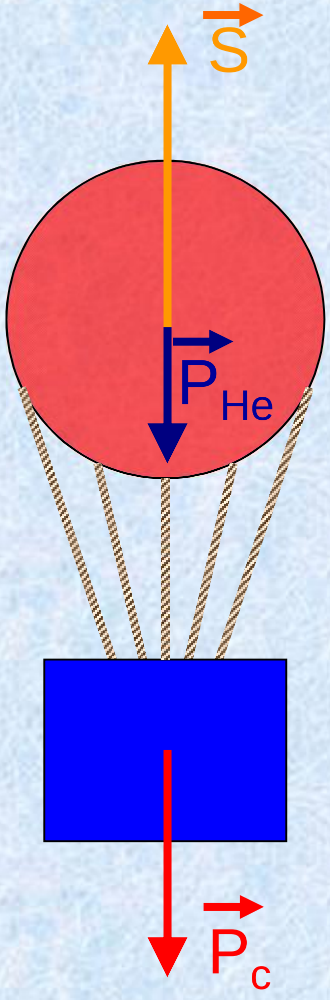
Atm = pressione esercitata dall'atmosfera terrestre al livello del mare in condizioni normali (= 760 Torr).

Principali relazioni tra le unità di misura della pressione

	Pa (N/m^2)	Baria $=10^{-6}$ bar (dyn/cm^2)	Torr (mm_{Hg})	cm H_2O	Atm
Pa (N/m^2)		10	1/133	0.01	$1/1.013\ 10^5$
Baria (dyn/cm^2)	10^{-1}		1/1330	10^{-3}	$1/1.013\ 10^6$
Torr (mm_{Hg})	133	1330		1.33	1/760
cm H_2O	100	10^3	1/1.33		$1/1.013\ 10^3$
Atm	$1.013\ 10^5$	$1.013\ 10^6$	760	$1.013\ 10^3$	

La tabella si legge lungo le linee orizzontali. Esempio : 1 Pa = 1/133 Torr

SF5 - Un pallone aerostatico del volume di 10 m^3 è riempito di elio. Quale carico massimo può portare? (Densità dell'aria = 1.2 kg/m^3, densità dell'elio = 0.2 kg/m^3)



$\vec{P}_c$ = peso del carico

$\vec{P}_{He}$ = peso dell'elio

$\vec{S}$ = Spinta di Archimede

V = volume del pallone

Quando il pallone porta il carico massimo

$$\vec{P}_c + \vec{P}_{He} + \vec{S} = 0$$

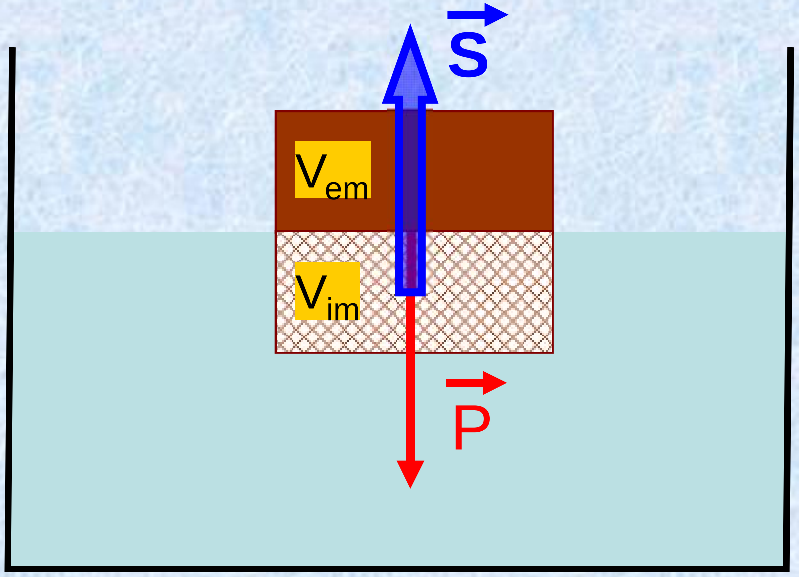
$$P_c + P_{He} = S \Longrightarrow P_c = S - P_{He}$$

$$P_{He} = m_{He}\, g = V\, d_{He}\, g$$

$$S = m_{aria}\, g = V\, d_{aria}\, g$$

$$P_c = S - P_{He} = V\, g\, (d_{aria} - d_{He}) =$$
$$= 10 \text{ m}^3\ 9.8 \text{ m/s}^2\ (1.2 \text{ kg/m}^3 - 0.2 \text{ kg/m}^3) =$$
$$\cong 100 \text{ N}$$

SF6 - Un parallelepipedo galleggia sull'acqua e la sua parte immersa è 4 volte quella emersa. Quanto vale la densità relativa della sostanza di cui è fatto il parallelepipedo ?



$$V_{im} = 4\,V_{em}$$

All'equilibrio

$$\vec{P} = -\,\vec{S}$$

$$P = S$$

$$d_c\,V_c\,g = d_{H_2O}\,V_{im}\,g$$

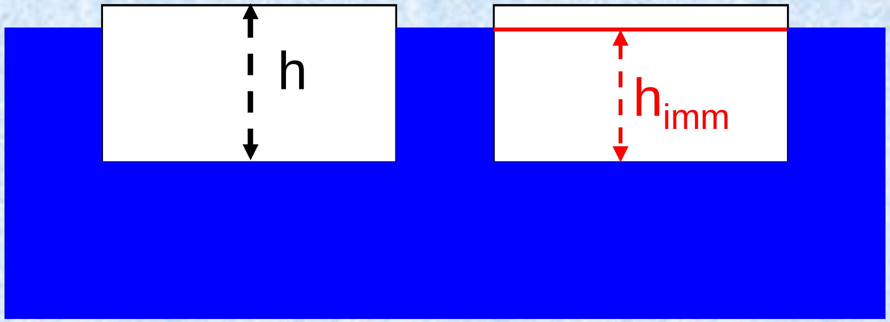
$$d_c / d_{H_2O} = V_{im} / (V_{im} + V_{em})$$

$$d_{rel} = d_c / d_{H_2O} = V_{im} / (V_{im} + V_{im}/4)$$

$$d_{rel} = d_c / d_{H_2O} = V_{im} / (5\,V_{im}/4)$$

$$d_{rel} = d_c / d_{H_2O} = 4/5 = 0.8$$

SF7 - Sulla banchisa polare, dove lo spessore del ghiaccio è di 2 m, un esquimese perfora completamente lo strato di ghiaccio (densità=0.9 g/cm^3) per pescare. A quale profondità troverà l'acqua?



Il ghiaccio galleggia sull'acqua.

La condizione di equilibrio di un pezzo di ghiaccio sull'acqua è

peso del ghiaccio = spinta di Archimede

$$V_{gh}\, d_{gh}\, g = V_{imm}\, d_{acqua}\, g$$

$$V_{imm} = V_{gh}\, d_{gh} / d_{acqua}$$

Se il blocco di ghiaccio ha la forma di un parallelepipedo di area di base A e di altezza h = 2 m

$$V_{gh} = A\, h$$

Se h_{imm} è l'altezza del parallelepipedo di ghiaccio che si trova al di sotto del livello del liquido, il volume immerso è

$$V_{imm} = A\, h_{imm} \quad \Rightarrow \quad A\, h_{imm} = A\, h\, d_{gh} / d_{acqua}$$

$$h_{imm} = h\, d_{gh} / d_{acqua} = 2\text{ m} \times 0.9\text{ g/cm}^3 / 1\text{g/cm}^3 = 1.80\text{ m}$$

L'altezza del parallelepipedo che emerge dall'acqua h_{em} è

$$h_{em} = h - h_{imm} = 2\text{ m} - 1.80\text{ m} = 0.2\text{ m} = 20\text{ cm}$$

SF8 - Un corpo fermo ed immerso completamente in acqua pesa 3.5 N. Sapendo che il corpo pesa 5 N in aria, quanto vale il volume del corpo?

Consideriamo un corpo di volume V, di massa m e quindi di densità m/V = d.

Il modulo del suo peso (apparente) in aria P_{aria} è dato da:

$$P_{aria} = mg – V\, d_{aria}\, g \qquad (1)$$

Il modulo del suo peso (apparente) in acqua P_{acqua} è dato da:

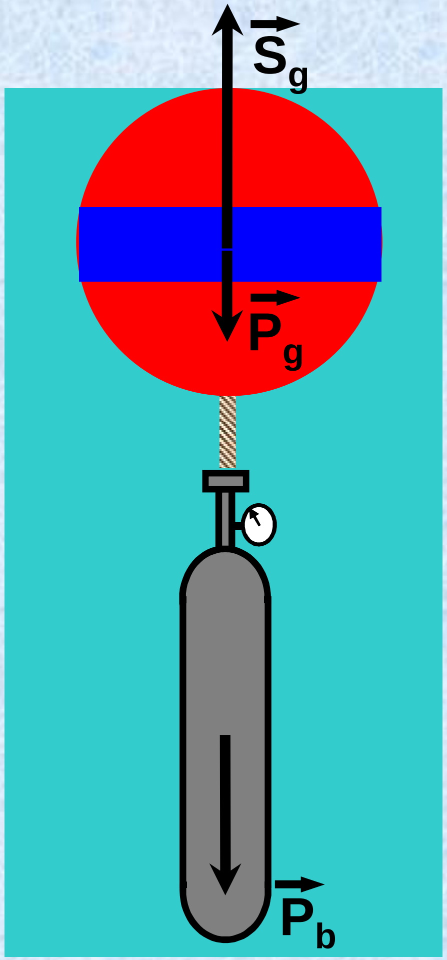
$$P_{acqua} = mg – V\, d_{acqua}\, g \qquad (2)$$

Sottraendo membro a membro l’eq. 2 dall’eq. 1 si ha

$$P_{aria} – P_{acqua} = V\, g\, (d_{acqua} – d_{aria}) \approx V\, g\, d_{acqua}$$

$$V = (P_{aria} – P_{acqua}) / \; g\, d_{acqua} = (5\ N – 3.5\ N) / (9.81\ m/s^2 \times 10^3\ Kg/m^3 \approx$$
$$\approx 1.5\ 10^{-4}\ m^3 = 0.15\ dm^3 = 150\ cm^3$$

SF9 - Ad un galleggiante cilindrico di sughero (densità = 0.2 g/cm^3) è legata con un filo la bombola (massa = 20 Kg) di un subacqueo. Trascurando il volume della bombola, quale valore deve avere il volume del galleggiante affinché risulti immerso per la totalità della sua altezza?



Trascurando il peso del filo ed il volume della bombola i moduli delle forze in gioco sono:

P_b = peso della bombola = $m_b\ g$

P_g = peso del galleggiante = $m_g\ g = d_g\ V_g\ g$

S_g = spinta di Archimede sul galleggiante = $d_{acqua}\ V_g\ g$

Considerando che i pesi sono vettori diretti verso il basso, mentre la spinta è un vettore diretto verso l'alto, la condizione di equilibrio del sistema è

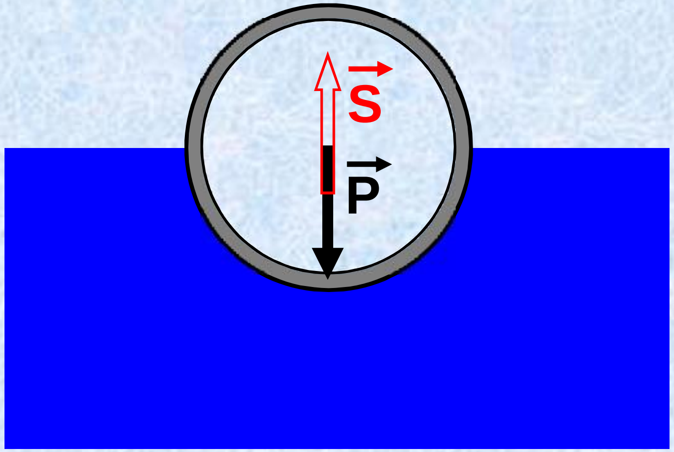
$$P_g + P_b = S_g$$

$$d_g\ V_g\ g + m_b\ g = d_{acqua}\ V_g\ g$$

$$V_g\ \cancel{g}\ (d_{acqua} - d_g) = m_b\ \cancel{g}$$

$$V_g = m_b / (d_{acqua} - d_g) = 20\ Kg / (1 - 0.2)\ 10^3\ Kg/m^3 =$$
$$20 / (0.8\ 10^3)\ m^3 = 25\ 10^{-3}\ m^3 = 25\ dm^3 = 25\ L$$

SF10 - Una sferetta cava di ferro ($d = 8\ g/cm^3$) di raggio esterno pari a 30 cm galleggia in acqua in modo che solo la metà del suo volume esterno risulta immersa. Quanto vale il suo volume interno?



Trascurando il peso dell'aria contenuta nella sfera i moduli delle forze in gioco sono:

P = peso della sfera $= m\, g = (V_{ext} - V_{int})\, d_{Fe}\, g$

S = spinta di Archimede $= d_{acqua}\ g\, V_{ext} /2$

Considerato che il peso e la spinta sono vettori che hanno verso opposto, la condizione di equilibrio della sfera è

$$P = S \Rightarrow (V_{ext} - V_{int})\, d_{Fe}\, \cancel{g} = d_{acqua}\ \cancel{g}\, V_{ext} /2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{ext}\, d_{Fe} - V_{int}\, d_{Fe} = d_{acqua}\, V_{ext} /2 \Rightarrow V_{ext}\, d_{Fe} - d_{acqua}\, V_{ext} /2 = V_{int}\, d_{Fe} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{int} = V_{ext}\, (d_{Fe} - d_{acqua} /2) /d_{Fe} \Rightarrow V_{int} = V_{ext}\, (1 - d_{acqua} /2\, d_{Fe}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{int} = (4/3)\, \pi\, (0.3\ m)^3 (1 - 1\ g/cm^3 /2 \times 8\ g/cm^3) =$$
$$= 1.33 \times 3.14 \times 27\ 10^{-3}\ m^3 (1 - 0.0625) = 0.113\ (93.75\ \%)\ m^3 =$$
$$= 0.106\ m^3$$

$$\Rightarrow r_{int} = (3\, V_{int} / \pi\, 4)^{1/3} = 0.294\ m$$