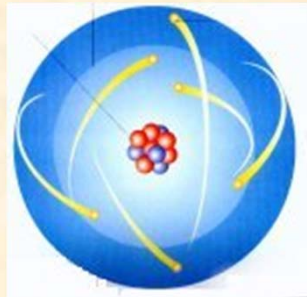
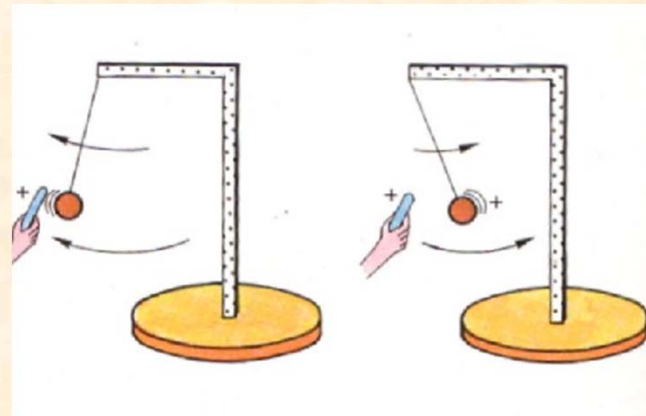


# ELETTROSTATICA

# ELETTRICITÀ

Strofinando tra di loro due corpi, questi si elettrizzano: per esempio, pettinandosi i capelli in una giornata secca, essi si drizzano sulla testa divaricandosi tra loro, oppure, pulendo con un panno un disco musicale, questo attrae la polvere. Quello che succede nello strofinio è che viene “fornita” o “sottratta” al corpo qualcosa che va sotto il nome di carica elettrica.

Esistono due “tipi” di carica elettrica, detti *positiva* e *negativa*. Le cariche dello stesso segno si respingono, mentre quelle di segno opposto si attraggono. **La carica si misura in coulomb, C.**



Oggi sappiamo che la carica elettrica è associata ai costituenti dell'atomo: il nucleo, fatto di neutroni (neutri) e protoni (positivi), e gli elettroni (negativi) che vi orbitano attorno.

## Proprietà delle cariche elettriche

Dagli esperimenti si trova che:

- cariche elettriche dello stesso segno si respingono;
- cariche elettriche di segno opposto si attraggono;
- la carica totale si conserva;
- la carica è quantizzata:  $Q = n e$  :

“e” rappresenta la più piccola carica elettrica misurata e coincide con quella dell’elettrone. Essa viene detta carica elementare:  $e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ,

dove  $1 \text{ C} = 1 \text{ Coulomb}$  è l’unità di misura della carica elettrica.

## ISOLANTI E CONDUTTORI

Generalmente i corpi sono elettricamente neutri: il numero delle cariche positive è pari a quello delle cariche negative. Essi, però, possono essere elettrizzati se vi è uno squilibrio tra i due tipi di carica.

Dal punto di vista delle proprietà elettriche, i corpi si dividono in *isolanti e conduttori*. Nei primi una eventuale carica rimane localizzata in una data regione del corpo. Nei secondi la carica può spostarsi nei vari punti del corpo.

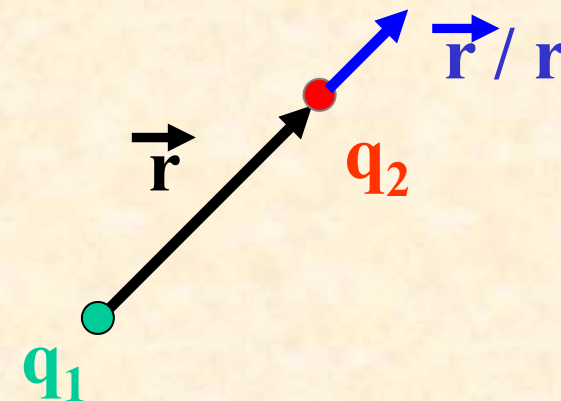
I portatori mobili della carica elettrica sono gli elettroni, che in un conduttore, a differenza di un isolante, sono liberi di muoversi da un atomo (o molecola) all'altro/a .

La determinazione della legge di forza tra cariche elettriche fu effettuata dal fisico francese Coulomb, che verificò che la forza tra due corpi carichi puntiformi è direttamente proporzionale al prodotto delle cariche e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza.

## FORZA DI COULOMB

### • legge di Coulomb

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$



$\vec{F}$  rappresenta la forza esercitata da  $q_1$  su  $q_2$   
 $\vec{r}$  rappresenta il vettore distanza orientato da  $q_1$  verso  $q_2$   
 $\vec{r} / r$  rappresenta il vettore orientato da  $q_1$  verso  $q_2$  di modulo unitario

Se  $q_1 q_2 > 0$  ( cariche omonime)

$\vec{F}$  ha stessa direzione e verso di  $\vec{r} / r$  ( forza repulsiva)

Se  $q_1 q_2 < 0$  ( cariche eteronime)

$\vec{F}$  ha stessa direzione e verso opposto a  $\vec{r} / r$  ( forza repulsiva)

$\epsilon_0 =$  costante dielettrica del vuoto =  $8.86 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$

$\epsilon =$  costante dielettrica di un mezzo

$\epsilon_r =$  costante del mezzo relativa al vuoto =  $\epsilon / \epsilon_0$

# FORZA DI COULOMB NELLA MATERIA

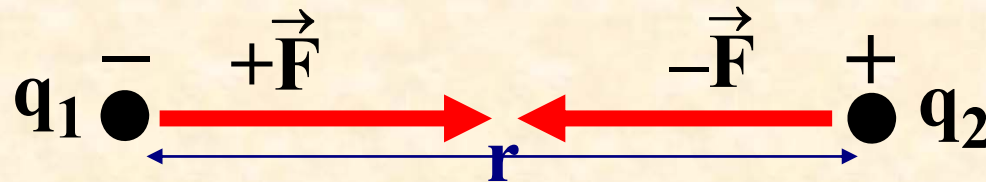
## • legge di Coulomb

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

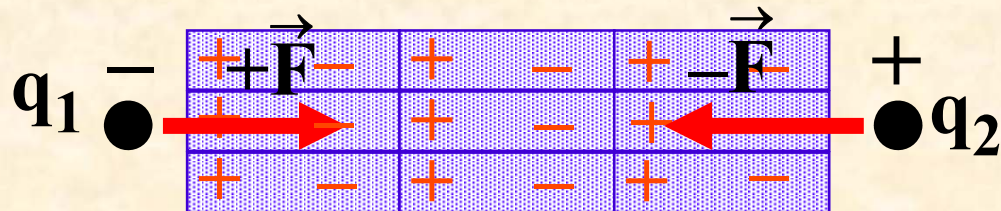
$\epsilon_r = 1$  nel vuoto

$\epsilon_r > 1$  nella materia

esempio  $\epsilon_r (\text{H}_2\text{O}) \approx 80$



vuoto



materia

Il mezzo in cui sono immerse le cariche può essere immaginato come un insieme di domini infinitesimi nei quali normalmente i baricentri delle cariche positive e negative si sovrappongono. L'azione di una forza elettrica esterna sbilancia tale equilibrio creando i cosiddetti dipoli elettrici.

## CAMPO ELETTROSTATICO

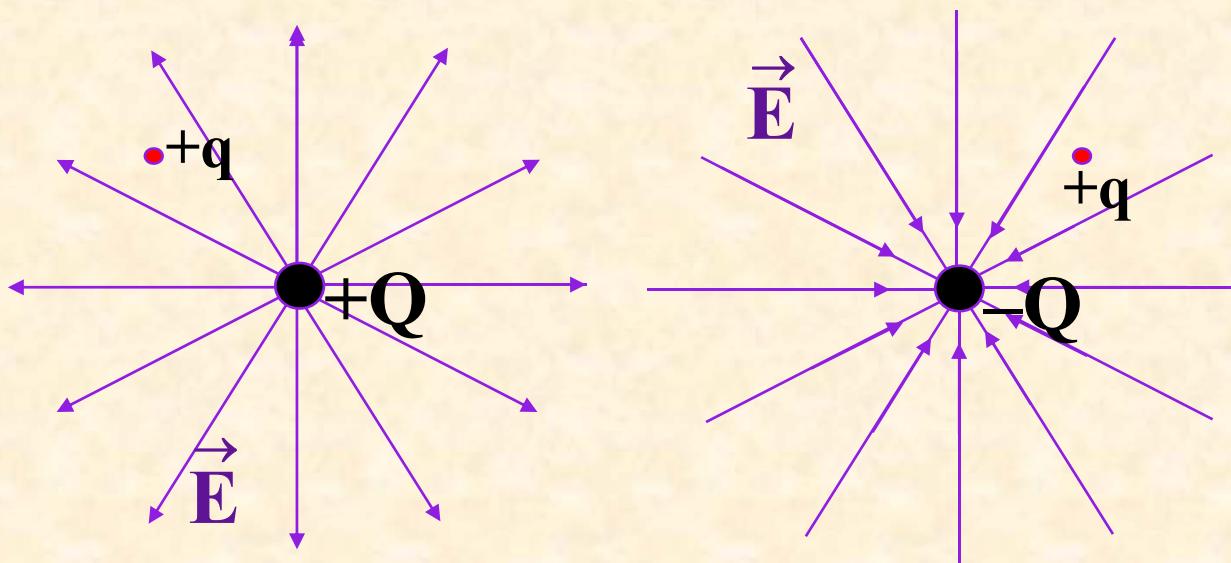
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{q Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

(cariche elettriche puntiformi)  
**q** carica di prova

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

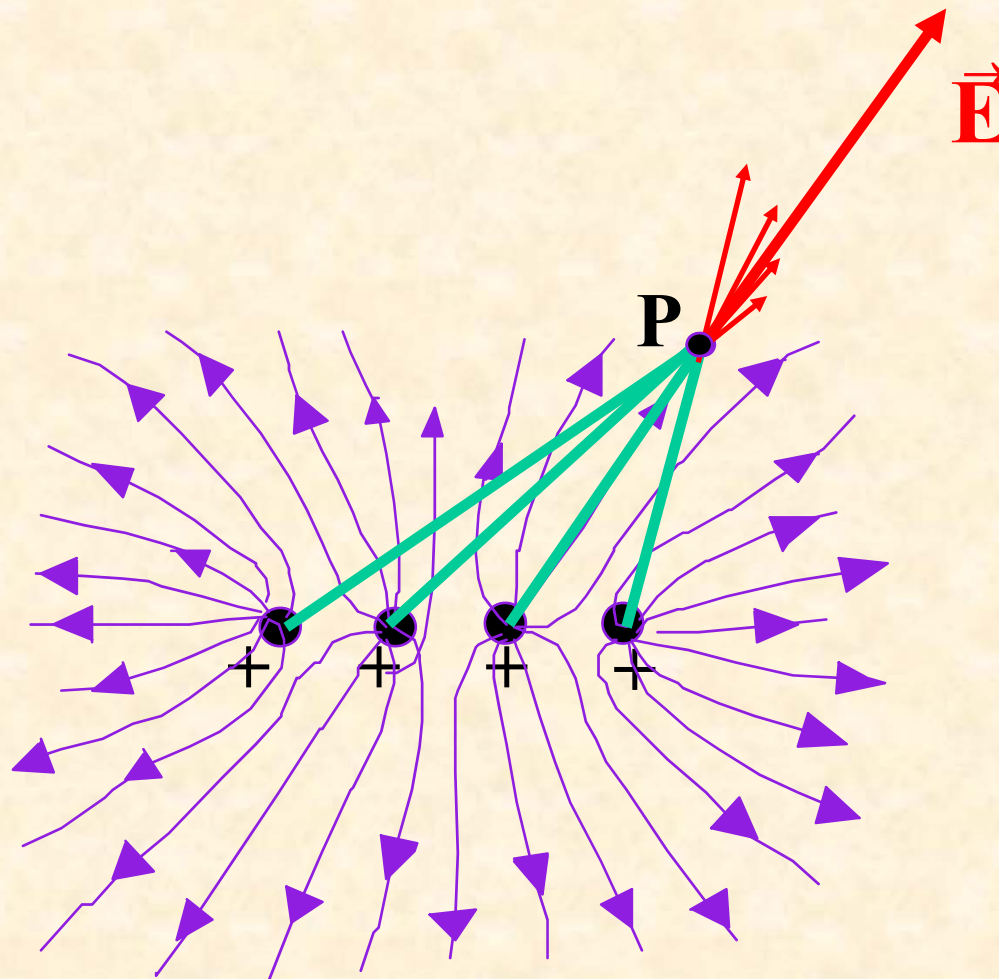
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

unità di misura S.I. newton coulomb<sup>-1</sup> (N C<sup>-1</sup>)



## CAMPO ELETTROSTATICO DA PIU' CARICHE

Per calcolare il campo elettrico generato in un punto **P** da più cariche elettriche è possibile applicare *il principio di sovrapposizione degli effetti*. Ovvero valutare il singolo contributo di ogni carica puntiforme e poi sommare tali contributi. Tale principio deriva dalla linearità del fenomeno.

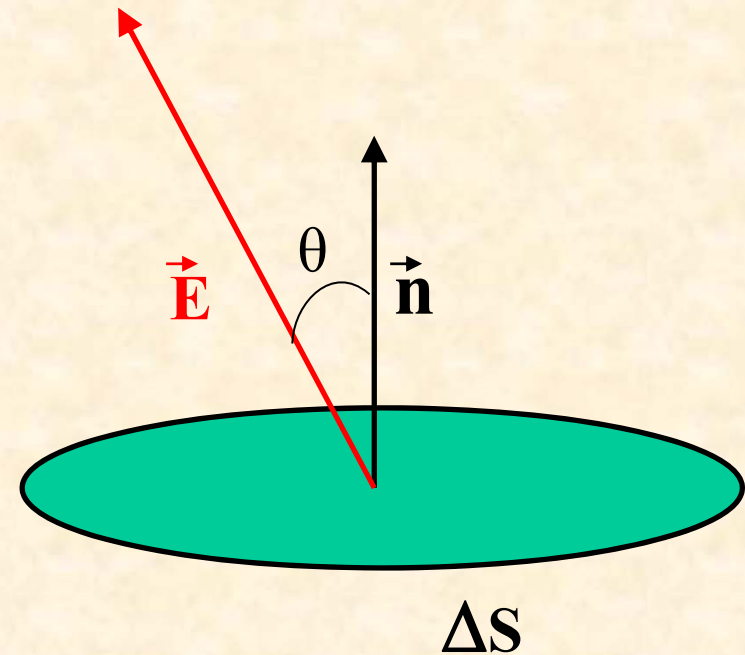


## FLUSSO DEL CAMPO ELETTRICO

Consideriamo una superficie  $\Delta S$  orientata secondo il versore  $\vec{n}$  e su essa agisca il campo elettrico  $\vec{E}$ .

Si definisce flusso  $\Phi$  di  $\vec{E}$  attraverso  $\Delta S$  la seguente espressione matematica:

$$\Phi(E) = \Delta S \vec{n} \cdot \vec{E} = \Delta S E \cos(\theta)$$



## TEOREMA DI GAUSS

La dimostrazione in questa diapositiva non è obbligatoria

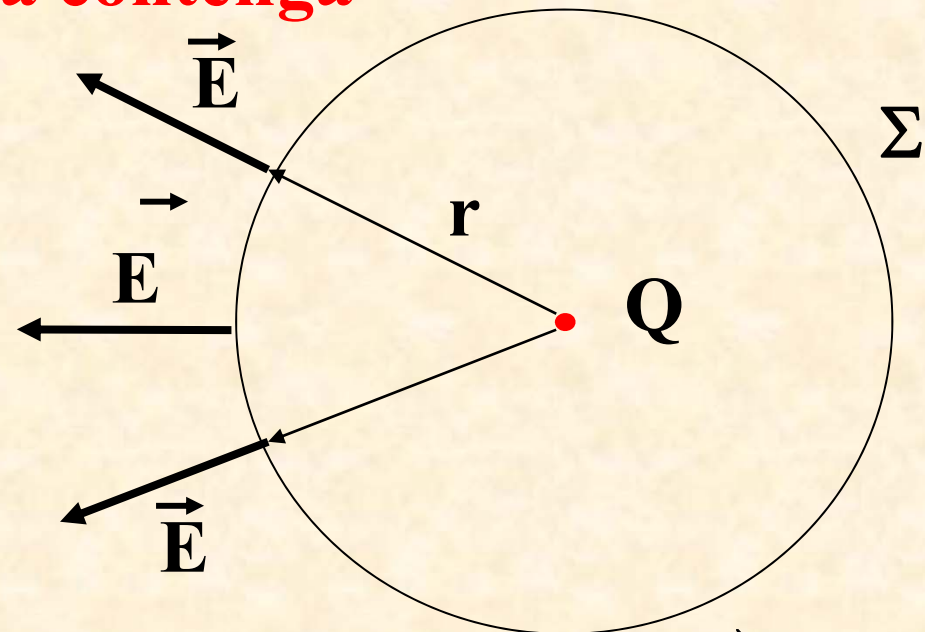
**Si consideri il campo elettrico generato da una carica puntiforme  $Q$  posta nel vuoto, ed una superficie chiusa  $\Sigma$  che la contenga**

**Teorema di Gauss:**

Il flusso del campo elettrico ( $\Phi(E)$ ) attraverso una superficie chiusa  $\Sigma$  è pari alla carica totale contenuta  $Q/\epsilon_0$

$$\Phi(E) = Q/\epsilon_0$$

Essendo in questo caso il campo radiale segue  $E_\Sigma = E$  e quindi l'espressione



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\Phi(E) = E_\Sigma 4\pi r^2 = Q/\epsilon_0$$

## APPLICAZIONI DEL TEOREMA DI GAUSS

La dimostrazione in questa diapositiva non è obbligatoria

Un conduttore è per definizione un corpo nel quale le cariche elettriche sono libere di muoversi, ne consegue che in condizioni di equilibrio nel suo interno le forze elettriche sono nulle e quindi è nullo il campo elettrico. Ciò implica anche che in un conduttore le cariche elettriche possono disporsi solo sulla sua superficie .

Su  $\Sigma_I$  il campo el. è nullo

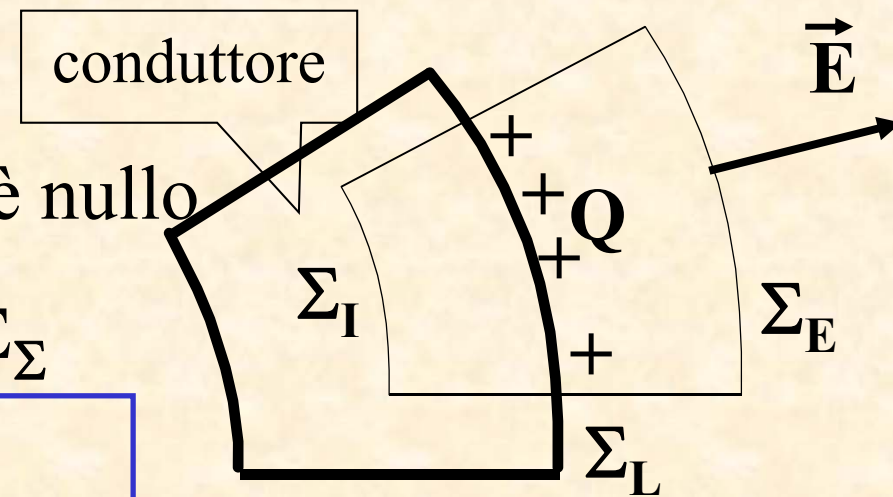
Su  $\Sigma_L$  il flusso del campo el. è nullo

Su  $\Sigma_E$  il campo el. è pari ad  $\mathbf{E}_\Sigma$

$$\Phi(\mathbf{E}) = \mathbf{E}_\Sigma \Sigma_E = Q/\epsilon_0$$

Sulla superficie di un conduttore carico il campo elettrico è normale e vale in modulo  $\mathbf{E}_\Sigma = Q / \Sigma_E \epsilon_0 = \sigma/\epsilon_0$

$\sigma = Q / \Sigma_E =$  densità superficiale di carica sul conduttore

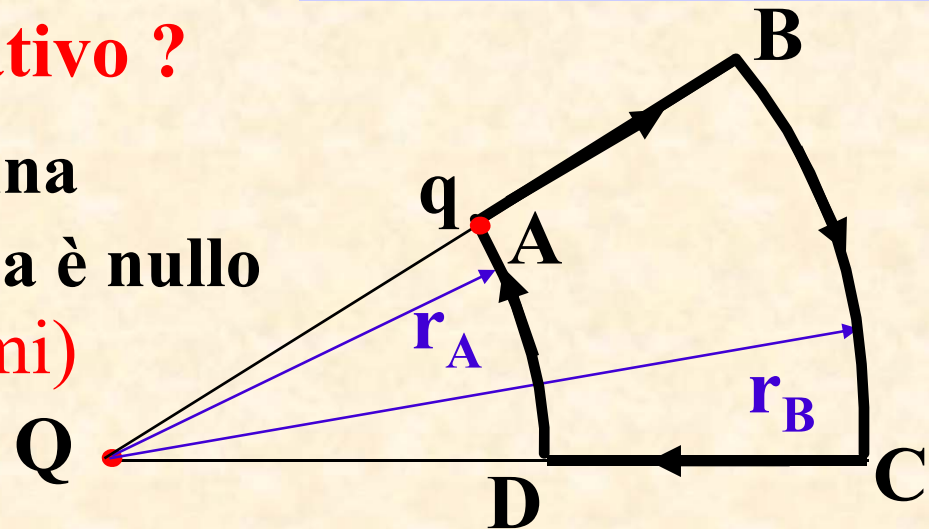


## ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA

La dimostrazione in questa diapositiva non è obbligatoria

**campo di forze conservativo ?**

**SI**, perchè il lavoro lungo una  
Qualunque traiettoria chiusa è nullo  
(cariche elettriche puntiformi)



Dimostriamo che quest'affermazione è vera per la traiettoria ABCD

$$L = L_{ABCD} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CD} + L_{DA}$$

$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B F dr = (qQ/4\pi\epsilon_0\epsilon_r) \int_{r_A}^{r_B} r^{-2} dr = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left[ \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right]$$

$$\left. \begin{aligned} \bullet L_{AB} &= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left[ \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right] = -L_{CD} \\ \bullet L_{BC} &= L_{DA} = 0 \end{aligned} \right\} L_{ABCD} = 0$$

## ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA

$$L_{AB} = \frac{q Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r} \frac{1}{r_A} - \frac{q Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r} \frac{1}{r_B} = U(r_A) - U(r_B)$$

$$U(r) = \frac{q Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r} \frac{1}{r}$$

**funzione energia potenziale elettrostatica  
(cariche elettriche puntiformi)**

## POTENZIALE ELETTRICO

$$V = \frac{U}{q}$$

carica puntiforme

$$V(\mathbf{r}) = \frac{U(\mathbf{r})}{q} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r} \frac{1}{r}$$

differenza di potenziale elettrico (d.d.p.)

$$\Delta V = V_B - V_A = - \frac{L_{AB}}{q}$$

$$B \rightarrow \infty \rightarrow V_B = 0$$

$$V_A = \frac{L_{A\infty}}{q}$$

• dimensioni  $[M][L]^2[T]^{-2}[Q]^{-1}$

• unità di misura S.I. volt (V) =  $\frac{\text{joule}}{\text{coulomb}}$

## CAMPO ELETTRICO E POTENZIALE ELETTRICO

modulo :  $\mathbf{E} = \frac{\Delta V(\mathbf{r})}{\Delta r}$

- unità di misura del campo elettrico

$$\frac{\text{newton}}{\text{coulomb}} (\text{N C}^{-1}) = \frac{\text{volt}}{\text{metro}} (\text{V m}^{-1})$$

$$V = \frac{U}{q}$$

unità di misura pratica di energia  
(scala atomica)

$$\text{elettronVolt (eV)} = \underbrace{1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}}_{|e|} \quad 1 \text{ V} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

## CAMPO ELETTRICO E POTENZIALE ELETTRICO

La dimostrazione in questa  
diapositiva non è obbligatoria

Dalla definizione di differenza di potenziale

$$L_{AB} = -q(V_B - V_A) = -q \int_A^B dV = -q \int_A^B (dV / dr) dr \quad (1)$$

Il lavoro  $L_{AB}$  è, per definizione,

$$L_{AB} = \int_A^{\vec{B}} \vec{F} \cdot \vec{dr} = q \int_A^{\vec{B}} \vec{E} \cdot \vec{dr} \quad (2)$$

in cui il simbolo “•” indica l’operazione di prodotto scalare.

$$2 r dr = d(r^2) = d(\vec{r} \cdot \vec{r}) = 2\vec{r} \cdot \vec{dr}$$

da cui

$$\vec{dr} = (\vec{r} / r) \cdot \vec{dr} \quad (3)$$

Sostituendo  $L_{AB}$  al primo membro dell’eq. (1) con l’espressione (2) ed inserendo l’espressione (3) nell’integrale a secondo membro dell’eq.(1) si ha

$$L_{AB} = q \int_A^{\vec{B}} \vec{E} \cdot \vec{dr} = -q \int_A^{\vec{B}} (dV / dr) (\vec{r} / r) \cdot \vec{dr}$$

$$\vec{E} = - (dV/dr) (\vec{r} / r)$$

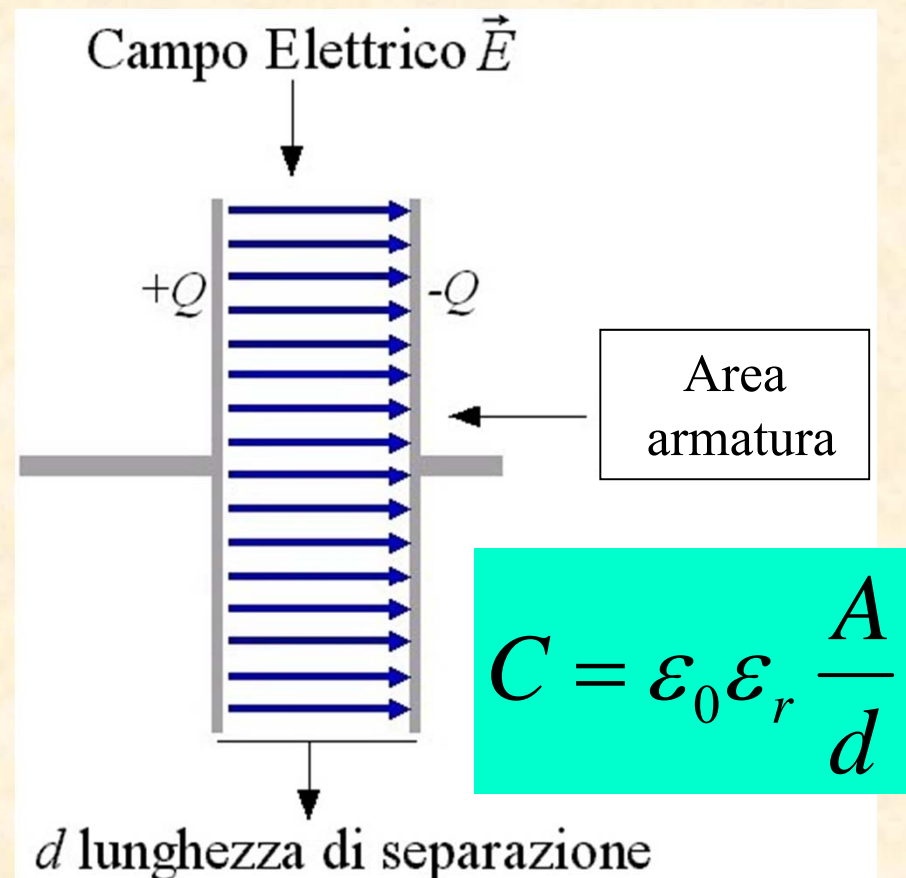
## IL CONDENSATORE

Un condensatore è un dispositivo generalmente costituito da una coppia di **conduttori** (dette armature) separati da un isolante (**dielettrico**). La carica è immagazzinata sulla superficie di contatto tra l'armatura ed il dielettrico. In figura è rappresentato un condensatore piano per il quale le armature sono costituite da facce piane e parallele.

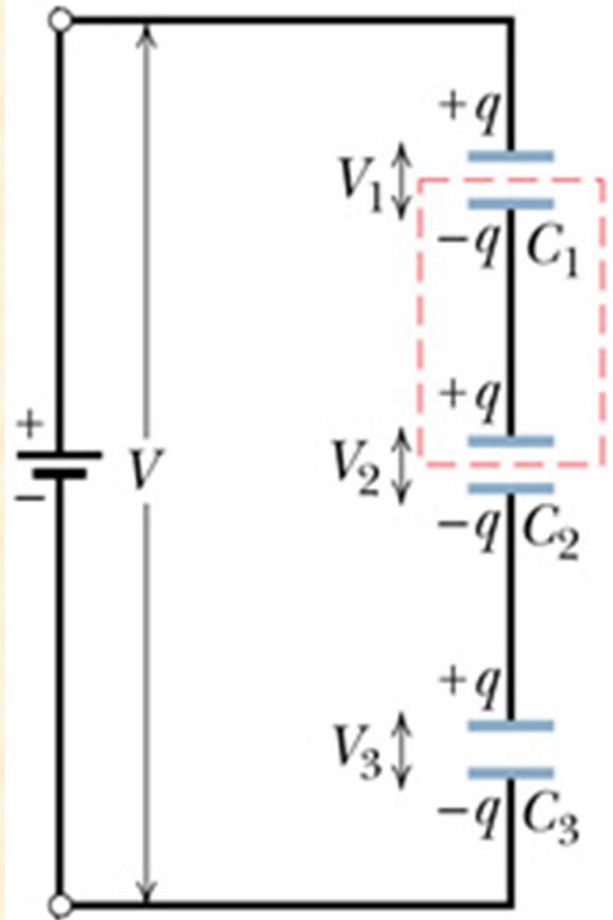
Applicando una **differenza di potenziale  $\Delta V$**  alle armature, le cariche elettriche si separano e si forma un **campo elettrico** all'interno del dielettrico. L'armatura collegata al **potenziale** più alto si carica positivamente, negativamente l'altra.

$$C = Q / \Delta V$$

È detta **capacità** del condensatore e si misura in **Farad**. [1 F = 1 C/1 V]



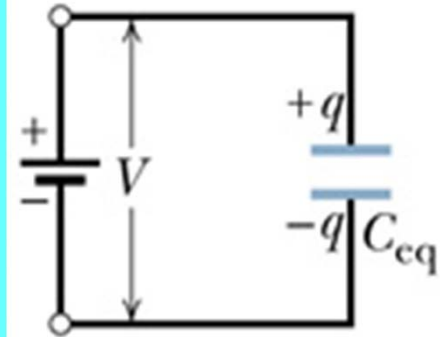
## CONDENSATORI IN SERIE



$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

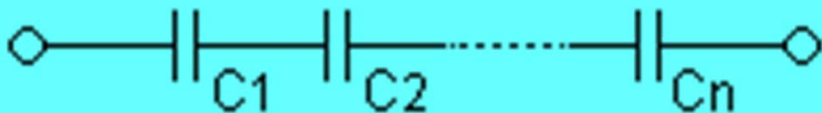
$$V = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

$$\frac{V}{q} = \frac{1}{C_{eq}} = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

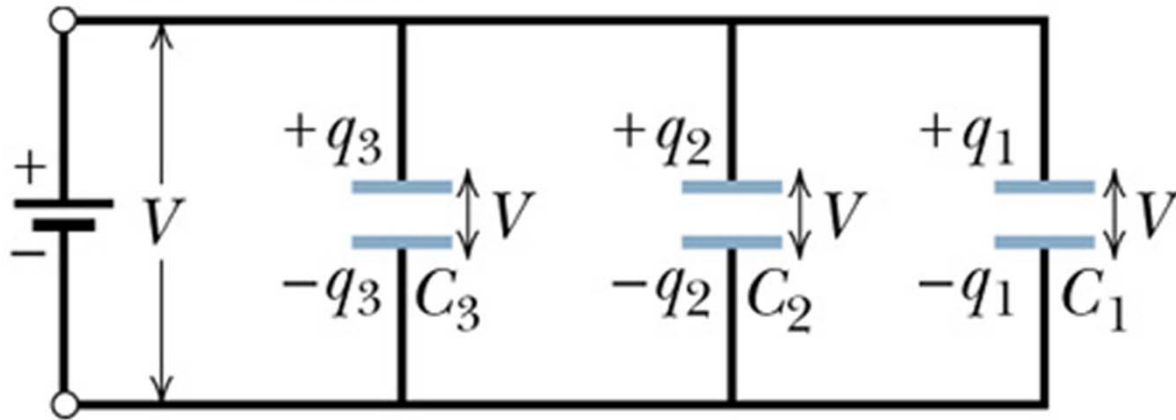


Quando si montano **n** condensatori in serie su ognuno di essi è depositata la medesima carica. La capacità equivalente sarà, quindi, data dalla formula:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$



## CONDENSATORI IN PARALLELO



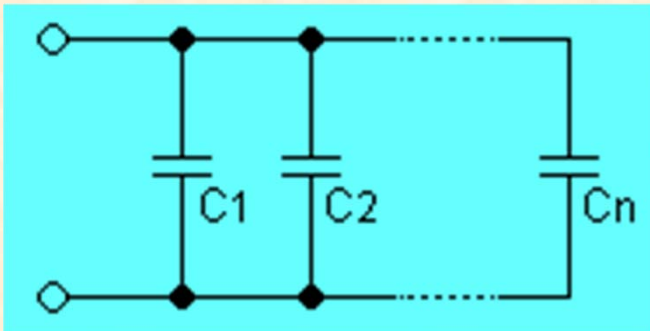
$$q = q_1 + q_2 + q_3 =$$

$$q = V(C_1 + C_2 + C_3)$$

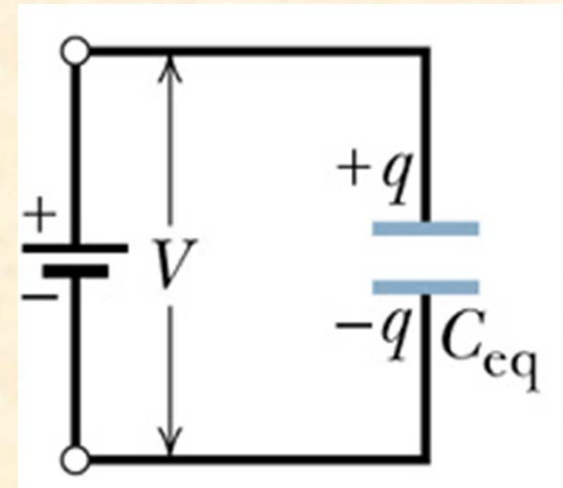
$$C_{eq} V = V(C_1 + C_2 + C_3)$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

Quando si montano  $n$  condensatori in parallelo su ognuno di essi si misurerà la medesima d.d.p. . La capacità equivalente sarà, quindi, data dalla formula:

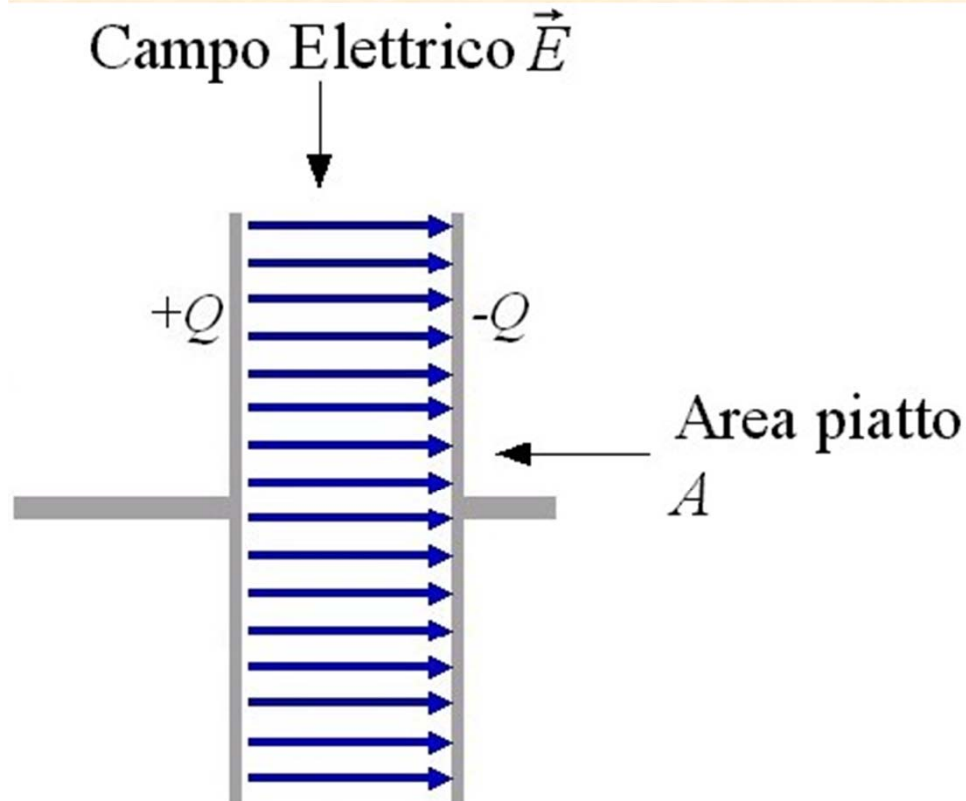


$$C_{eq} = \sum_{i=1}^n C_i$$



## ENERGIA DI UN CONDENSATORE CARICO

La dimostrazione in questa diapositiva non è obbligatoria

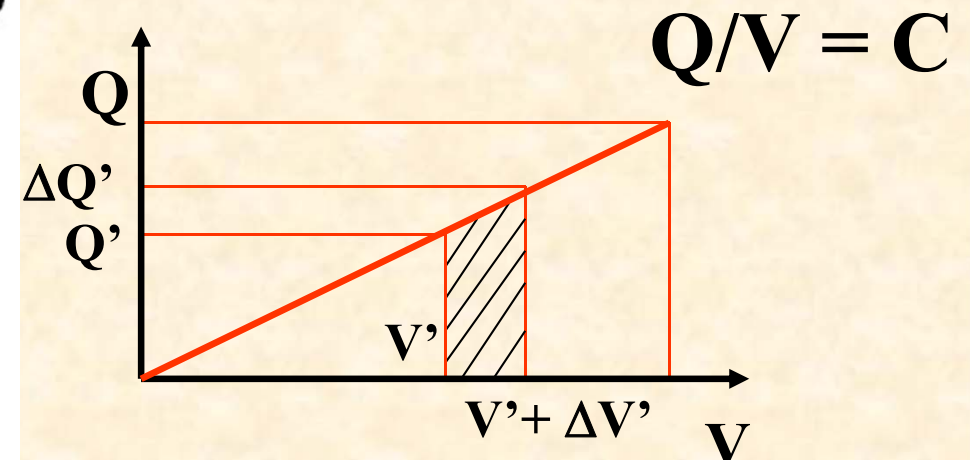


$$Q' = C V' \quad \Delta Q' = C \Delta V'$$

$$V' \Delta Q' = (Q' / C) (C \Delta V')$$

L'energia immagazzinata è l'area del triangolo di lati  $Q$  e  $V$ .

Consideriamo un condensatore posto alla d.d.p.  $V'$  su cui già è accumulata una carica  $Q'$  e che si vuole incrementare di  $\Delta Q'$



Per aggiungere  $\Delta Q'$  occorre fornire una energia  $\Delta E = V' \Delta Q' = Q' \Delta V'$

$$E = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2C} Q^2$$