

# Produzione

Francesca Stroffolini

- In un processo produttivo l'impresa trasforma i fattori della produzione (o input) in prodotto (o output). I fattori della produzione sono tutte le risorse impiegate per produrre l'output (lavoro, capitale, materie prime). Gli input e gli output sono misurati in termini di flusso ossia con riferimento ad un determinato intervallo temporale.
- Una tecnica di produzione indica un modo di combinare i fattori della produzione, lavoro e capitale, per ottenere un dato output ed è caratterizzata da un particolare rapporto tra la quantità di lavoro e quella di capitale
- La tecnologia di produzione descrive tutti le tecniche di produzione di cui si è al momento a conoscenza per produrre un dato output.
- L'insieme di produzione è l'insieme di tutte le combinazioni di input e dei corrispondenti livelli di output che la tecnologia esistente consente di ottenere.

# Funzione di produzione

- L'insieme delle tecniche efficienti descrive la funzione di produzione per l'impresa. In altri termini, la funzione di produzione esprime la quantità massima di output (misurato in termini di flusso nell'unità di tempo) che si può ottenere impiegando un certo ammontare di fattori della produzione, input, (misurati in termini di flusso nella stessa unità di tempo usata per il prodotto ottenuto).
- Formalmente ipotizzando di avere solo due fattori a disposizione, il lavoro  $L$  (misurato in ore di lavoro) e il capitale - o bene capitale -  $K$  (misurato ad esempio in ore di utilizzo del bene capitale), la funzione di produzione può essere scritta come

$$Y = F(L, K)$$

- dove  $Y$  indica il numero di unità di bene o servizio ottenute (nell'unità di tempo di riferimento).

- L'isoquanto di produzione è l'insieme di tutte le tecniche efficienti per produrre un determinato livello di output, ossia l'insieme di tutte le combinazioni efficienti di fattori che danno luogo ad un determinato output oppure le combinazioni di fattori minime o appena sufficienti per produrre un determinato livello di output.
- La funzione di produzione di un'impresa con due fattori variabili può allora venire descritta come una mappa d'isoquanti: livelli di produzione più elevati richiedono un impiego superiore di entrambi o di un solo fattore.
- La pendenza dell'isoquanto è negativa perchè all'aumentare di un input deve essere associata la riduzione dell'altro per mantenere costante il livello di prodotto.
- La pendenza indica il saggio al quale un input può essere sostituito con un altro, ossia di quanto bisogna ridurre la quantità dell'input misurato sull'asse delle ordinate per ogni incremento marginale dell'input misurato sull'asse delle ascisse.

# Saggio marginale di sostituzione tecnica

- La pendenza dell'isoquanto è definita saggio marginale di sostituzione tecnica che è misurato, in valore assoluto, dal rapporto tra il prodotto marginale dell'input misurato sull'asse delle ascisse (per esempio L) e il prodotto marginale dell'input misurato sull'asse delle ordinate (K)

$$SMST(L, K) = -\frac{PML(L, K)}{PMK(L, K)}$$

- Il saggio marginale di sostituzione tecnica varia da punto a punto: è decrescente all'aumentare dell'input misurato sull'asse delle ascisse ed è crescente all'aumentare dell'input misurato sull'asse delle ordinate.
  - Ciò vuol dire che maggiore è la quantità di lavoro impiegata, minore è la quantità di capitale a cui bisogna rinunciare per ogni incremento marginale di lavoro.

- Data una funzione di produzione con due fattori, si definisce prodotto marginale di un fattore (il lavoro in questo caso) il saggio di variazione del prodotto rispetto ad una variazione marginale del fattore, mantenendo fisso l'altro fattore.
- In termini formali il prodotto marginale del lavoro quando il capitale è fisso è dato da:

$$MPL(L, \bar{K}) = \frac{\Delta Y}{\Delta L} = \frac{F(L + \Delta L, \bar{K}) - F(L, \bar{K})}{\Delta L}$$

- Per semplicità, si usa il termine prodotto marginale per riferirsi alla variazione del prodotto risultante da una variazione unitaria dell'impiego del fattore variabile, ossia indica la quantità addizionale di output per unità addizionale di input mantenendo fisso l'altro input.

# Prodotto marginale

- Nel caso di una funzione di produzione con un solo input, il prodotto marginale è misurato dalla pendenza della tangenza alla curva del prodotto totale in ogni punto.
- Il prodotto marginale può variare al variare dell'ammontare di input impiegato:
- Prodotto marginale crescente: maggiore è l'input, maggiore è l'incremento di prodotto derivante da un incremento addizionale dell'input;
  - la curva di prodotto totale ha pendenza crescente.
- Prodotto marginale decrescente: maggiore è l'input impiegato, minore è l'incremento di output derivante da un incremento addizionale dell'input;
  - curva di prodotto totale ha pendenza decrescente
- Prodotto marginale costante: l'incremento dell'output per ogni variazione dell'input è indipendente dalla quantità di input impiegato;
  - la curva di prodotto totale è una retta.

- In genere in una funzione di produzione con due input, il prodotto marginale del fattore variabile (lavoro) quando l'altro è fisso, è prima crescente poi costante ed infine decrescente; per livelli elevati di input impiegato può diventare anche negativo.
  - Ciò può essere spiegato intuitivamente nel seguente modo. L'impiego di quantità aggiuntive di lavoro comportano inizialmente incrementi via via maggiori di output perchè consentono di sfruttare meglio il fattore fisso. Raggiunto un certo livello d'impiego del lavoro corrispondente ad un dato tasso d'utilizzo del fattore fisso, un ulteriore incremento di lavoro determina prima incrementi costanti e poi decrescenti di output perchè lo sfruttamento del fattore fisso è eccessivo.
- L'ipotesi di produttività marginale decrescente concerne la variazione del prodotto marginale quando solo uno dei due input aumenta e l'altro si mantiene costante. L'ipotesi di SMST decrescente, invece, riguarda il modo in cui il rapporto dei prodotti marginali varia, se si aumenta la quantità impiegata di un input e si fa variare la quantità impiegata dell'altro in modo da restare sullo stesso isoquanto.

# Prodotto medio

- Il prodotto medio per ogni input è misurato dal rapporto tra il livello di prodotto ottenuto ed il corrispondente livello di input impiegato

$$MPE_L(L, \bar{K}) = \frac{Y}{L} = \frac{F(L, \bar{K})}{L}$$

- Geometricamente è misurato dalla pendenza della retta che congiunge l'origine con il punto della funzione di produzione corrispondente al livello di input impiegato.
- Una importante relazione che vale per tutte le grandezze medie e marginali è la seguente:
  - Quando il prodotto marginale è superiore al prodotto medio, allora il prodotto medio cresce nell'input variabile;
  - Quando il prodotto marginale è inferiore al prodotto medio, il prodotto medio decresce nell'input variabile;
  - Quando il prodotto marginale è uguale al prodotto medio, il prodotto medio è costante.
  - La curva di prodotto medio raggiunge il massimo nel punto in cui interseca la curva di prodotto marginale.

- I rendimenti di scala di una tecnologia misurano il tasso a cui aumenta il livello di produzione a fronte di un aumento proporzionale di tutti i fattori produttivi ossia misurano il rapporto tra la variazione nelle quantità di output ottenuta in seguito ad una variazione proporzionalmente identica nell'impiego di tutti i fattori produttivi.
  - E' importante notare che nel calcolare i rendimenti di scala si assume che l'incremento di output richieda variazioni proporzionalmente identiche dei fattori produttivi. Ciò equivale a considerare tecnologie caratterizzate dalla seguente proprietà: la proporzione in cui sono utilizzati gli input non varia al variare del livello di output prodotto.

# Rendimenti di scala

- Rendimenti di scala costanti: aumentando proporzionalmente l'impiego di tutti gli input, l'output aumenta nella stessa proporzione; ne consegue che un aumento dell'output richiede un aumento degli inputs nella stessa proporzione.
- Rendimenti di scala crescenti: aumentando proporzionalmente l'impiego di tutti gli input, l'output aumenta in misura più che proporzionale; ne consegue che un aumento dell'output richiede un aumento meno che proporzionale degli input.
- Rendimenti di scala decrescenti: aumentando proporzionalmente l'impiego di tutti gli input l'output aumenta in misura meno che proporzionale; ne consegue che un aumento dell'output richiede un aumento più che proporzionale degli inputs.

- Tutti i punti sull'isoquanto indicano le allocazioni degli inputs tecnicamente efficienti per produrre un dato livello di output. L'allocazione che minimizza il costo di produrre un dato livello di output  $y$ , è quella identificata dal punto di tangenza tra l' isoquanto corrispondente al livello  $y$  e l'isocosto la cui pendenza è data dal rapporto tra il prezzo del lavoro  $w$  ed il prezzo del capitale  $r$ , ossia dall'uguaglianza tra saggio marginale di sostituzione tecnica, in valore assoluto, e rapporto tra i prezzi

$$\begin{aligned} SMST(L^*, K^*) &= \frac{w}{r} \\ F(L^*, K^*) &= y \end{aligned}$$

# Minimizzazione del costo

- Tenendo conto della definizione di SMST, l'allocazione che minimizza il costo di produrre  $y$  è determinata dall'uguaglianza tra il rapporto tra i prodotti marginali dei due inputs ed il rapporto tra i corrispondenti prezzi

$$\frac{PML((L^*, K^*))}{PMK((L^*, K^*))} = \frac{w}{r}$$
$$F(L^*, K^*) = y$$

- che può essere riscritta nel seguente modo

$$\frac{w}{PML((L^*, K^*))} = \frac{r}{PMK((L^*, K^*))}$$
$$F(L^*, K^*) = y$$

- dove  $1/PML$  indica la quantità di lavoro necessaria per produrre un'unità aggiuntiva di output che, moltiplicata per il prezzo del lavoro, misura il costo di produrre un'unità aggiuntiva di output ossia il costo marginale. Lo stesso significato ha l'espressione riferita al capitale.

- La condizione suesposta dice che l'allocazione che minimizza il costo di produrre un dato livello di output  $y$  è quella in corrispondenza della quale il costo di produrre un'unità aggiuntiva di output utilizzando il lavoro è uguale al costo di produrre un'unità aggiuntiva di output utilizzando capitale.
- Le due condizioni suesposte individuano le quantità ottime di  $L$  e  $K$  per ogni livello di  $y$  e per ogni valore di  $w$  e  $r$

$$L^*(y, w, r); K^*(y, w, r)$$

- La funzione di costo totale indica il costo minimo di produzione per ogni livello di output. Si ottiene moltiplicando le quantità ottime di inputs per i rispettivi prezzi e poi sommando le spese

$$C(y) = wL^*(y) + rK^*(y)$$

- dove per semplicità abbiamo ommesso i prezzi dei fattori.
- La curva di costo totale è crescente nell'output, con pendenza variabile da punto a punto.

- Il costo marginale indica il saggio di variazione del costo totale rispetto ad una variazione marginale dell'output (per semplicità variazione unitaria)

$$MC(y) = \frac{\Delta C(y)}{\Delta Y}$$

- Geometricamente misura la pendenza della funzione di costo in ogni punto.
- Il costo medio è dato dal rapporto tra il costo totale e l'output

$$AC(y) = \frac{C(Y)}{Y}$$

- Geometricamente misura la pendenza del raggio che congiunge l'origine con ciascun punto della curva di costo totale.

# Rendimenti di scala e costo medio

- Rendimenti di scala costanti: la curva di costo medio e marginale sono costanti.
- Rendimenti di scala crescenti: curva di costo medio è decrescente e superiore a curva di costo marginale.
- Rendimenti di scala decrescenti : curva di costo medio crescente ed inferiore a curva di costo marginale.
- Con una funzione di produzione caratterizzata da rendimenti di scala crescenti per valori bassi di output, costanti e poi decrescenti per livelli elevati, la curva di costo medio decresce , raggiunge il minimo nel punto d'intersezione con la curva di costo marginale e poi cresce.

- Il ricavo totale che l'impresa ottiene dalla vendita di una quantità di bene è pari al prodotto della quantità per il prezzo di mercato a cui può vendere ogni unità del *bene*

$$R = P \times y$$

- In concorrenza perfetta la funzione di domanda che l'impresa concorrenziale fronteggia è **infinitamente elastica**.
- Poichè il prezzo è indipendente dalla quantità venduta, il ricavo totale è **proporzionale** alla quantità venduta

# Ricavo marginale e ricavo medio

- Il ricavo marginale è il saggio di variazione del ricavo totale rispetto ad una variazione marginale della quantità venduta

$$R_m = \frac{\Delta R}{\Delta y}$$

- Per le imprese in concorrenza perfetta il ricavo marginale è pari a prezzo:  $R_m = p$
- Il ricavo medio è il ricavo totale diviso la quantità venduta ovvero è il ricavo per unità di prodotto: è sempre uguale al prezzo del bene

$$R_{me} = \frac{P \times y}{y} = P$$

# Decisioni di produzione

- Se il ricavo marginale è superiore al costo marginale, un incremento della quantità venduta aumenta il profitto.
- Se il ricavo marginale è inferiore al costo marginale, una riduzione della quantità venduta aumenta il profitto
- La quantità che massimizza il profitto è quella in corrispondenza della quale il ricavo marginale è uguale al costo marginale; in concorrenza perfetta, la quantità offerta da ciascuna impresa è determinata dall'uguaglianza tra prezzo e costo marginale.
- L'impresa decide di sospendere la produzione e il prezzo è inferiore al costo economico medio che, nel breve periodo, coincide con il costo medio variabile (se non ci sono sunk costs)
- La curva d'offerta dell'impresa coincide con il tratto crescente della curva del costo marginale al di sopra del costo medio minimo economico.

# Ricavo marginale in monopolio

- La curva di domanda del monopolista corrisponde alla domanda di mercato. Il monopolista, quindi, interagisce con una curva di domanda che ha pendenza negativa: se il monopolista aumenta il prezzo, la quantità domandata si riduce, se vuole aumentare la quantità venduta, deve ridurre il prezzo.
- L'aumento di un'unità addizionale di output ha due effetti opposti sul ricavo totale :
  - Un *effetto quantità*. La vendita di un'unità addizionale del bene fa aumentare il ricavo totale in misura pari al prezzo;
  - Un *effetto prezzo* . Per vendere un'unità addizionale del bene il monopolista deve ridurre il prezzo di mercato di tutte le unità vendute, facendo diminuire il ricavo totale;
- La presenza di questo effetto prezzo spiega perchè in monopolio, al contrario della concorrenza, il ricavo marginale è inferiore al prezzo di mercato.

# Ricavo totale ed elasticità della domanda

- L'effetto complessivo di una variazione del prezzo e quindi della quantità sul ricavo totale dipende da quali dei due effetti prevale e ciò, a sua volta, dipende dall'elasticità della domanda rispetto al prezzo:
- Se la domanda è **elastica rispetto al prezzo** (l'elasticità della domanda è in valore assoluto maggiore di 1), la riduzione percentuale della quantità è maggiore dell'aumento percentuale del prezzo, ossia l'effetto quantità prevale sull'effetto prezzo: un aumento marginale della quantità (o una riduzione marginale del prezzo) aumenta il ricavo totale, ossia il **ricavo marginale è positivo**.

# Ricavo totale ed elasticità della domanda

- Se la domanda di un bene è **anelastica** (l'elasticità della domanda è in valore assoluto minore di 1), la variazione percentuale della quantità è minore della variazione percentuale del prezzo, ossia l'effetto prezzo prevale sull'effetto quantità un aumento marginale della quantità riduce ricavo totale, ossia il **ricavo marginale è negativo**.
- Se la domanda del bene ha **elasticità unitaria**, la variazione percentuale del prezzo è uguale alla variazione percentuale della quantità, ossia l'effetto quantità e l'effetto prezzo si compensano: il **ricavo marginale è nullo**.

# Decisioni di produzione in monopolio

- La quantità scelta dal monopolista è determinata dall'uguaglianza tra ricavo marginale e costo marginale.
- Il ricavo marginale è inferiore al prezzo di mercato.
- Il prezzo scelto dal monopolista è superiore al costo marginale.
- Il profitto del monopolista è positivo ed è dato dalla differenza tra il ricavo totale realizzato ed il costo totale sostenuto in corrispondenza della quantità venduta

# Perdita secca del monopolio

- Confrontiamo adesso l'allocazione scelta dal monopolista con quella d'equilibrio in un mercato concorrenziale che abbiamo dimostrato essere l'allocazione che dà il massimo surplus. Questa è determinata dall'intersezione tra la curva di domanda ed il costo marginale.
- Il monopolista produce una quantità inferiore a quella che massimizza il surplus : la perdita di benessere è l'area del triangolo che ha per base la variazione della quantità e per altezza la differenza tra il prezzo di monopolio ed il costo marginale.