TERMODINAMICA DEI CICLI

1. CICLI DIRETTI

1.1. Il concetto di ciclo

1.1.1 Relazioni Termodinamiche di base

Ogni trasformazione di un sistema termodinamico, che comporti la variazione del suo stato dalle condizioni (A) a quelle (B), produce, per unità di massa di fluido evolvente, delle variazioni di energia interna o di entalpia così sintetizzabili:

Sistemi chiusi	*Sistemi aperti*	
$u_B - u_A = Q - L$ $u_B - u_A = \int_{s_A}^{s_B} Tds - \int_{v_A}^{v_B} pdv$	$h_B - h_A = Q - L$ $h_B - h_A = \int_{s_A}^{s_B} Tds + \int_{p_A}^{p_B} vdp$	(1)

Le relazioni (1) corrispondono alla formulazione integrale del ***1° principio della termodinamica*** e delle relazioni di Gibbs che a livello differenziale si esprimono, rispettivamente, come:

Sistemi chiusi	*Sistemi aperti*	
$du = \delta Q - \delta L$ $du = Tds - pdv$	$dh = \delta Q - \delta L$ $dh = Tds + vdp$	(2)

Va ricordato che, pur essendosi indicate con gli stessi simboli (Q e L) le aliquote di calore e lavoro scambiate lungo le trasformazioni, non sussiste uguaglianza tra i loro valori nel caso di sistemi chiusi o aperti. Si riportano, a titolo di esempio, tipiche situazioni riscontrabili in applicazioni pratiche.

- Per sistemi chiusi gli stati estremi (A) e (B) potrebbero essere:
  - Lo stato iniziale e finale di una compressione o di un'espansione in una macchina volumetrica;
  - Gli stati estremi di una combustione in un motore alternativo.

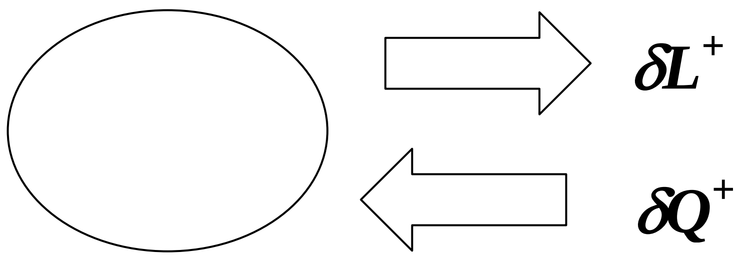
- Per sistemi aperti, gli stati (A) e (B) potrebbero rappresentare rispettivamente le condizioni in ingresso e in uscita da:
  - Un compressore o una turbina;
  - Una camera di combustione di una turbina a gas o un generatore di vapore;
  - Uno scambiatore di calore o un condensatore.

Indipendentemente dalla tipologia del sistema, le trasformazioni rispetteranno poi la relazione di ***secondo principio***:

$$ds \geq \frac{\delta Q}{T}$$
$$s_B - s_A \geq \int_A^B \frac{\delta Q}{T} \qquad (3)$$

Nelle (3), si è indicata con T la temperatura “istantanea” o “locale” del sistema durante la somministrazione o sottrazione della quantità di calore elementare δQ.

Le convenzioni adottate nelle equazioni che coinvolgono trasferimenti di energia tra il sistema e l’esterno sono quelle classiche della termodinamica:



Dalle relazioni di 1° principio è quindi possibile stabilire che:

- Un apporto di energia meccanica al sistema in assenza di trasferimenti di calore (quindi con $\delta Q=0$, $\delta L<0$) provoca un aumento di energia interna e di entalpia ($u_B > u_A$, $h_B > h_A$). Si tratta quindi di una situazione tipica di macchine operatrici.
- In una macchina motrice con comportamento adiabatico ($\delta Q=0$, $\delta L>0$) il trasferimento di energia meccanica all’esterno avviene sempre a spese dell’energia interna o dell’entalpia del sistema ($u_B < u_A$, $h_B < h_A$).
- Per quanto riguarda le trasformazioni con trasferimenti di calore (δQ # 0) valgono analoghe considerazioni deducibili dalle equazioni di 1° principio. Quindi, in assenza di scambi di energia nel modo “lavoro”, un apporto di calore ($\delta Q >0$) o una sottrazione di calore ($\delta Q <0$) comportano rispettivamente un aumento o una diminuzione di energia interna o di entalpia.

Ulteriori considerazioni circa la natura delle trasformazioni nelle macchine o nei loro componenti necessitano dell’esame della disequazione di 2° principio. Come è noto, solo per i processi reversibili si verifica l’uguaglianza tra l’incremento elementare di entropia, ds, e il prodotto tra il calore infinitesimo δQ e il suo “fattore integrante” $1/T$ ($ds = \delta Q/T$). Ne consegue, quindi, nel caso di processi reversibili:

- Una trasformazione adiabatica ($\delta Q=0$) è caratterizzata dalla costanza dell’entropia (u_B # u_A , h_B # f_A , $s_B=s_A$).
- Per processi reversibili con trasferimenti di calore risulta:

$$ds = \frac{\delta Q}{T}$$
$$s_B - s_A = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} \qquad (4)$$

ed è quindi possibile definire una *temperatura media di trasferimento del calore*, T_m, tale che risulti:

$$s_B - s_A = \frac{\int_A^B \delta Q}{T_m} = \frac{Q}{T_m} \qquad (5)$$

Nel caso particolare (ma molto ricorrente negli impianti motori termici), in cui la trasformazione con trasferimento di calore avvenga in assenza di scambi di energia meccanica ($\delta L = 0$) la temperatura media T_m è calcolabile come:

Sistemi chiusi	*Sistemi aperti*
$T_m = \frac{u_B - u_A}{s_B - s_A}$	$T_m = \frac{h_B - h_A}{s_B - s_A}$

(6)

In un processo reversibile, l'entità dell'aumento o della diminuzione di entropia (rispettivamente per $\delta Q > 0$ o $\delta Q < 0$) dipende quindi non solo dalla quantità di calore trasferita, ma dal livello medio di temperatura nella trasformazione, secondo la definizione (5) o secondo la (6).

Nei processi irreversibili la relazione di secondo principio vale in senso di disuguaglianza stretta:

$$ds > \frac{\delta Q}{T} \qquad (7)$$
$$s_B - s_A > \int_A^B \frac{\delta Q}{T}$$

Ed è quindi possibile dedurre che, in tali processi irreversibili:

- Una trasformazione adiabatica ($\delta Q = 0$) è comunque caratterizzata da un aumento di entropia ($ds > 0$).
- Una trasformazione con trasferimento di calore ($\delta Q \# 0$) comporta sicuramente un aumento di entropia nel caso di adduzione di calore al sistema. L'aumento di entropia è certamente superiore a quello valutabile con la (4). Nel caso di sottrazione di calore, l'esistenza di un contributo negativo al trasferimento di energia nel modo calore ($\delta Q < 0$) è condizione necessaria ma non sufficiente ad una diminuzione di entropia del sistema.

Le precedenti considerazioni vengono usualmente riassunte come segue:

- In un processo non reversibile, ogni variazione elementare di entropia, *ds*, è in parte associabile all'aliquota δQ di calore scambiato con l'esterno e in parte attribuibile alla *produzione* di entropia conseguente alle irreversibilità interne [1]. Ne deriva che la disuguaglianza di secondo principio (7), nella sua forma differenziale, può essere risolta nell'uguaglianza:

$$ds = \frac{\delta Q}{T} + ds_{irr} = \frac{\delta Q}{T} + \frac{\delta Q_{irr}}{T} \qquad (8)$$

[1] Come esempio, cause di irreversibilità interne alla trasformazione possono essere l'esistenza di processi di combustione, o fenomeni di attrito associati al regime di moto del fluido e alla sua viscosità.

- E’ compito di strumenti di studio più approfonditi o sofisticati (ad esempio di relazioni fluidodinamiche o termochimiche) la determinazione dell’incremento ds_{irr} e della relativa aliquota dQ_{irr} che rappresenta genericamente la degradazione in calore di una parte del potenziale di energia meccanica del sistema.
- In base all’ultima relazione (8) è infine evidente che in un processo irreversibile non è corretto definire la temperatura media di trasferimento del calore con la (5) o la (6).

1.1.2 Processi reversibili nelle macchine

L’analisi delle macchine termiche nei cui componenti si realizzino trasformazioni reversibili è di fondamentale utilità per la comprensione della natura dei processi di conversione dell’energia. In questo paragrafo si farà riferimento a trasformazioni *internamente reversibili* (quindi con $ds=\delta Q/T$, $ds_{irr}=0$) precisando che con tale notazione viene esclusa la possibilità di irreversibilità interne ai singoli processi. Permane comunque l’eventualità che i trasferimenti di energia nel modo calore siano causa di irreversibilità dovute a differenze finite di temperatura tra le sorgenti esterne e il sistema.

Nell’ipotesi, quindi, che valga l’uguaglianza di 2° principio ($ds=\delta Q/T$), il confronto tra le relazioni di Gibbs e le equazioni di 1° principio nella forma integrale (1) o in quella differenziale (2) conduce a:

Sistemi chiusi	*Sistemi aperti*	
$\delta L = pdv$ $L=\int_{v_A}^{v_B} pdv$	$\delta L = -vdp$ $L=-\int_{p_A}^{p_B} vdp$	(9)

E’ immediato quindi osservare che una trasformazione tipica di una macchina motrice ($dL>0$) comporta un aumento di volume specifico ($dv>0$)o una diminuzione di pressione ($dp<0$).

Nonostante le differenze concettuali tra le trasformazioni nei sistemi chiusi ed aperti, va ricordato che le due circostanze ($dv>0$, $dp<0$) hanno luogo contemporaneamente in tutti i processi di pratica applicazione, in cui il fluido evolvente sia comprimibile con un fattore di comprimibilità positivo. Va infatti ricordato che, per una politropica con esponente m positivo risulta:

$$pv^m = cost. \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial v} = -m\frac{p}{v} < 0 \qquad (10)$$

E’ comunque possibile mettere in luce alcune caratteristiche tipiche delle macchine volumetriche o dinamiche:

- In una trasformazione in un sistema chiuso, tipica di una macchina volumetrica nelle fasi con valvole o luci chiuse, lo scambio di lavoro è affidato esclusivamente alla possibilità di variazione del volume specifico del fluido, non essendo evidentemente possibile una variazione di massa contenuta nel sistema. Nessuno scambio di lavoro può quindi avere luogo operando con un fluido incomprimibile ($v = cost$). L’entità del lavoro scambiato dipende dal livello medio di pressione, p_m, lungo la trasformazione e dal massimo volume specifico, v_B, realizzabile nella fase di espansione:

$$L=\int_{v_A}^{v_B} pdv = p_m(v_B - v_A) = p_m v_A\left(\frac{v_B}{v_A}-1\right) \qquad (11)$$

Il rapporto tra i volumi specifici estremi (v_B/v_A), essendo pari a quello tra i volumi effettivi a disposizione del fluido al termine e all'inizio della trasformazione, è una caratteristica geometrica della macchina. Analoga considerazione vale per la differenza (v_B - v_A).

- Una macchina motrice dinamica, ad esempio una turbina, si presenta come un sistema aperto e la corrispondente espressione dello scambio di lavoro (9) evidenzia come l'entità del trasferimento di energia meccanica dipenda essenzialmente dal valore medio del volume specifico, v_m, e dalla differenza di pressione realizzata tra ingresso e uscita dal sistema:

$$L = -\int_{p_A}^{p_B} vdp = v_m(\, p_A - p_B\,) = p_A v_m \left(1 - \frac{p_B}{p_A}\right) \tag{12}$$

- Le relazioni (11) e (12) mettono in luce come, per ambedue le tipologie di sistema e quindi di macchina motrice, elevati valori della pressione e del volume specifico iniziale contribuiscano alla realizzazione di un alto valore del lavoro scambiato. E' inoltre importante realizzare alti valori del rapporto di espansione volumetrico (v_B/v_A) o manometrico (p_A/p_B). Gli effettivi valori medi del volume specifico o della pressione, v_m o p_m, dipendono poi dal tipo di trasformazione subita dal fluido.

Considerazioni analoghe valgono nel caso in cui le trasformazioni siano tipiche di macchine operatrici, del tipo volumetrico o di quello dinamico. In tal caso il trasferimento di energia meccanica al fluido ($dL < 0$) avviene per riduzione del suo volume specifico ($dv < 0$) e per aumento della pressione ($dp > 0$). L'entità del lavoro richiesto dalla fase di compressione è poi determinata dalla pressione e dal volume specifico iniziale, p_A o v_A, dal livello medio di volume specifico e di pressione, v_m o p_m, e dai rapporti di compressione volumetrico (v_A/v_B) o manometrico (p_B/p_A) realizzati.

1.1.2.1 *<u>I processi adiabatici reversibili</u>*

Un caso particolare è rappresentato dalle trasformazioni in macchine motrici ed operatrici a comportamento adiabatico (situazione, peraltro, particolarmente frequente) per le quali l'ipotesi di reversibilità conduce alle relazioni:

$\delta Q = Tds = 0$	
Sistemi chiusi	*Sistemi aperti*
$\delta L = -du = pdv$ $L = -\left(u_B - u_A\right) = \int_{v_A}^{v_B} pdv$	$\delta L = -dh = -vdp$ $L = -\left(h_B - h_A\right) = -\int_{p_A}^{p_B} vdp$

(13)

Questa situazione, tipica della maggior parte dei componenti di impianti motori termici (turbine, espansori volumetrici, compressori dinamici o volumetrici) implica che la macchina motrice deve avere la disponibilità di una "caduta" di energia potenziale del fluido, (u_A-u_B) o (h_A-h_B). La macchina operatrice– sempre a comportamento adiabatico – realizza invece un incremento di energia potenziale, (u_B-u_A) o (h_B-h_A). In ambedue le tipologie di macchina, l'entità delle variazioni di energia interna o entalpia sono direttamente correlate al trasferimento di energia meccanica. L'ulteriore ipotesi di reversibilità mette poi tali variazioni direttamente in relazione con quelle di potenziale elastico del fluido ($du=-pdv$) e con l'eventuale lavoro di pulsione ($dh= du+d(pv)= vdp$).

1.1.2.2 <u>Un esempio relativo alle macchine volumetriche</u>

Come ulteriore considerazione, preliminare allo studio dei cicli delle macchine termiche, si esamini (fig. 1), la situazione determinata da una semplice catena di due trasformazioni adiabatiche e reversibili, una di compressione l'altra di espansione, in un sistema pistone-cilindro.

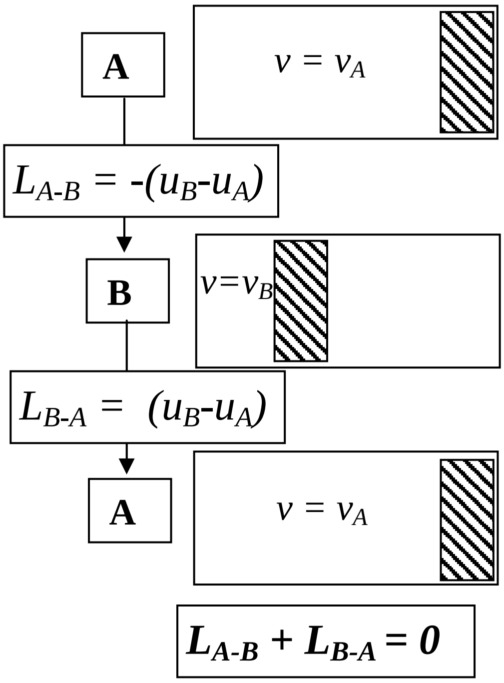


Fig. 1

Nel caso di un sistema chiuso è possibile ipotizzare la compressione del fluido conseguente alla variazione di volume dalle condizioni *A* a quelle *B* e la successiva espansione ottenuta riportando il volume allo stesso valore iniziale, quindi con lo stesso valore del volume specifico v_A. In base alle ipotesi di reversibilità delle trasformazioni, le condizioni termodinamiche finali saranno esattamente coincidenti con quelle iniziali. Pertanto il sistema dovrà dapprima ricevere il lavoro di compressione:

$$L_{A-B} = -\left(u_B - u_A\right) = \int_{v_A}^{v_B} p dv < 0 \tag{14}$$

accumulando quindi l'aliquota di energia interna (u_B-u_A), coincidente con l'incremento di energia potenziale elastica dato dall'integrale di *pdv*. Si tratta quindi di un accumulo di energia meccanica. L'aliquota di energia accumulata sarà restituita interamente nella successiva fase di espansione, risultando:

$$L_{B-A} = \left(u_B - u_A\right) = \int_{v_B}^{v_A} p dv > 0 \tag{15}$$

L'assenza di trasferimenti di energia nel modo calore e la reversibilità delle trasformazioni garantiscono il ritorno del sistema allo stesso livello iniziale di energia interna, u_A, e quindi il rilascio di un'aliquota di energia meccanica esattamente pari a quella accumulata nella precedente fase di compressione. Il bilancio netto di trasferimento di energia meccanica con l'esterno è quindi nullo, risultando:

$$L_{A-B} + L_{B-A} = 0 \tag{16}$$

Una semplice catena di trasformazioni del tipo di quelle esaminate non produrrebbe quindi alcun effetto utile dal punto di vista della disponibilità di energia meccanica all'esterno, ma non richiede – del resto – alcun apporto di energia per la sua realizzazione. E' inoltre opportuno considerare che:

- Le relazioni utilizzate, (14), (15) e (16), sono tutte equazioni di 1° principio. Si è tenuto implicitamente conto del secondo principio escludendo, in base alle ipotesi fatte, aumenti di entropia del sistema dovuti ad apporti di calore o a irreversibilità interne. In tal modo, l'incremento di energia interna, (u_B-u_A), è integralmente associabile a quello di energia meccanica dato da $-\int_{v_A}^{v_B} p dv$. E' così giustificata la capacità del sistema di restituire, nella fase di espansione, l'intero lavoro di compressione.

- Il sistema, pur non producendo alcune effetto utile in termini di energia meccanica, è in grado di "auto-sostenersi", riproducendo all'infinito la successione di compressioni e di espansioni con bilancio nullo nei trasferimenti di energia con l'esterno. Si ricorda che quest'ultima verifica è, per definizione, condizione necessaria alla reversibilità di una trasformazione.

1.1.2.3 <u>Un esempio relativo alle macchine dinamiche.</u>

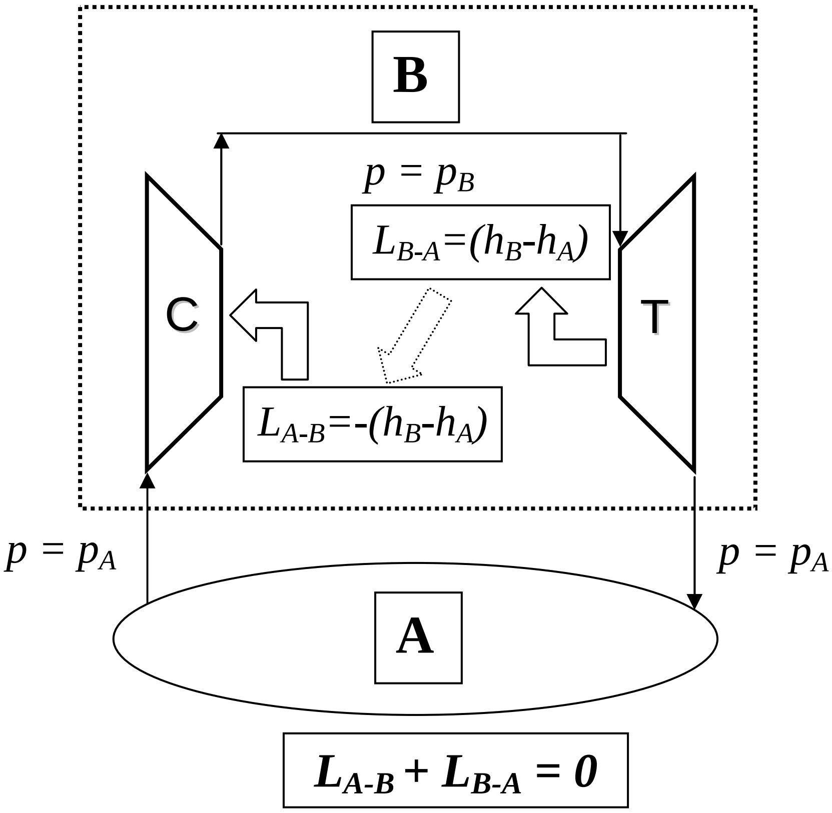


Fig. 2

L'esempio in fig. 2 è applicabile al caso di due macchine dinamiche, un compressore **C** e una turbina **T**, disposti in serie. Il compressore preleva il fluido dall'ambiente **A** in cui regnano le condizioni di stato *A* e lo comprime, adiabaticamente e reversibilmente (quindi con $ds = 0$), fino alla pressione p_B e al corrispondente stato termodinamico *B*, completamente individuato dalla legge della trasformazione subita dal gas elaborato. Trattandosi di trasformazione adiabatica reversibile il lavoro assorbito dalla compressione, potendosi considerare il compressore **C** un sistema aperto, è dato da:

$$L_{A-B} = -(h_B - h_A) = -\int_{p_A}^{p_B} v dp < 0 \qquad (17)$$

La turbina **T** preleva quindi il fluido dalle condizioni **B** di scarico dal compressore e provoca la successiva espansione del fluido fino alle condizioni corrispondenti alla pressione p_A. Nelle ipotesi che anche questa trasformazione avvenga senza trasferimenti di calore e reversibilmente, è possibile ritenere che essa ripercorra gli stati attraversati dalla precedente trasformazione e ritrovi, al termine, non solo la pressione p_A ma tutte le condizioni di stato identiche a quelle dell'ambiente **A**. In particolare, il livello energetico del fluido, rappresentato dalla sua entalpia, sarà pari a quello h_A all'inizio della compressione. Il lavoro restituito dall'espansione in turbina sarà quindi dato da:

$$L_{B-A} = (h_B - h_A) = -\int_{p_B}^{p_A} v dp < 0 \qquad (18)$$

Come nell'esempio precedente sarà quindi, anche in questo caso:

$$L_{A-B} + L_{B-A} = 0 \qquad (19)$$

E' pertanto possibile concludere che:

- Il sistema costituito dal compressore **C** e dalla turbina **T**, racchiuso dalla linea tratteggiata in fig. 2, è in grado di auto-sostenersi: la turbina, infatti è in grado si trasferire al compressore l'intero lavoro necessario alla fase di compressione.
- La situazione esaminata rappresenta un pratico riscontro alle classiche definizioni circa le trasformazioni reversibili in quanto:
    1) Nella turbina viene ripercorsa, in senso inverso, la trasformazione provocata dal compressore, ritrovando i corrispondenti stati termodinamici e in particolare quello finale dell'espansione uguale a quello iniziale della compressione.
    2) L'ambiente esterno al sistema non avverte alcuna alterazione dal punto di vista del suo bilancio di massa e di energia: viene infatti restituita dalla turbina la stessa massa di fluido prelevata dal compressore e con uno stato termodinamico e un livello energetico identici a quello dell'ambiente **A**.

- In definitiva, una volta realizzata una connessione meccanica (non rappresentata in fig. 2) tra le due macchine, queste sarebbero in grado di operare in modo continuo, senza alcun apporto di energia dall'esterno.

1.1.2.4 *Lo stesso esempio in presenza di irreversibilità.*

Se nel sistema di fig. 2 almeno una delle due macchine non è in grado di operare secondo un processo reversibile, le ultime considerazioni al precedente paragrafo perdono di validità.

Si immagini, ad esempio, che la turbina – pur continuando ad operare adiabaticamente – sia sede di irreversibilità interne tali da restituire il fluido al termine dell'espansione in uno stato finale *A'* del tipo:

$$p_{A'} = p_A \quad ; \quad s_{A'} > s_A$$

Vale infatti in questo caso la disuguaglianza di secondo principio che, per un processo adiabatico si risolve in ($ds>0$). Il fluido restituito all'ambiente alla pressione p_A ma ad un livello di entropia superiore a quello delle condizioni iniziali, s_A, puo' riassumere uno stato uguale a quello iniziale (e quindi il livello entalpico iniziale h_A) solo attraverso una diminuzione di entropia pari a ($s_{A'}$ - s_A). In base a quanto visto ai precedenti paragrafi ciò può avvenire solo attraverso una restituzione di calore dal fluido all'ambiente esterno, $Q_{A'-A}$, la cui entità dipenderà anche dal livello medio di temperatura nel passaggio dallo stato *A'* ad *A*. Il nuovo bilancio di energia sarà quindi differente da quello della (19) e sarà espresso da:

$$L_{A-B} + L_{B-A'} + Q_{A'-A} = 0 \qquad (19')$$

da cui risulta anche : $L_{B-A'} < | L_{A-B} |$

Come detto, le ultime considerazioni del paragrafo 1.1.2.3 risultano alterate:

1) Nella turbina non è stata ripercorsa in senso inverso la trasformazione di compressione e quindi lo stato finale dell'espansione non è uguale a quello iniziale della compressione.
2) L'ambiente avverte alterazioni in quanto l'equilibrio termodinamico viene raggiunto attraverso una restituzione di calore da parte del fluido ($Q_{A'-A}$).
3) Il sistema turbina-compressore non è più in grado di autosostenersi, risultando $L_{B-A'} < | L_{A-B} |$, ma è necessario che dall'ambiente venga somministrata un'ulteriore aliquota di energia meccanica ΔL pari alla differenza tra il lavoro richiesto dal compressore e quello erogato dalla turbina. In base alla (19') tale aliquota dovrà essere pari a quella di calore, $Q_{A'-A}$, restituita dal fluido all'ambiente. In definitiva l'effetto delle irreversibilità interne alla trasformazione nella sola turbina comporta che il sistema richiede un apporto di energia meccanica (quindi di "prima specie") che poi restituisce in pari quantità all'ambiente sotto forma di energia "degradata".
4) In alternativa, l'equilibrio meccanico tra turbina e compressore potrebbe essere realizzato differenziando lo stato di uscita dal compressore, *B*, da quello in ingresso alla turbina attraverso la somministrazione di un'aliquota di calore in condizioni di temperatura media superiore a quella dell'ambiente esterno. Tale situazione può però essere discussa in modo compiuto solo dopo avere esaminato le problematiche generali relative ai cicli termodinamici.