

# Curve Caratteristiche delle Turbomacchine

## 1. Le curve Caratteristiche delle turbine assiali

Si presentano, nel seguito, i concetti essenziali per l'individuazione delle curve di funzionamento di una turbina assiale, a partire dalle caratteristiche teoriche. Di fatto, il metodo di studio proposto e le relative considerazioni sono estensibili al caso delle turbine radiali. Per queste ultime, le equazioni hanno la stessa struttura ma occorre tener conto, naturalmente, della variazione tra il raggio di ingresso e quello di uscita e la velocità periferica di riferimento è quella corrispondente alla sezione di ingresso nel rotore.

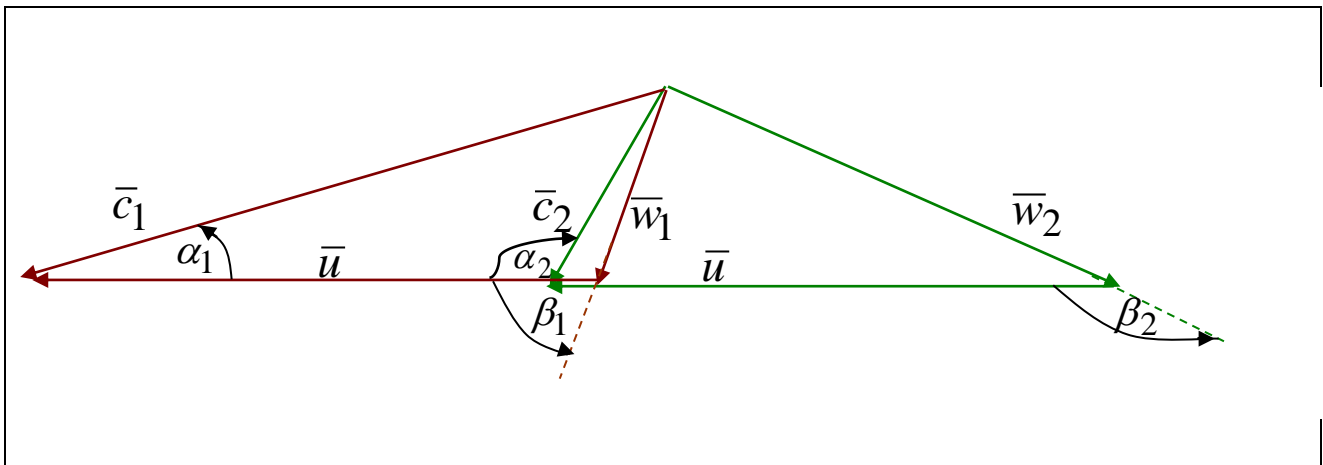
### 1.1 Le curve caratteristiche teoriche

Com'è noto, le curve caratteristiche di una turbomacchina ne individuano il campo di funzionamento, generalmente in termini di portata smaltibile dalla macchina e di energia trasferibile.

La loro genesi è legata quindi alle classiche espressioni per il calcolo della portata massica e volumetrica e a quelle che descrivono i meccanismi di scambio di lavoro.

$\Omega = \pi D_m l$	Sezione Frontale di Passaggio
$\dot{m} = \rho c_x \Omega = \rho c_x \pi D_m l = \rho c_x \pi D_m^2 \left( \frac{l}{D_m} \right) = \rho c_1 \sin(\alpha_1) \pi D_m^2 \left( \frac{l}{D_m} \right)$	Portata Massica
$\dot{V} = c_x \Omega = \dots \dots \dots = c_1 \sin(\alpha_1) \pi D_m^2 \left( \frac{l}{D_m} \right)$	Portata Volumetrica (1)
$u = \pi D_m \frac{n}{60}$	Velocità Periferica

$$L = \begin{cases} u \Delta c_u = u(c_1 \cos(\alpha_1) - c_2 \cos(\alpha_2)) = u c_x (\cotg(\alpha_1) - \cotg(\alpha_2)) \\ u \Delta w_u = u(w_1 \cos(\beta_1) - w_2 \cos(\beta_2)) = u c_x (\cotg(\beta_1) - \cotg(\beta_2)) \end{cases} \quad (2)$$



Va ricordato che il lavoro è legato, oltre che alla velocità periferica, alla deviazione del flusso in termini di angoli assoluti e relativi. In particolare, gli angoli  $\alpha_1$  e  $\beta_2$  sono quelli di scarico dalle palettature statorica e rotorica e impongono, quindi, la direzione delle velocità  $c_1$  e  $w_2$ . Valgono inoltre le relazioni di composizione dei moti:

$$\bar{c} = \bar{w} + \bar{u} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} w_{1x} = c_{1x} = c_x \\ w_{1u} = c_x \cotg(\beta_1) = c_{1u} - u = c_x \cotg(\alpha_1) - u \\ c_{2x} = w_{2x} = c_x \\ c_{2u} = c_x \cotg(\alpha_2) w_{2u} + u = c_x \cotg(\beta_2) + u \end{array} \right. \quad (3)$$

Si è quindi ipotizzato che i triangoli di velocità in ingresso e uscita dal rotore abbiano la stessa altezza, pari alla componente assiale  $c_x$ .

La costruzione delle curve caratteristiche teoriche di turbine assiali monostadio è basata sulle seguenti ipotesi;

- Il flusso è incomprimibile. Pertanto, la portata massica è proporzionale alla portata volumetrica attraverso il valore costante della densità  $\rho$ , quindi, è quindi direttamente proporzionale alla componente assiale delle velocità assolute e relative  $c_x$ , in accordo alle relazioni (1).

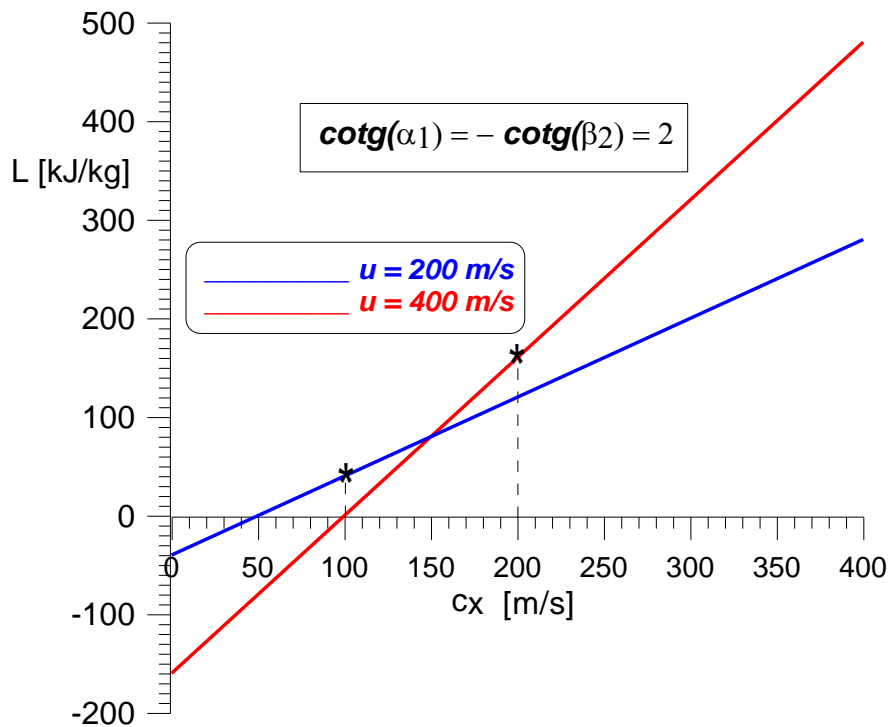
Si esamina, quindi, la variazione del lavoro con la velocità assiale  $c_x$  basandosi sulle relazioni (2) e (3):

$$L = \left\{ \begin{array}{l} uc_x (\cotg(\alpha_1) - \cotg(\alpha_2)) = \\ = uc_x (\cotg(\alpha_1) - \cotg(\beta_2)) - u^2 \end{array} \right. \quad (4)$$

La (4) evidenzia una crescita lineare del lavoro con la velocità assiale  $c_x$  e quindi con la portata. Come si vedrà nel seguito, l'andamento crescente si riscontra anche nelle caratteristiche reali delle turbine, assieme alla dipendenza dalla velocità periferica e quindi da quella di rotazione della macchina.

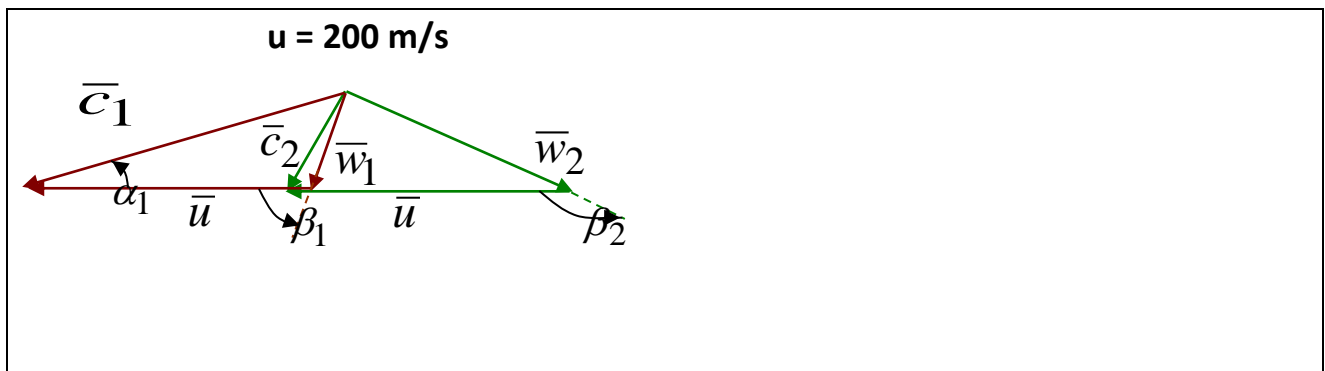
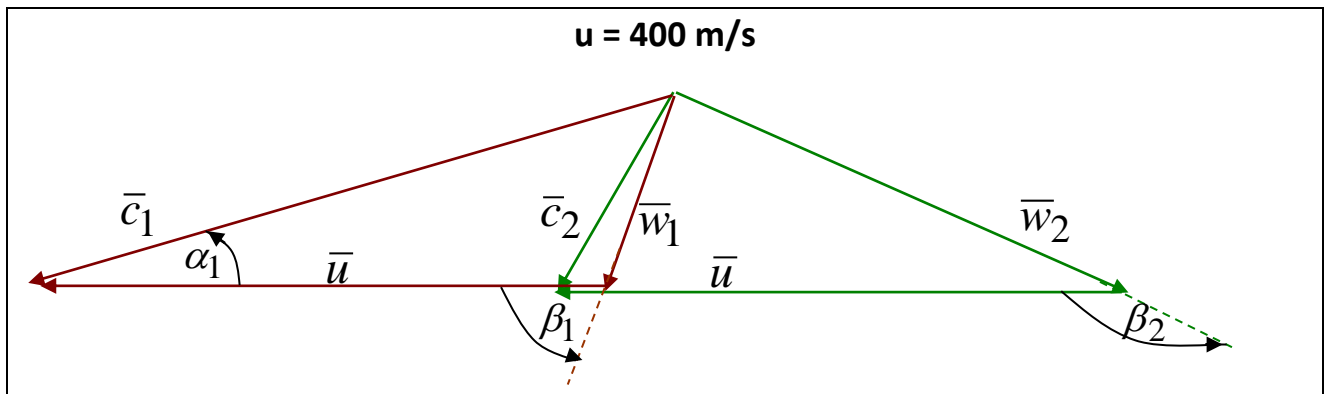
Va poi osservato che il lavoro potrebbe risultare negativo. Lo è sicuramente per  $c_x = 0$  ( $L = -u^2$ ) e si annulla per:

$$L = 0 \Rightarrow c_x = \frac{u}{\cotg(\alpha_1) - \cotg(\beta_2)} \quad (5)$$



In figura è riportato l'andamento del lavoro in funzione della velocità assiale per due diversi valori della velocità periferica. A titolo di esempio, si sono assunti valori uguali e opposti di  $\cotg(\alpha_1)$  e  $\cotg(\beta_2)$ , situazione tipica di triangoli di velocità per grado di reazione pari a circa 0.5 al punto nominale di funzionamento (\*). In particolare, il valore di  $\cotg(\alpha_1) = 2$  corrisponde a un angolo di flusso  $\alpha_1$  di circa  $27^\circ$ .

Va ricordato che gli andamenti delle linee caratteristiche in figura sono puramente teorici, in base alle ipotesi stabilite in precedenza, e che a ogni punto dei diagrammi corrisponde una diversa forma dei triangoli di velocità. Pertanto, a ogni punto corrisponde un differente valore del grado di reazione e del rendimento di palettatura. Solo nei punti contrassegnati con asterisco si raggiunge la condizione di velocità assoluta di scarico assiale ( $\cotg(\alpha_2) = 0$ ). In tali punti, il valore del lavoro risulta direttamente proporzionale a  $u^2$ . Infatti, i corrispondenti triangoli di velocità risultano tra loro simili, e il modulo di ogni vettore è proporzionale alla velocità periferica: in generale, è possibile dimostrare che tale similitudine si realizza tra due qualsiasi condizioni caratterizzate dallo stesso rapporto  $u/c_x$  e dagli stessi angoli di flusso  $\alpha_1$  e  $\beta_2$ . Un esempio è riportato nelle figure seguenti:



I triangoli di velocità nella figura precedente identificano condizioni di similitudine cinematica, in quanto tutte le velocità omologhe sono scalate nello stesso rapporto e gli angoli di flusso sono uguali. E', di fatto, rispettata anche la similitudine dinamica in quanto i triangoli simili comportano lo stesso grado di reazione e tutte le forze (ad esempio quelle assiali e tangenziali) sono scalate nello stesso rapporto e sono assenti, in base alle ipotesi fatte, effetti di comprimibilità e fenomeni legati alla viscosità del fluido.

Quest'ultima considerazione suggerisce una rappresentazione molto più efficace delle linee caratteristiche di una turbomacchina motrice assiale, in termini di parametri adimensionali.

Tipici parametri di similitudine cinematica e dinamica (nelle ipotesi fatte) sono infatti:

$$\begin{aligned}
\varphi &= \frac{c_x}{u} \propto \frac{\dot{V}}{nD_m} && \text{Coefficiente di Portata} \\
\psi &= \frac{L}{u^2/2} \propto \frac{\Delta h}{n^2 D_m^2} && \text{Coefficiente di Carico} \\
\Pi &= \varphi \cdot \psi = \frac{c_x L}{u^3/2} \propto \frac{P}{n^3 D_m^3} && \text{Coefficiente di Potenza} \\
v &= \frac{\varphi^{1/2}}{\psi^{3/4}} \propto n \frac{\dot{V}^{1/2}}{\Delta h^{3/4}} = N_s && \text{Velocità Specifica adimensionale} \\
\delta &= \frac{\psi^{1/4}}{\varphi^{1/2}} \propto D \frac{\Delta h^{3/4}}{\dot{V}^{1/2}} = D_s && \text{Diametro Specifico adimensionale}
\end{aligned} \tag{6}$$

In particolare, le relazioni dimensionali (3) e (4) possono essere trasformate in adimensionali:

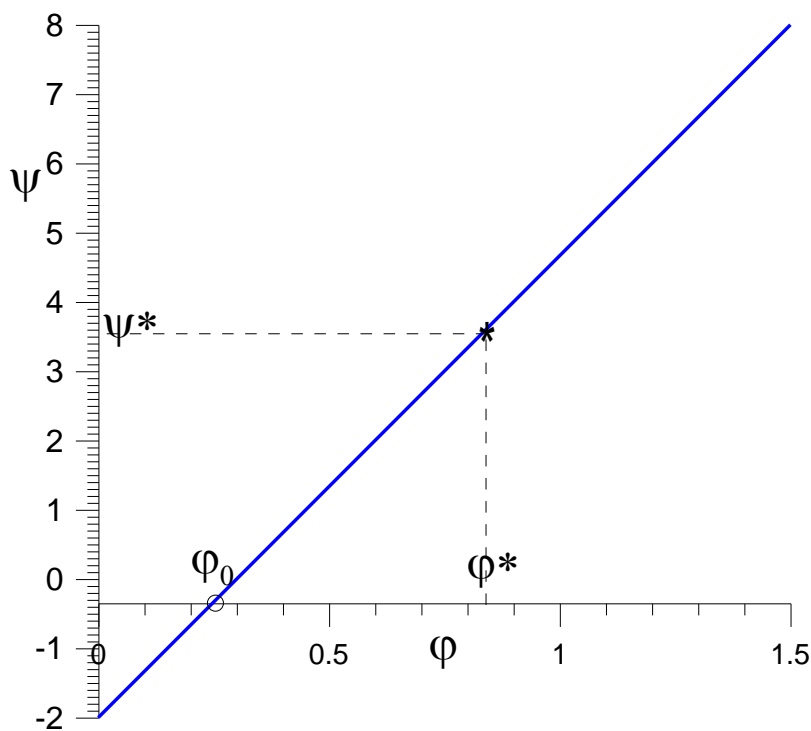
$$\left. \begin{aligned}
&\cotg(\beta_1) = \cotg(\alpha_1) - \frac{1}{\varphi} \\
&\cotg(\alpha_2) = \cotg(\beta_2) + \frac{1}{\varphi} \\
&\cotg(\alpha_2) = 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{1}{\cotg(\beta_2)} \quad \text{Condizione di } c_2 \text{ assiale}
\end{aligned} \right\} \tag{7}$$

$$\boxed{\psi = 2[\varphi(\cotg(\alpha_1) - \cotg(\beta_2)) - 1]} \tag{8}$$

L'equazione (8) esprime la stessa dipendenza lineare della (4) ma tra parametri adimensionali rappresentativi di criteri di similitudine. Quindi ogni retta descritta dall'equazione (8) sostituisce un fascio di rette di equazione (4), a parità di angoli di flusso  $\alpha_1$  e  $\beta_2$ . Infatti, la relazione lineare tra coefficiente di portata e coefficiente di carico è indipendente dalla velocità periferica, e quindi sia dalle dimensioni della macchina sia dalla sua velocità di rotazione. Si può quindi concludere che, nelle condizioni ideali fin qui ipotizzate, tutte le turbine assiali monostadio che rispettino i criteri di similitudine presentano la stessa risposta, in termini di legge di variazione del carico con la portata. In tale legge, possono essere individuati alcuni punti significativi:

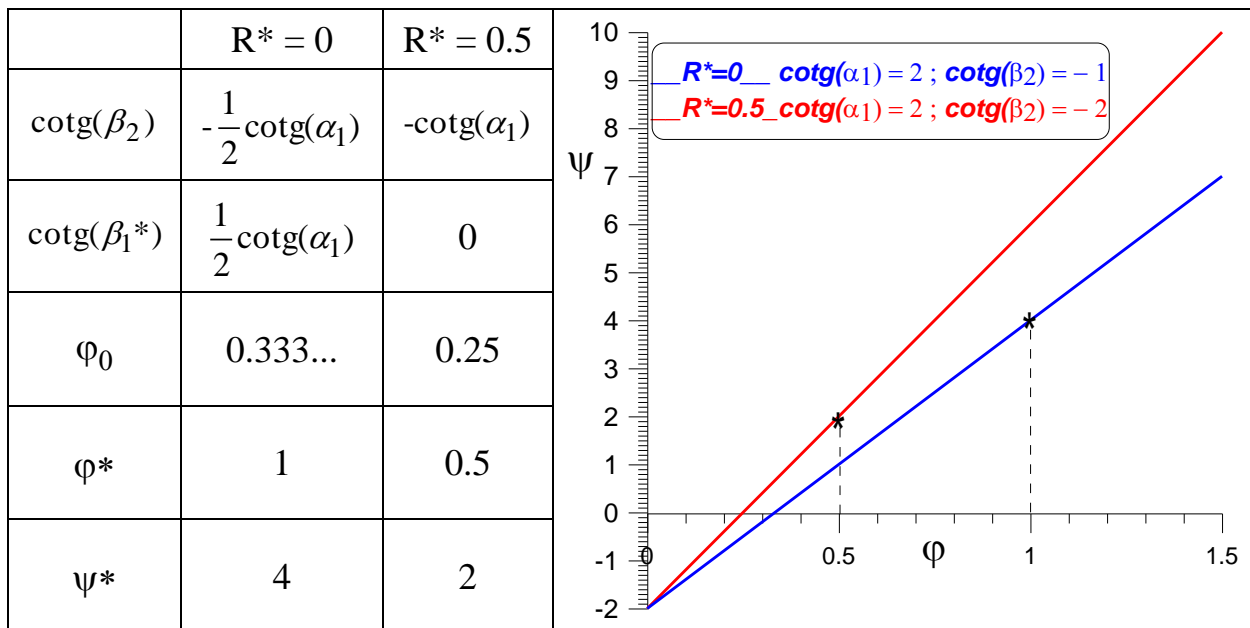
$$\left. \begin{array}{l} \varphi = 0 \Rightarrow \psi = -2 \\ \varphi = \varphi_0 = \frac{1}{\cotg(\alpha_1) - \cotg(\beta_2)} \Rightarrow \psi = 0 \\ \varphi = \varphi^* = -\frac{1}{\cotg(\beta_2)} \Rightarrow \psi = \psi^* = 2 \frac{\cotg(\alpha_1)}{|\cotg(\beta_2)|} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Massimo carico negativo} \\ \text{Condizione di carico nullo} \\ \text{Condizione nominale (} c_2 \text{ assiale)} \end{array} \quad (9)$$

La figura seguente evidenzia tali condizioni caratteristiche:



Viene quindi confermato che la macchina assiale ha comportamento da motrice (coefficiente di carico positivo), solo a partire da un certo valore del coefficiente di portata ( $\varphi > \varphi_0$ ). Sebbene l'equazione (8) prospetti una crescita illimitata del coefficiente di carico con quello di portata, va ricordate che esiste una condizione nominale ( $\varphi = \varphi^*$ ), allontanandosi dalla quale i triangoli di velocità possono subire deformazioni eccessive con conseguente decadimento del rendimento di palettatura e, nel caso reale, con aumento delle perdite fluidodinamiche.

Al punto nominale di funzionamento, ogni combinazione di angoli di flusso  $\alpha_1$  e  $\beta_2$  determina un differente valore del grado di reazione e di altri parametri. A titolo di esempio, si riporta nella tabella e nella figura seguenti il confronto tra i casi con grado di reazione nullo e pari a 0.5:



Si noti come, nonostante la linea caratteristica per  $R^*=0.5$  presenti ordinate maggiori di quella per  $R^*=0$ , in realtà il coefficiente di carico più elevato al punto nominale si realizza per quest'ultimo grado di reazione (come del resto già noto dalla teoria delle turbine assiali). Essendo però il confronto basato su parametri adimensionali, è possibile dare varie interpretazioni ai risultati in tabella e in figura. Ad esempio:

- Il valore di  $\varphi^*$  che nel caso di  $R^*=0$  risulta doppio rispetto a quello per  $R^*=0.5$  può significare che:
  - A parità di velocità periferica, è possibile smaltire una portata più elevata con  $R^*=0$ ;

oppure:

- A parità di portata, è possibile mantenere una velocità periferica più bassa se si sceglie una configurazione con  $R^*=0$

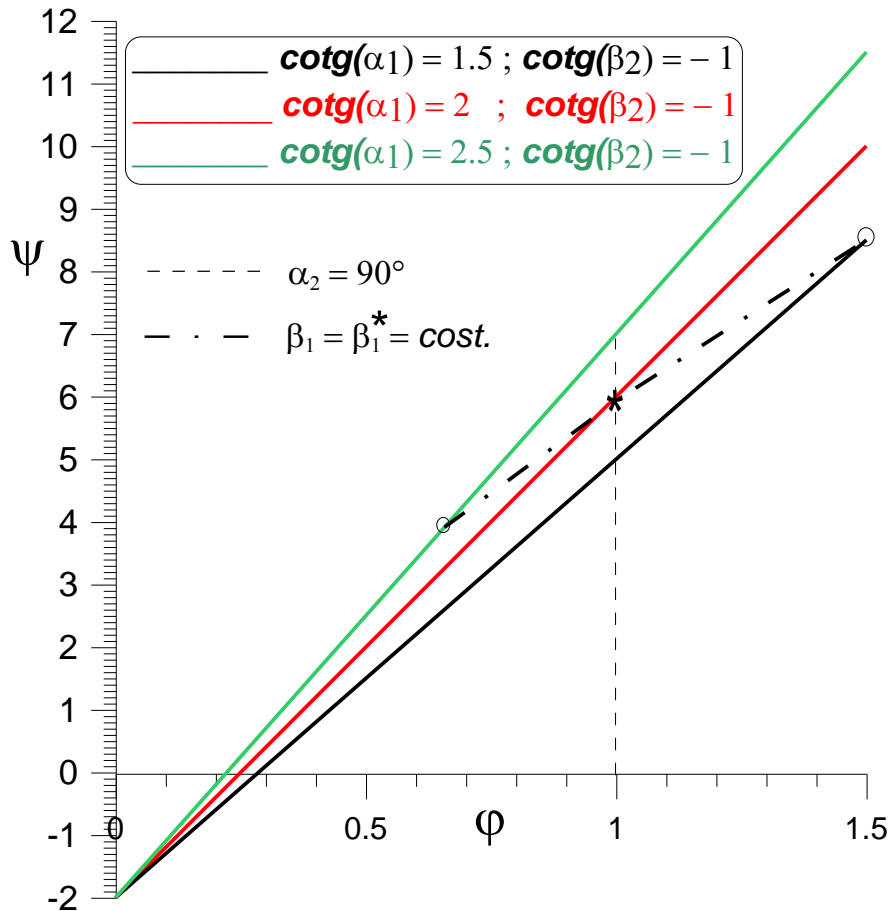
- Il valore di  $\psi^*$  che nel caso di  $R^*=0$  risulta doppio rispetto a quello per  $R^*=0.5$  può significare che:
  - A parità di velocità periferica, è possibile ottenere un lavoro maggiore con  $R^*=0$ ;

oppure:

- A parità di lavoro ottenibile, è possibile mantenere una velocità periferica più bassa se si sceglie una configurazione con  $R^*=0$

La rappresentazione delle linee caratteristiche in parametri adimensionali è anche utile per stimare l'effetto della variazione di angolo di flusso. Tale variazione è ottenibile attraverso l'assetto variabile delle pale statoriche; tale soluzione è presente da molti decenni nel campo delle turbine idrauliche, grazie al distributore Fink a pale orientabili, e in epoca più recente è stata adottata per turbine a gas o per turbine di gruppi di sovralimentazione (*VGT, Variable Geometry Turbocharger*). In questi

ultimi casi, l'opzione delle pale orientabili è possibile solo se le temperature dei gas sono compatibili con i criteri di resistenza dei cinematismi per la variazione di assetto. In genere, quindi, si ritrova sul secondo stadio di alcune turbine a gas assiali, nella turbina di bassa pressione di turbine a gas multi-albero, o in turbine di sovralimentazione di motori diesel, per le quali la temperatura dei gas di scarico è meno elevata rispetto a quella riscontrabile nei motori ad accensione comandata.



Nella figura in alto sono riportate le linee caratteristiche ottenute facendo variare la  $\cotg(\alpha_1)$  tra 1.5 e 2.5 (quindi l'angolo  $\alpha_1$  tra  $56.3^\circ$  e  $68.2^\circ$ ). Il primo estremo corrisponde, in pratica, a una maggiore apertura delle pale statoriche mentre il secondo è raggiungibile con una maggiore chiusura rispetto alla posizione nominale (in rosso). Nonostante le condizioni del tutto ideali ipotizzate per la costruzione di queste linee caratteristiche, è possibile riscontrare alcuni aspetti che si ritrovano nelle caratteristiche reali di turbine con pale statoriche ad assetto variabile:

- A parità di portata (o coefficiente di portata), il carico più elevato si ottiene con la maggiore chiusura delle pale statoriche. Ad esempio, nel caso di turbine di gruppi VGT, la chiusura delle pale si rende necessaria quando il flusso di gas di scarico è troppo basso e, di conseguenza, risulterebbe limitata la potenza trasferita dalla turbina al compressore conservando l'assetto nominale delle pale statoriche
- Variando l'assetto delle pale statoriche, è possibile raggiungere lo stesso livello di carico con differenti valori del coefficiente di portata, adattando quindi meglio la turbina a condizioni di funzionamento con portata variabile.

Si osservi che l'equazione (8) assegna alla risposta della turbina un solo grado di libertà ( $\psi = f(\varphi)$ ), nel caso in cui gli angoli  $\alpha_1$  e  $\beta_2$  siano fissati, e quindi il suo funzionamento è possibile lungo una sola linea.

La possibilità di variazione dell'orientamento delle pale aggiunge un grado di libertà ( $\psi = f(\varphi, \alpha_1)$ ). Ne consegue che è possibile individuare una superficie di funzionamento. Si tratta, in questo caso, di una superficie aperta che ha origine nel punto con ( $\varphi = 0$ ) ed è delimitata dalle linee caratteristiche corrispondenti alle posizioni estreme dell'assetto delle pale statoriche (linee nera e verde in figura). E' quindi possibile ottenere lo stesso livello di carico con differenti valori di portata o, al contrario, variare il valore del coefficiente di carico fermo restando quello di portata.

Nonostante sia quindi possibile ipotizzare infinite condizioni di funzionamento in uno spazio a due dimensioni, esistono di fatto alcune limitazioni pratiche:

- La condizione di  $c_2$  assiale si realizza comunque per un solo valore di ( $\varphi = \varphi^*$ ), dipendente dal valore del solo angolo di flusso  $\beta_2$ . Tutte le condizioni di funzionamento con un diverso valore del coefficiente di portata risultano quindi meno efficienti dal punto di vista del rendimento di palettatura.
- Come più volte ricordato, la deformazione del triangolo di velocità di ingresso si traduce in una variazione dell'angolo di flusso relativo  $\beta_1$  all'ingresso della palettatura rotorica, con conseguente aumento delle perdite fluidodinamiche per incidenza.
- All'interno della superficie teorica di funzionamento è possibile però individuare una linea di regolazione lungo la quale si riesce a mantenere costante il valore di  $\beta_1$ , pari al suo valore nominale  $\beta_1^*$ , mantenendo quindi le minime perdite per incidenza sulle pale rotoriche. Per ottenere tale situazione il coefficiente di portata deve rispettare la condizione:

$$\beta_1 = \beta_1^* \Rightarrow \varphi = \frac{1}{\cotg(\alpha_1) - \cotg(\beta_1^*)} \quad (10)$$

- L'imposizione di questo vincolo corrisponde all'eliminazione di un grado di libertà e ciò giustifica il fatto che la condizione sia rispettata solo sulla linea tratteggiata in figura. Si ricorda ancora che su tale linea vengono minimizzate le perdite per incidenza ma non quelle per energia cinetica allo scarico.

In definitiva, l'assetto variabile delle sole pale statoriche estende sicuramente il campo di portate possibili per la turbina assiale, ma la condizione ottimale, in cui si minimizzano sia le perdite fluidodinamiche per incidenza sia quelle per energia cinetica si raggiunge in unico punto (\*). Un ulteriore miglioramento sarebbe ottenibile solo attraverso la variazione contemporanea anche dell'assetto delle pale rotoriche. In tal caso, verrebbe aggiunto un ulteriore grado di libertà ( $\psi = f(\varphi, \alpha_1, \beta_2)$ ), e il funzionamento della turbina sarebbe teoricamente possibile in un dominio a tre dimensioni, all'interno del quale sarebbe possibile trovare delle opportune combinazioni degli angoli  $\alpha_1$  e  $\beta_2$ , che consentano di rispettare contemporaneamente le condizioni ( $\beta_1 = \beta_1^*$ ;  $\alpha_2 = 90^\circ$ ). A tutt'oggi, la variazione simultanea e coordinata dell'assetto delle pale statoriche e rotoriche è realizzata sulle sole turbine idrauliche di tipo *Kaplan*.

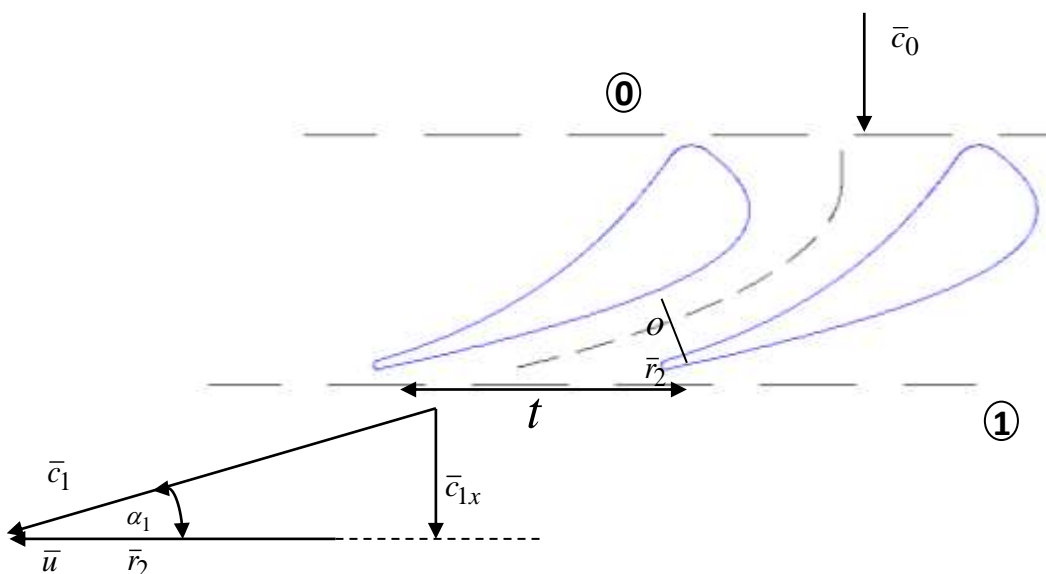
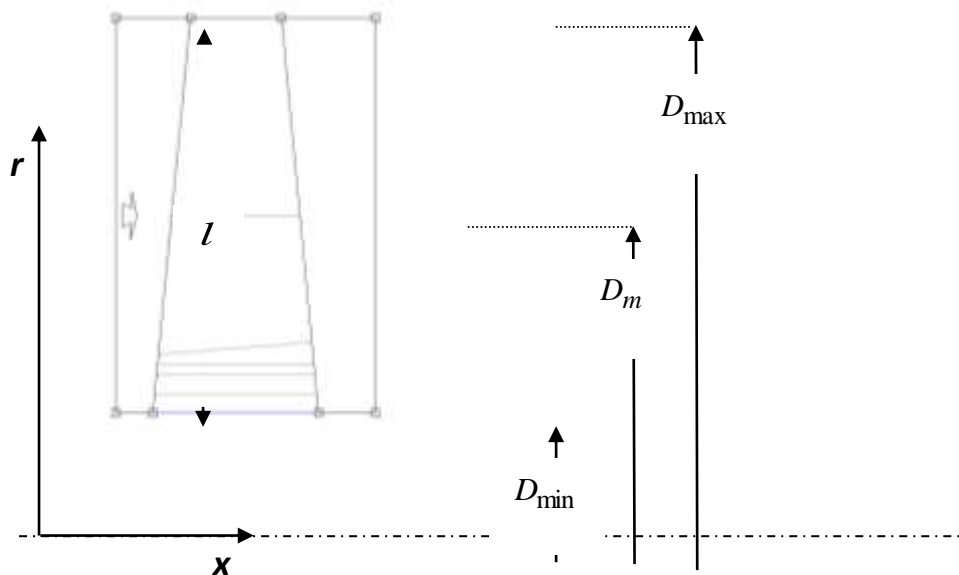
## 1.2 Le curve caratteristiche reali

Da quanto visto in precedenza, l'obiettivo della determinazione delle curve caratteristiche di una turbina è l'individuazione della legge di variazione del lavoro, o della potenza, con la portata: le curve ammettono poi come parametro la velocità periferica ovvero, per una data turbina, la velocità di rotazione.

Va però ricordato che le curve caratteristiche teoriche, in parametri dimensionali o adimensionali, sono state ricavate in base a ipotesi restrittive, quali:

- L'incomprimibilità del flusso
- L'assenza di perdite per fenomeni dissipativi

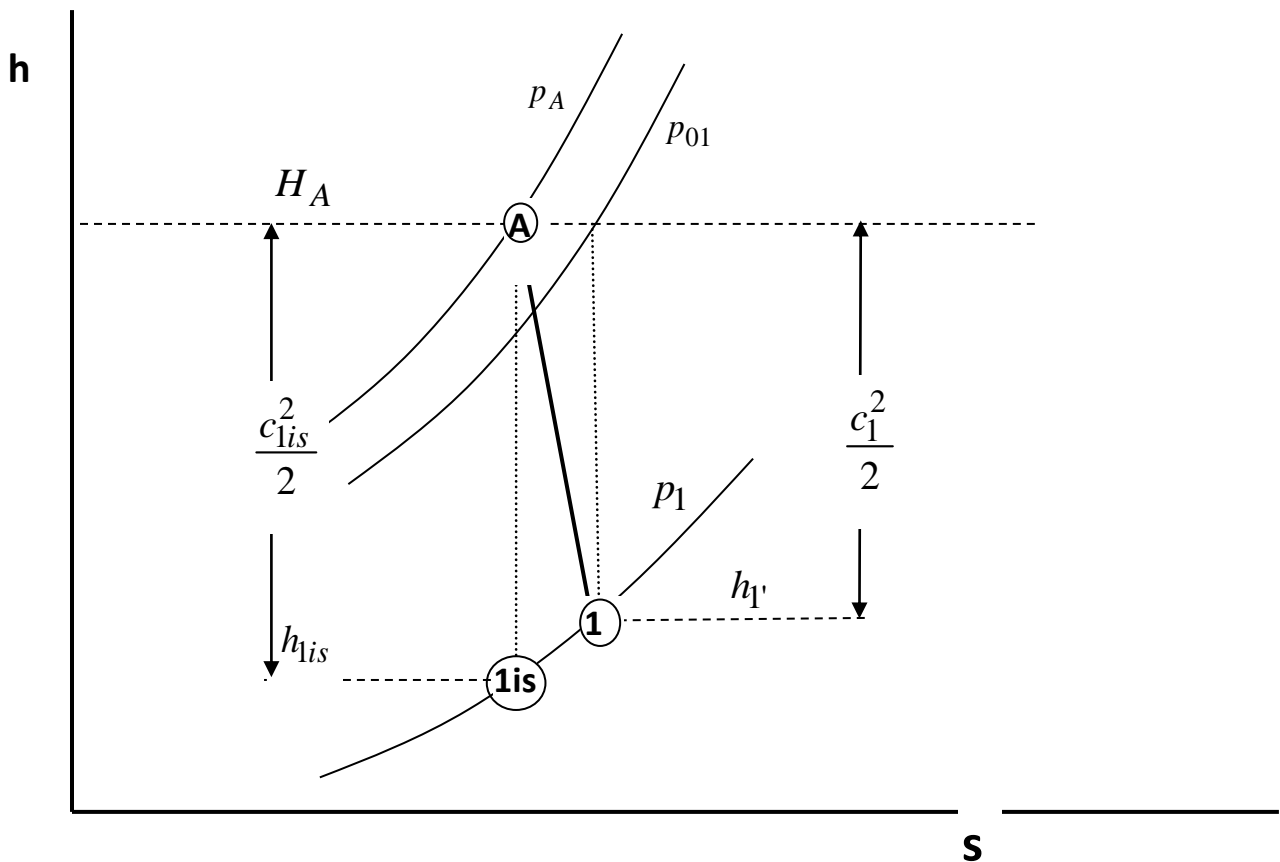
Ambedue queste ipotesi portano alle leggi lineari di variazione del lavoro con la portata, o del coefficiente di carico con quello di portata. E' anche noto, però, che per una turbina a flusso comprimibile (quindi a gas o a vapore) le capacità di smaltimento della portata sono legate alle leggi del moto in condotti a sezione variabile.



Ad esempio, per i condotti statorici in figura la portata massica è valutabile dalle relazioni;

$p_{01}, T_{01}$  Condizioni totali allo scarico dei condotti statorici  
 $D_m =$  Diametro medio  
 $z =$  Numero di pale  
 $t = \frac{\pi D_m}{z}$  passo  
 $o \cong t \sin(\alpha_1)$  "blade opening"  
 $\dot{m} = \rho_1 c_{1x} \Omega_1 = \rho_1 c_{1x} \pi D_m l_1 = \rho_1 c_{1x} t l_1 z = \varphi_1 u_1 \rho_1 \Omega_1$   
 $\dot{m} = G_1 \Omega_1 \sin(\alpha_1) = \frac{p_{01}}{\sqrt{RT_{01}}} \Phi_1 \Omega_1 \sin(\alpha_1)$   
 Funzione di flusso  $\Phi$  :  

$$\Phi_1 = \sqrt{\frac{2k}{(k-1)}} \left[ \left( \frac{p_1}{p_{01}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_1}{p_{01}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]^{\frac{1}{2}} = f(M_1); \Phi^* = \sqrt{k} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} = \max(\psi) \quad (11)$$



Pertanto, per un assegnato fluido evolvente (di proprietà  $k, R$ ), note le condizioni totali ( $p_{01}, T_{01}$ ) e la geometria del condotto, la portata risulta solo funzione del numero di Mach allo scarico,  $M_1$ , quindi del rapporto di espansione ( $p_{01}/p_1$ ):

$$\frac{c_1^2}{2} = H_A - H_1 = c_p (T_A - T_1) = \int_{p_1}^{p_{01}} v dp \Rightarrow \frac{p_{01}}{p_1} = \left( \frac{T_{01}}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (12)$$

$$\frac{T_{01}}{T} = \left( \frac{p_{01}}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left( \frac{\rho_{01}}{\rho} \right)^{k-1} = 1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \quad (13)$$

$$a_1^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{s=\text{cost}} = k \frac{p_1}{\rho_1} = k R T_1 \quad ; \quad M_1 = \frac{c_1}{a_1} \quad (14)$$

L'effetto dei fenomeni dissipativi nell'espansione adiabatica reale si manifesta in con una perdita di pressione totale che comporta due notevoli differenze rispetto al caso di flusso isentropico:

- 1) La velocità effettiva di scarico  $c_1$  è minore di quella isentropica  $c_{1is}$ .
- 2) L'aumento di temperatura di scarico,  $T_1$ , causa una diminuzione di densità.

Diminuiscono pertanto, per doppia ragione, le capacità di smaltimento della portata attraverso i condotti statorici:

$p_A, T_A$	Condizioni totali a monte dei condottistatorici
$p_{01}, T_{01}$	Condizioni totali allo scarico dei condottistatorici
$\frac{c_{1is}^2}{2}$	$= H_A - h_{1is}$ ; Velocità isentropica
$p_A - p_{01}$	Perdita di pressione totale
$\dot{m} = \rho_1 c_1 \Omega_1 \sin(\alpha_1) < \rho_{1is} c_{1is} \Omega_1 \sin(\alpha_1)$	
Funzione di flusso $\Phi$ :	
$\Phi_1 = \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \left[ \left( \frac{p_1}{p_{01}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_1}{p_{01}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]^{\frac{1}{2}}$	

(15)

Il flusso attraverso i condotti rotorici è regolato da leggi del tutto analoghe. Occorre però fare riferimento ai parametri totali nel moto relativo:

$$\begin{aligned}
H_A &= h_1 + \frac{c_1^2}{2} && \text{entalpia totale assoluta} \\
H_{r1} &= h + \frac{w_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} = H_A - u_1 c_{1u} && \text{entalpia totale relativa} \\
T_{0r1} &= T_{01} - (H_A - H_{r1}) / c_p && \text{temperatura totale relativa} \\
\frac{P_{01r}}{P_{01}} &= \left( \frac{T_{01r}}{T_{01}} \right)^{\frac{k}{k-1}} && \text{pressione totale relativa} \\
H_{r1} &= h_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} = H_{r2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{u_2^2}{2}
\end{aligned} \tag{16}$$

La portata attraverso il condotto rotorico va calcolata tenendo conto della perdita di pressione totale relativa:

$P_{02r}, T_{02r}$	<b>Condizioni totali relative allo scarico dei condotti rotorici</b>	
$H_{r1} = h_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} = H_{r2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{u_2^2}{2}$	<b>Conservazione <math>H_r</math> in flusso adiabatico</b>	
$P_{01r} - P_{02r}$	<b>Perdita di pressione totale relativa.</b>	
$\dot{m} = \rho_2 c_{2x} \Omega_2 = \rho_2 w_2 \sin(\beta_2) \pi D_{m2} l_2 = \varphi_2 u_2 \rho_2 \Omega_2$		
$\dot{m} = \frac{P_{02r}}{\sqrt{RT_{02r}}} \Phi_{r2} \Omega_1 \sin(\beta_2)$		(17)
<b>Funzione di flusso <math>\Phi</math>:</b>		
$\Phi_{r2} = \sqrt{\frac{2k}{(k-1)}} \left[ \left( \frac{P_2}{P_{02R}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_2}{P_{02R}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]^{\frac{1}{2}} = f(M_{r2}); \quad M_{r2} = \frac{w_2}{\sqrt{kRT_2}}$		

Dovendosi rispettare la continuità del flusso (portata statorica = portata rotorica), le due funzioni di flusso,  $\Phi_1$  e  $\Phi_{r2}$ , devono quindi rispettare la relazione:

$$\frac{P_{01}}{\sqrt{RT_{01}}} \Phi_1 \Omega_1 \sin(\alpha_1) = \frac{P_{02r}}{\sqrt{RT_{02r}}} \Phi_{r2} \Omega_1 \sin(\beta_2) \tag{18}$$

Ne consegue che:

- Al variare della portata, cambierà il valore della pressione intermedia allo scarico dallo statore,  $p_1$ .
- Per ogni valore di portata esisterà, in regime subsonico, un unico valore di pressione statica allo scarico del rotore,  $p_2$ , compatibile con tale valore

- Quindi ogni cambiamento di portata massica comporta variazioni nel:

- Rapporto di espansione *total-to-static* :  $\beta_{TS} = \frac{P_A}{p_2}$
- Salto entalpico totale  $\Delta h^* = H_A - h_2$
- Grado di reazione, a causa delle variazioni nella ripartizione del salto tra statore e rotore.
- Rendimenti interni, *total-to-total* e *total-to-static*

Trattandosi, in generale, di flusso comprimibile, i coefficienti di portata,  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$ , nelle relazioni (11) e (17) non saranno più uguali tra loro, a causa delle variazioni di densità. Le stesse relazioni confermano, comunque, la tendenza della portata a crescere con la velocità periferica e quindi con quella di rotazione.

Naturalmente, a ogni valore di portata corrisponderanno differenti triangoli di velocità. Il lavoro trasferito dal fluido alla macchina dovrà quindi rispettare sia le relazioni termodinamiche sia quelle del meccanismo di trasferimento di energia meccanica:

$$L = \begin{cases} c_p T_A \left( 1 - \frac{1}{\beta_{TS}^{\frac{k}{k-1}}} \right) \eta_{TS} \\ u \Delta c_u = u \Delta w_u = \psi \frac{u^2}{2} \propto n^2 D_m^2 \end{cases} \quad (19)$$

Di conseguenza, in condizioni di similitudine cinematica e dinamica (che comportano, per due condizioni simili, l'uguaglianza dei numeri di Mach, del coefficiente di carico e del rendimento interno), vale la relazione di proporzionalità:

$$\left( 1 - \frac{1}{\beta_{TS}^{\frac{k}{k-1}}} \right) \propto \frac{n^2}{c_p T_A} \propto \frac{u^2}{k R T_A} = M_u^2 \quad (20)$$

Nelle stesse condizioni di similitudine, le relazioni (11) e (15) mostrano che la portata massica è legata alle condizioni totali a monte e alla velocità di rotazione dalle relazioni:

$$\begin{aligned} \dot{m} &\propto \varphi_1 u_1 \propto \varphi_1 n \\ \dot{m} &\propto \frac{P_A}{\sqrt{R T_A}} \Phi_1 \Rightarrow \dot{m} \frac{\sqrt{R T_A}}{P_A} = \text{cost.} \end{aligned} \quad (21)$$

Dalle ultime relazioni (20) e (21) si conclude che:

- Per turbina (monostadio) di geometria assegnata, note le proprietà del fluido motore (e quindi  $k$ ,  $R$ ,  $c_p$ ), una terna di valori  $(\dot{m} \frac{\sqrt{T_A}}{P_A}, \beta_{TS}, \frac{n}{\sqrt{T_A}})$  individua condizioni di funzionamento che rispettano i criteri di similitudine.

Pertanto, per le turbine a flusso comprimibile la rappresentazione delle caratteristiche (lavoro - portata) al variare della velocità di rotazione va sostituita con quella più generale in cui si riportano:

- <b>Ascisse :</b>	$\dot{m} \frac{\sqrt{T_A}}{P_A}$	-- <b>Portata Ridotta</b>
- <b>Ordinate:</b>	$\beta_T$	-- <b>Rapporto di espansione (total-to-total o total-to-static)</b>
- <b>Parametro</b>	$\frac{n}{\sqrt{T_A}}$	-- <b>Velocità di Rotazione Ridotta</b>

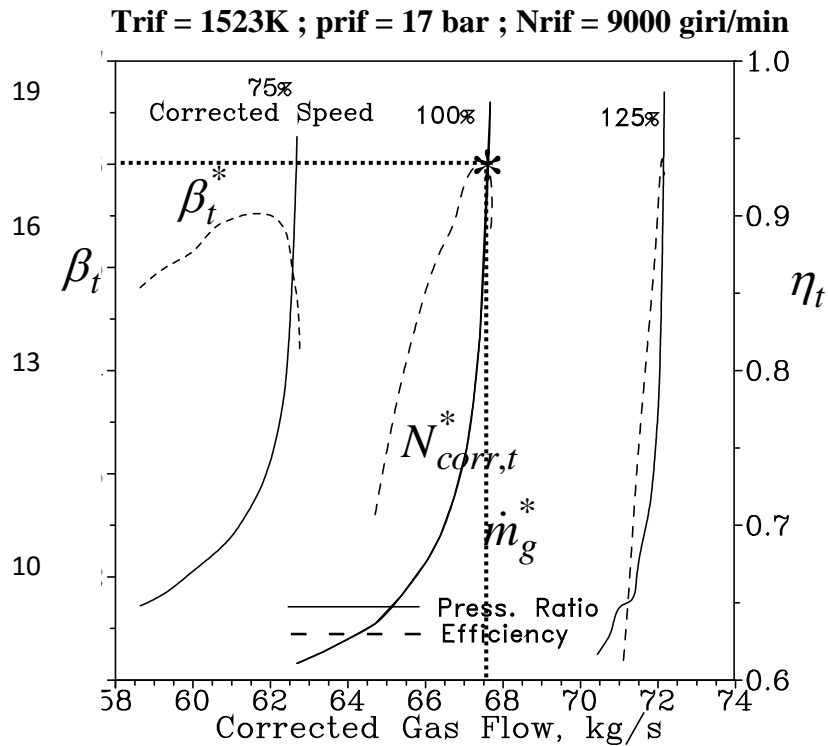
La rappresentazione in parametri ridotti consente di dare maggiore generalità al piano di curve caratteristiche, in quanto possono essere individuate le condizioni di funzionamento della turbina al variare delle condizioni a monte. Si ricorda, infatti, che le turbine a gas o a vapore sono spesso portate a operare in condizioni diverse da quelle nominali a seguito di operazioni di regolazione, con conseguente variazione di pressione e temperatura in ingresso.

L'andamento della portata ridotta con il rapporto di espansione è qualitativamente simile quello che si riscontra nel flusso attraverso ugelli. Tale andamento è quindi soggetto alle condizioni di **bloccaggio della portata** se in uno degli elementi statorici o rotorici si raggiunge il numero di Mach (assoluto o relativo) unitario,

Come più volte accennato, considerazioni analoghe valgono per turbine radiali. In questo campo è tipico l'esempio delle turbine di sovralimentazione che operano in condizioni estremamente variabili a seconda delle condizioni di carico e velocità del motore: la rappresentazione in parametri ridotti permette di tenere conto di tali variazioni.

Infine, tutte le considerazioni presentate possono essere estese a turbine assiali multistadio, per le quali l'accoppiamento tra i vari elementi statorici e rotorici consecutivi determina la forma delle curve caratteristiche riportate nelle figure che seguono. Si osservi che la rappresentazione in parametri ridotti è sostituita con quella in **parametri corretti**, di più agevole impiego.

## Curve caratteristiche reali di una turbina a gas multistadio

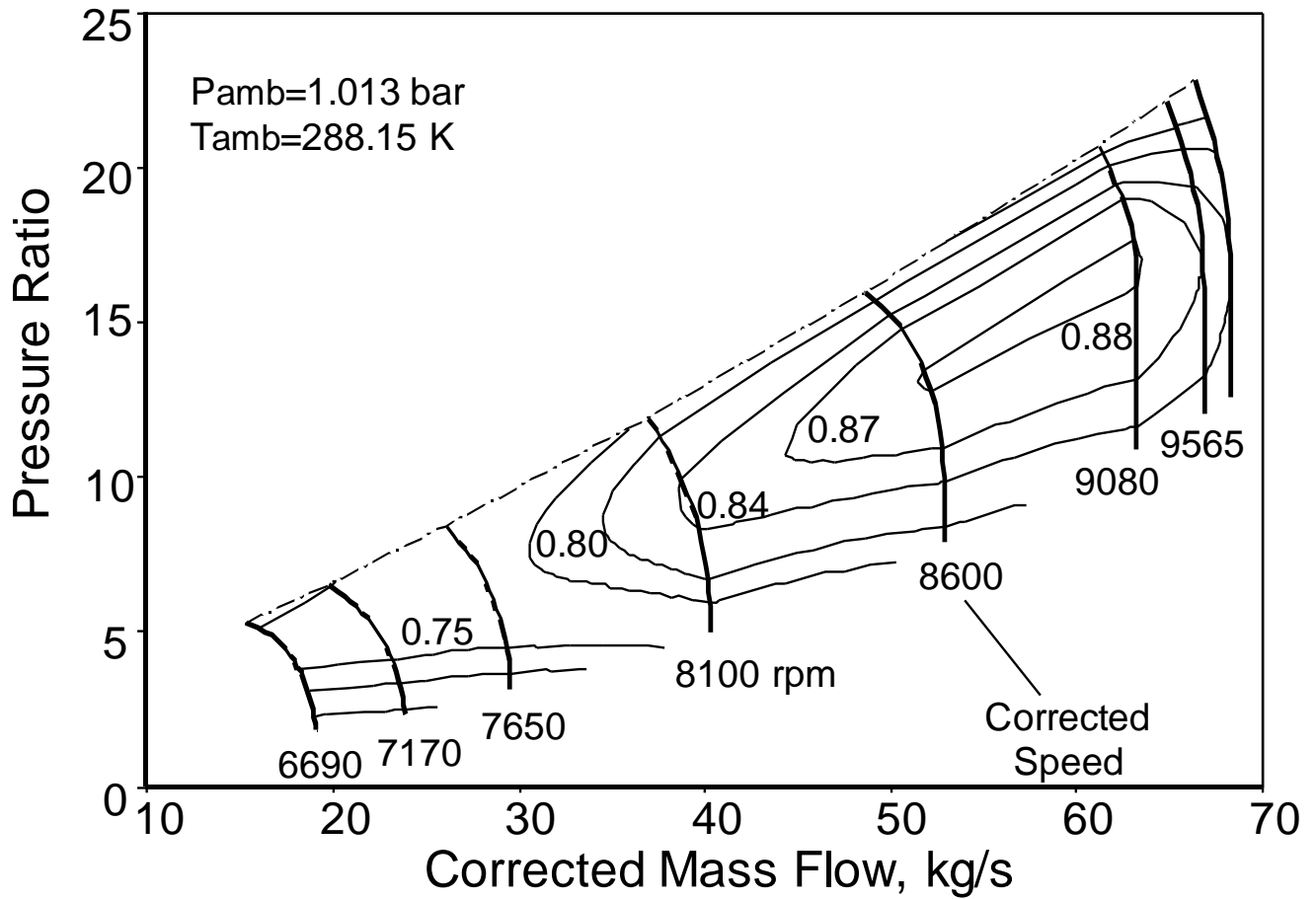


Le curve a linea continua rappresentano l'andamento del rapporto di espansione  $\beta_t$  in funzione della portata di gas corretta, mentre quelle tratteggiate si riferiscono al rendimento adiabatico della turbina, anche in questo caso massimo in prossimità del punto nominale (\*).

**Portata massica Corretta:** 
$$\dot{m}_{corr,t} = \dot{m}_g \frac{\sqrt{T_3/T_{rif,t}}}{P_3/P_{rif,t}}$$

(11)

**Velocità di rotazione Corretta:** 
$$N_{corr,t} = \frac{N}{\sqrt{T_3/T_{rif,t}}}$$



(Usualmente, le condizioni di riferimento sono poste uguali a quelle ambiente *ISO Standard*)

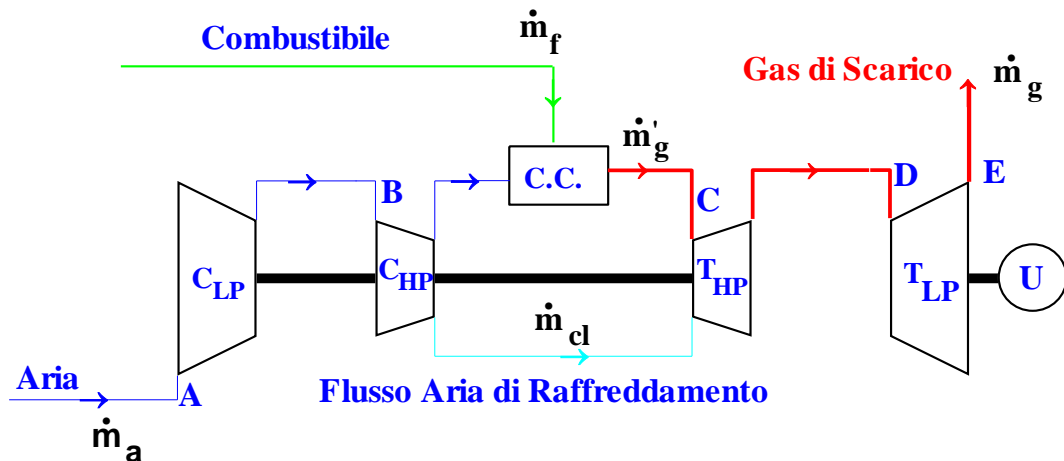
**Portata massica Corretta:**

$$\dot{m}_{corr} = \dot{m}_a \frac{\sqrt{\frac{T_{in}}{T_{rif}}}}{\frac{P_{in}}{P_{rif}}}$$

**Velocità di rotazione Corretta:**

$$N_{corr} = \frac{N}{\sqrt{\frac{T_{in}}{T_{rif}}}}$$

# T.G. DI DERIVAZIONE AERONAUTICA



## CONFIGURAZIONE BI-ALBERO

<b>Portata di aria in ingresso</b>	<b>83 kg/s</b>
<b>Rapporto di compressione totale</b>	<b>23.3</b>
Rapporto di compressione comp. BP	3.75
Rapporto di compressione comp. AP	6.2
<b>Temperatura Tot. di ingresso in Turbina</b>	<b>1623 K</b>
Rendimento politropico di compressione	0.91
Rendimento politropico di espansione	0.88
Numero di stadi compressore BP	7
Numero di stadi compressore AP	10
Numero di stadi turbina di AP	2
Numero di stadi turbina di BP	2
Velocità di rotazione del generatore di gas	9565 giri/min
Velocità di rotazione della turb. di potenza	6500 giri/min
<b>Temperatura massima della pala rotorica</b>	<b>1100 K</b>

# PRINCIPALI DATI PER IL PROGETTO TERMODINAMICO

## ANALISI TERMODINAMICA

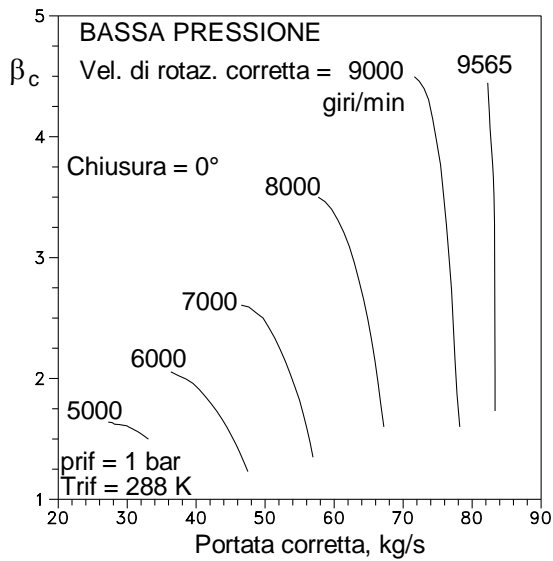
### PRESTAZIONI DELL'IMPIANTO (ISO, al punto di progetto)

Potenza utile:	32940	kW
Rendimento globale:	0.397	
Temperatura dei gas di scarico:	775	K
Portata di combustibile:	1.664	kg/s
Portata aria di raffreddamento:	12.2	kg/s
Indice di emissione di NO <sub>x</sub>	2.02	g/kWh
Concentrazione di NO <sub>x</sub> su base secca	212.8	ppmd

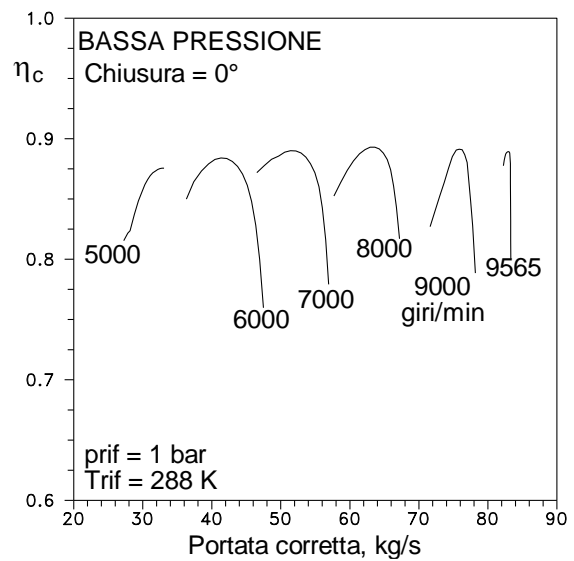
### DATI DI PROGETTO DELLE TURBOMACCHINE

	Portata	Press. ing.	Temp. ing.	$\beta$
<b>Compr. di BP</b>	83 kg/s	1.00 bar	288 K	3.75
<b>Compr. di AP</b>	83 kg/s	3.75 bar	429 K	6.20
<b>Turbina di AP</b>	75 kg/s	22.7 bar	1560 K	4.60
<b>Turbina di BP</b>	85 kg/s	4.92 bar	1048 K	4.73

## RAPP. DI COMPRESSIONE

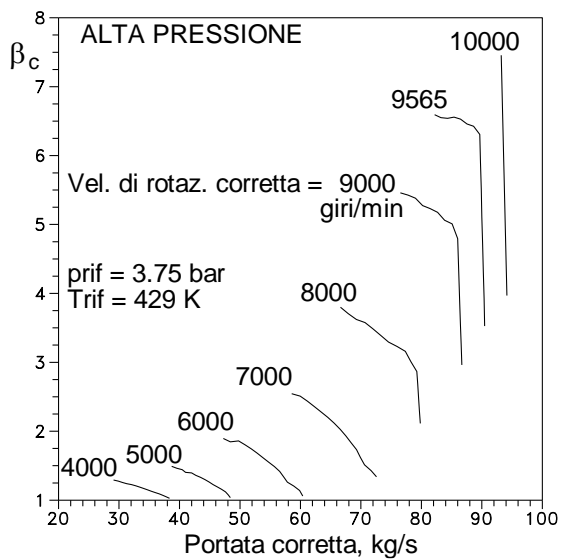


## RENDIMENTO ADIAB.

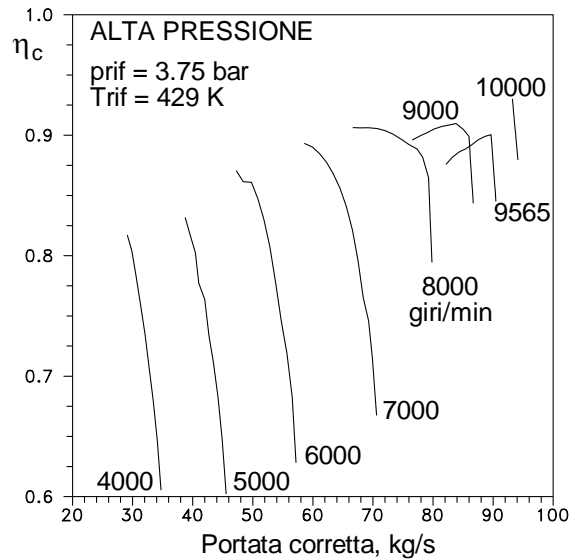


## COMPRESSORE DI BP: MAPPE DI FUNZIONAMENTO

## RAPP. DI COMPRESSIONE



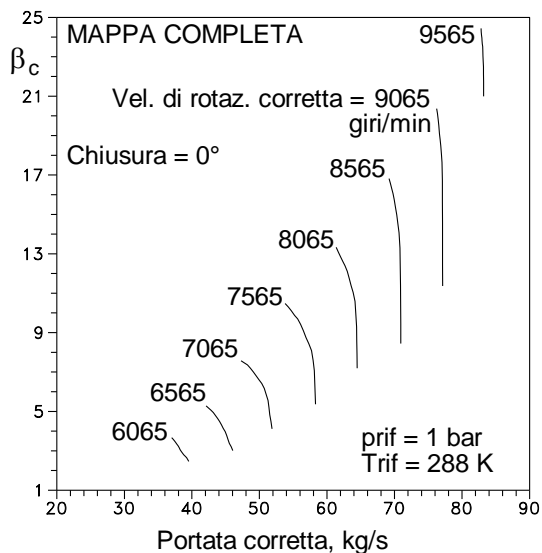
## RENDIMENTO ADIAB.



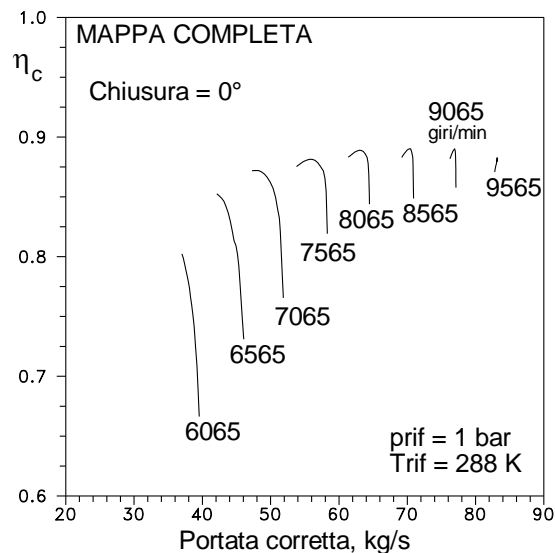
## COMPRESSORE DI AP: MAPPE DI FUNZIONAMENTO

# CURVE CARATTERISTICHE A VARI ASSETTI DELLE PALE STATORICHE DEL COMP. DI BP

## RAPP. DI COMPRESSIONE

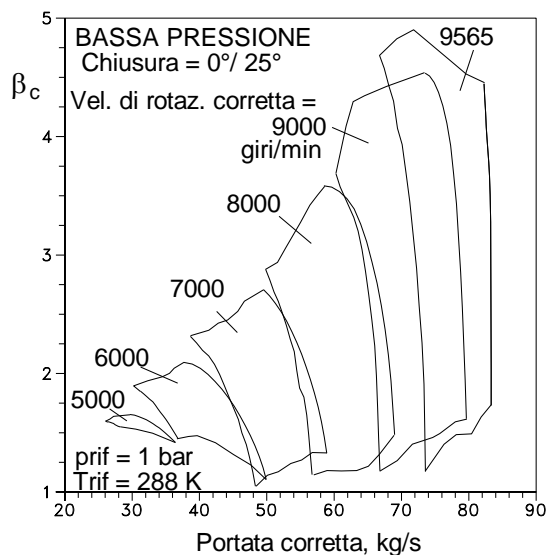


## RENDIMENTO ADIAB.

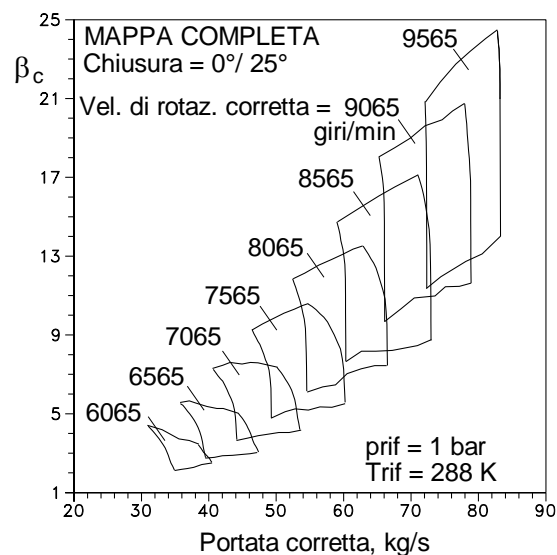


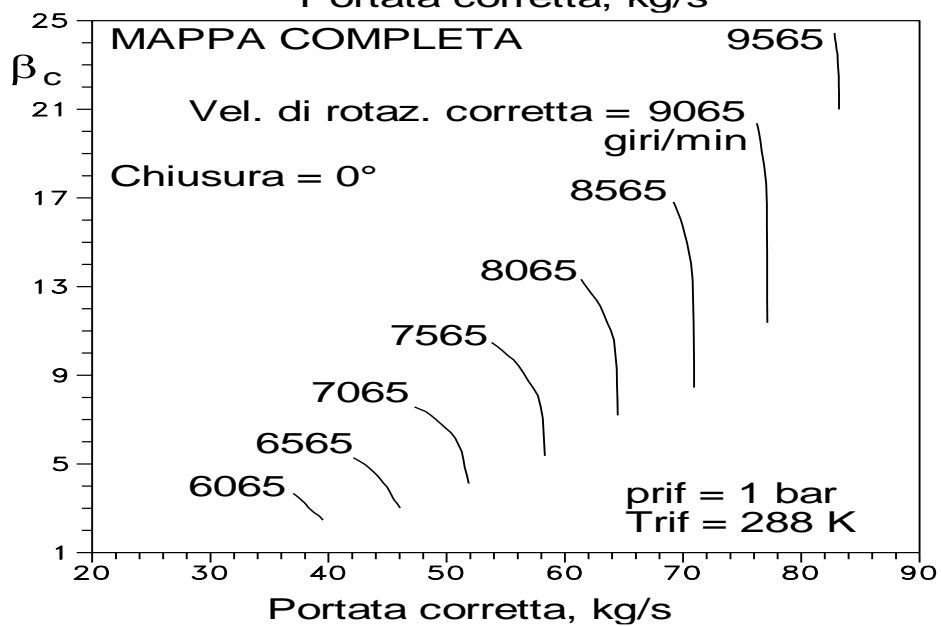
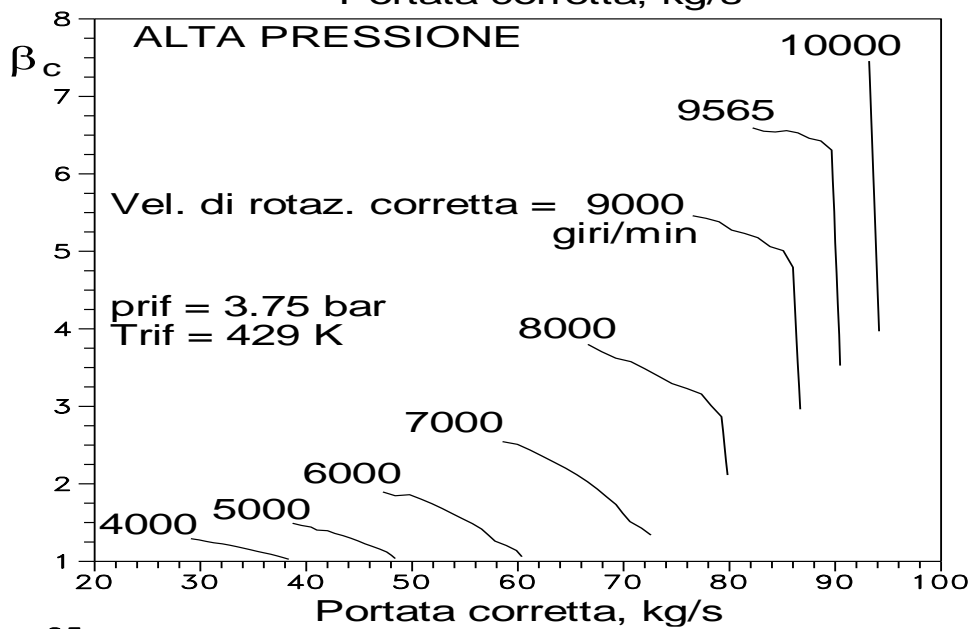
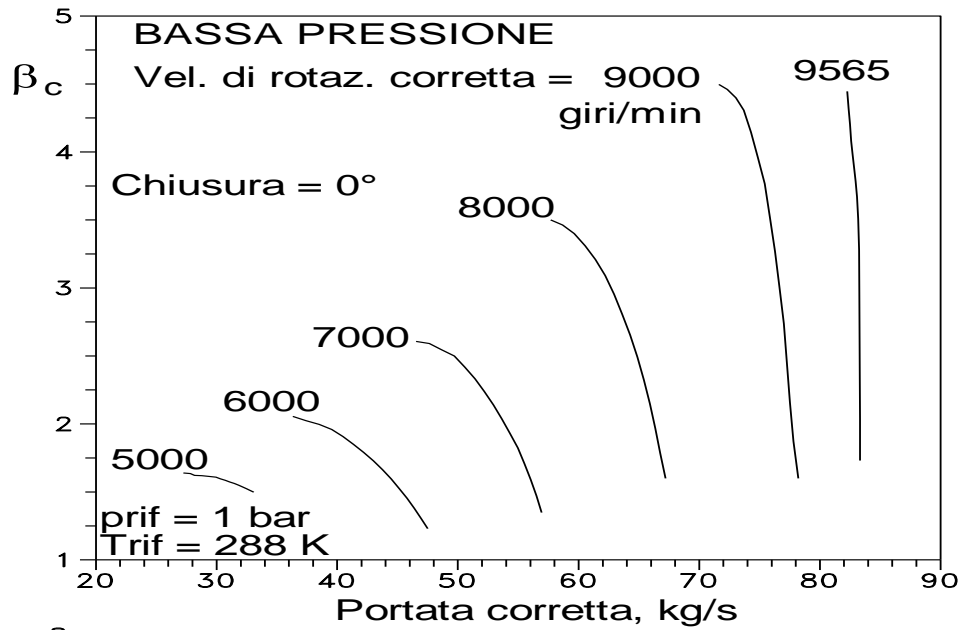
## CURVE DI ACCOPPIAMENTO *BP-AP*

### COMP. BP (Chiusura 0-25°)



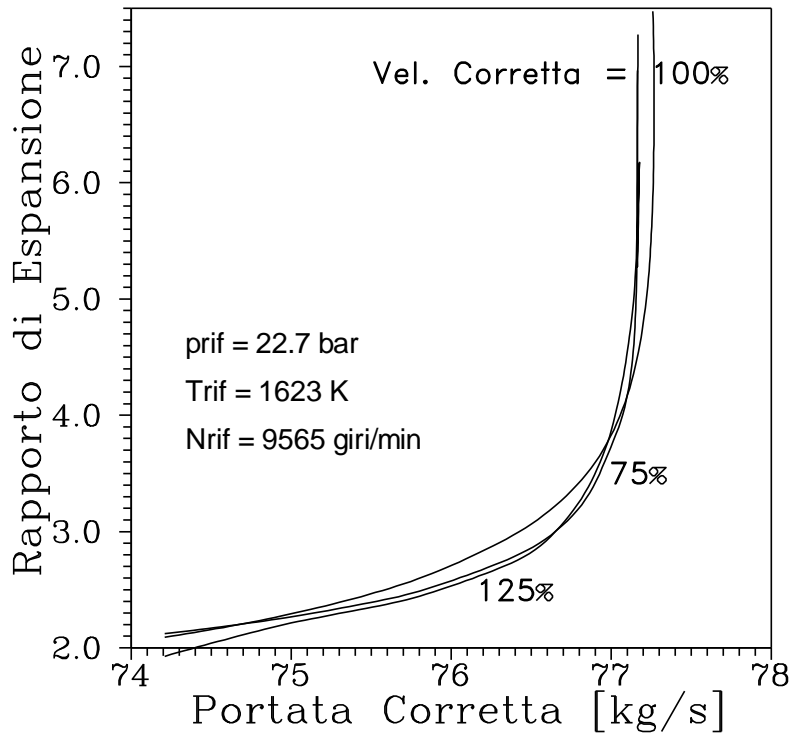
### MAPPA COMPLETA



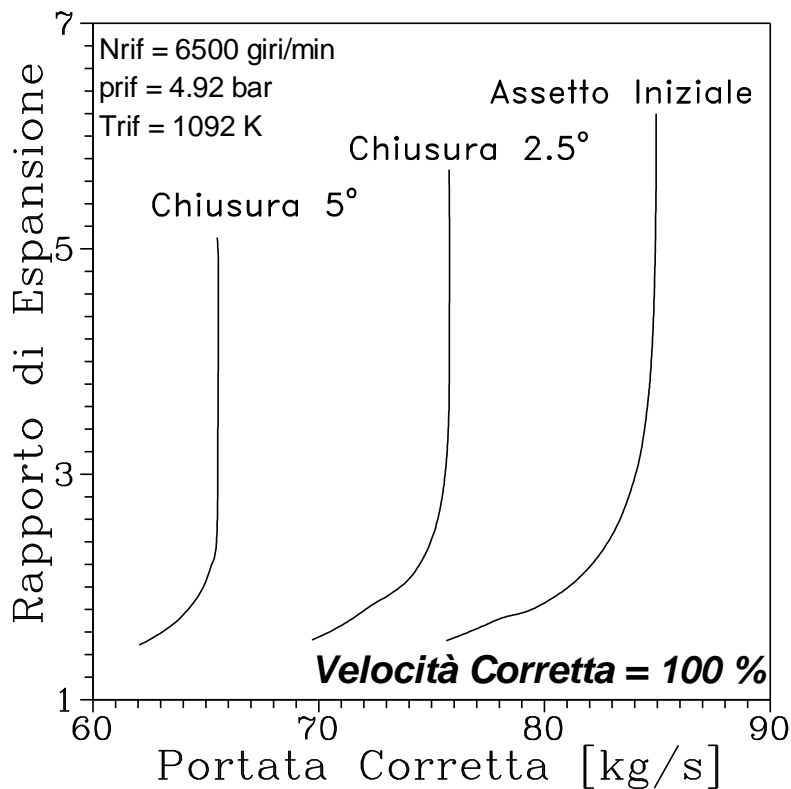


# CARATTERISTICHE TURBINA DI AP E TURBINA DI BP (A VARI ASSETTI DELLE PALE STAT. DEL 1° ST.):

## ALTA PRESSIONE

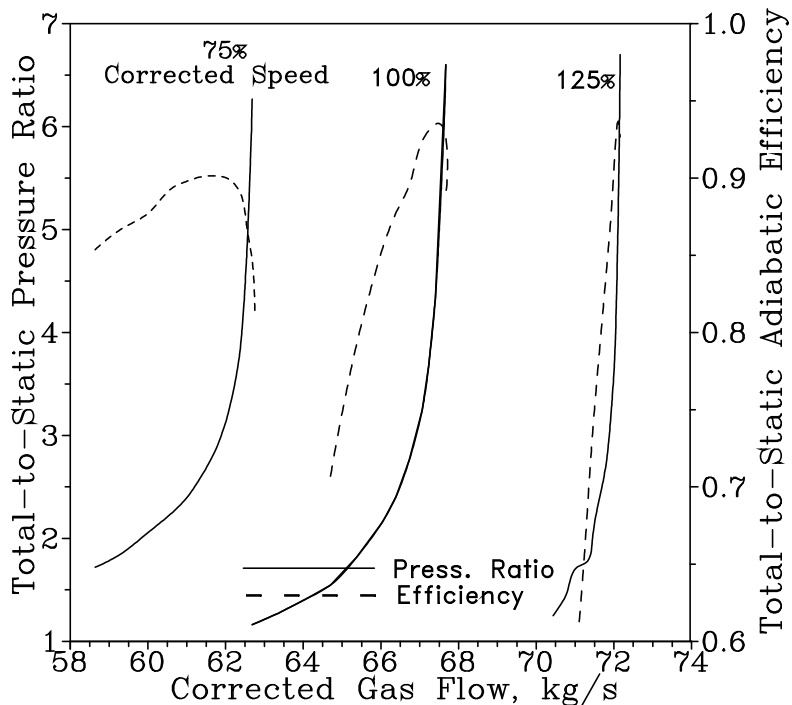


## BASSA PRESSIONE

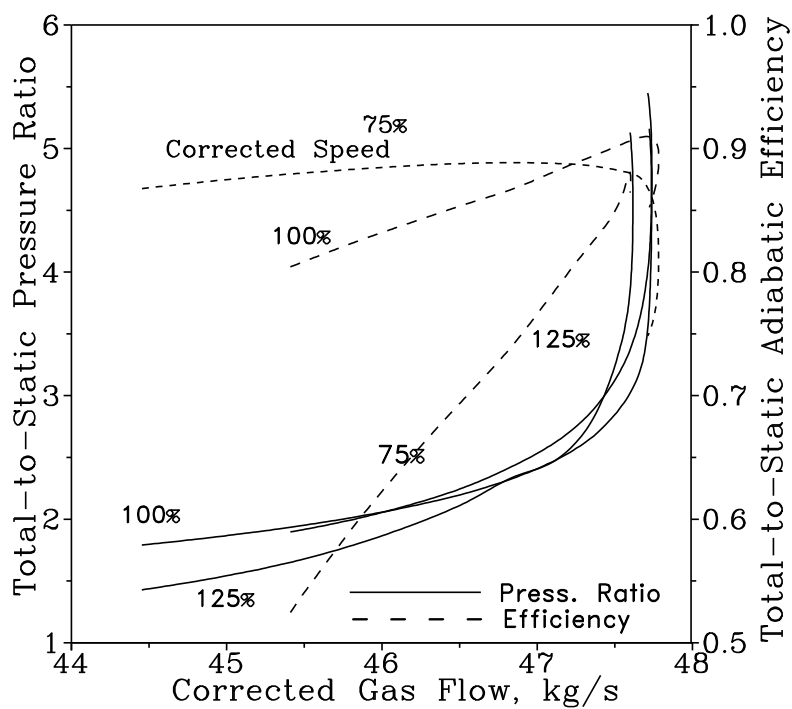


# CARATTERISTICHE TURBINE DI *BP*

## Turbina a 6 stadi



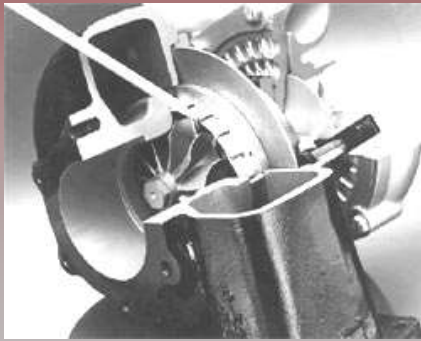
## Turbina a 2 stadi



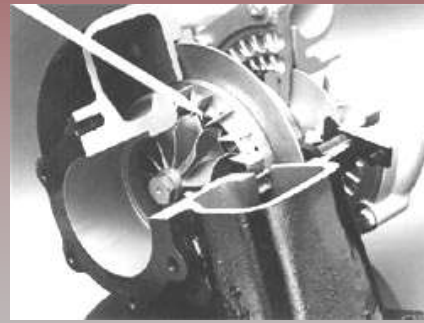
## *Il Turbocompressore a gas di scarico*

### **Turbina a Geometria Variabile V.N.T.**

#### *Variable Nozzle Turbochargers VNT*



**At low motor r.p.m.**

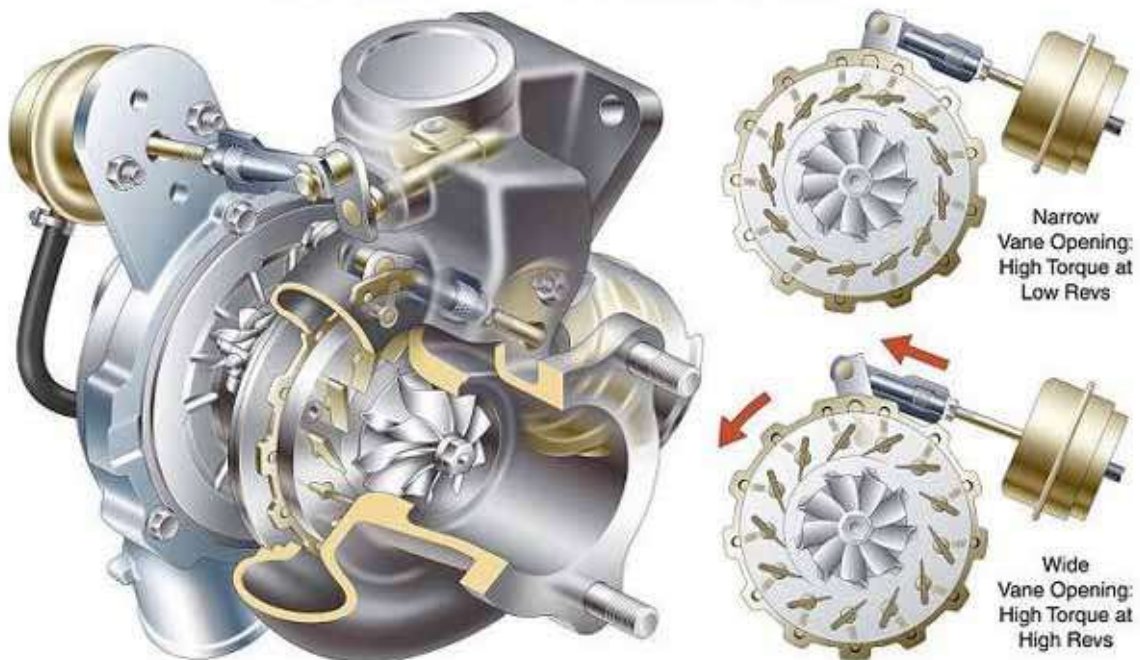


**At high motor r.p.m.**

1

## *Il Turbocompressore a gas di scarico*

### **VNT (Variable Nozzle Turbine) Turbo**



**Volvo 5-cylinder Common Rail Diesel**

## Il Turbocompressore a gas di scarico

### Turbina a Geometria Variabile *Garrett VNT25*

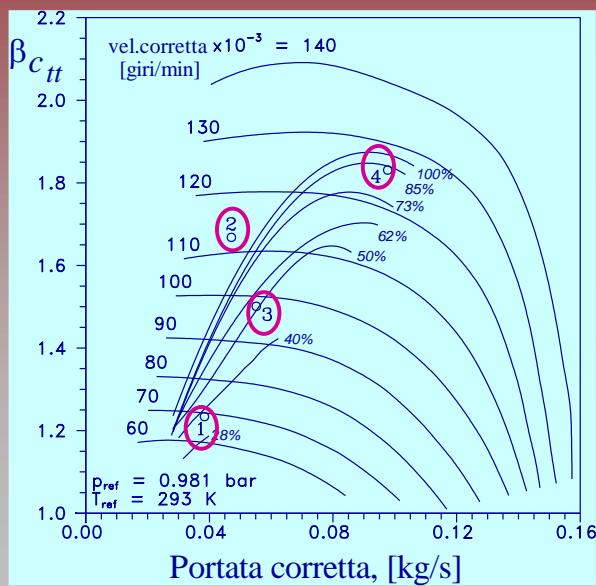


35

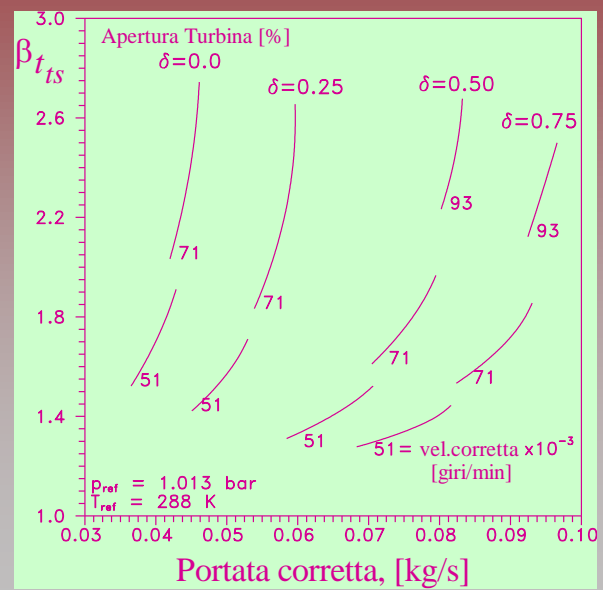
## Un esempio di motore con turbocompressore

### FIAT Croma 1.9 TD

#### Compressore



#### Turbina

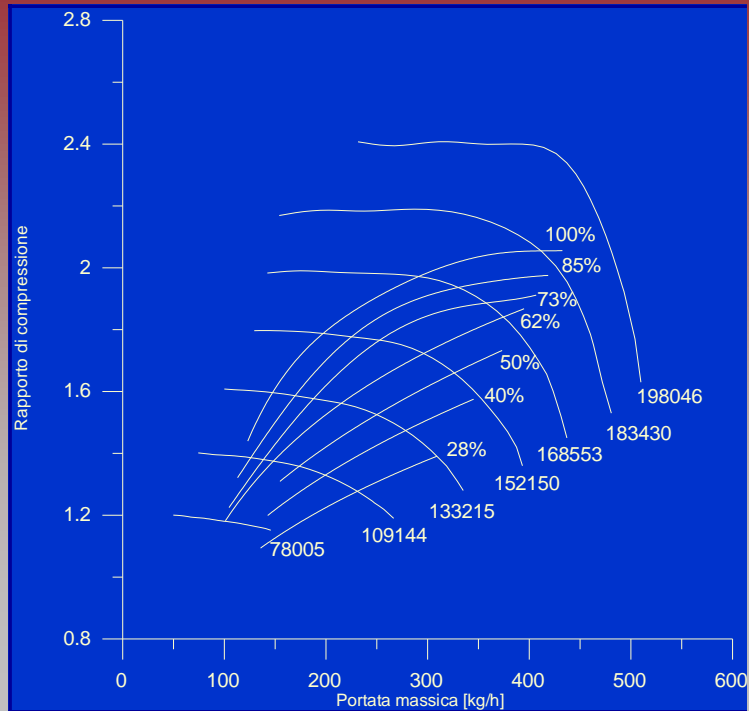


39

## Un esempio di motore con turbocompressore

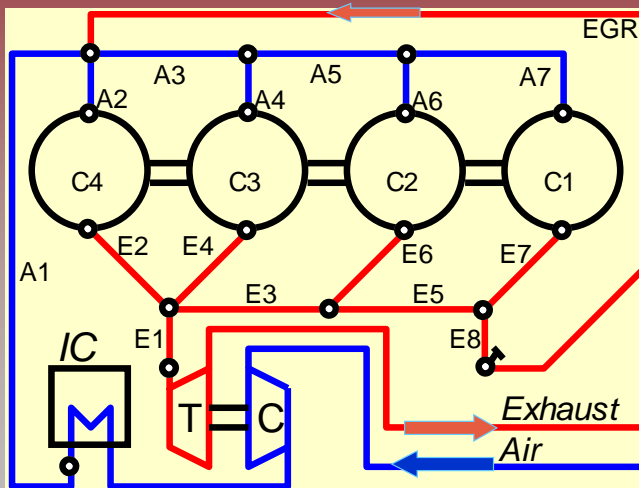
### FIAT Croma 1.9 JTD

**Accoppiamento  
Motore –  
Compresore**



## Modellistica del Motore Sovralimentato

### Schema del Sistema Completo



### Possibili Approcci:

- Ai Volumi di Controllo (0D)
- Propagazione (x,t) (1D)
- Sistemi Multifase Reagenti (3D)

➤ Integrazione con  
Informazioni  
Sperimentali

