

Secondo Principio ed Entropia

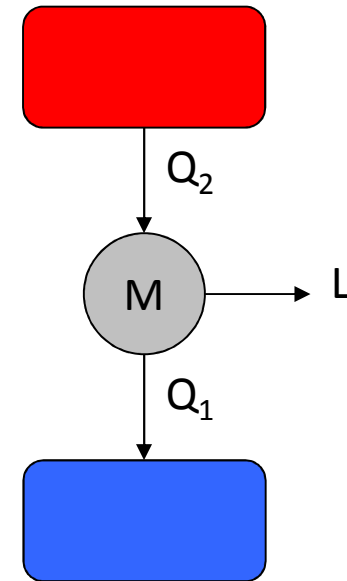
Macchina termica

- È un particolare sistema TD atto a scambiare calore con l'ambiente e produrre lavoro

Esempi di macchine termiche

- Macchina ciclica a due sorgenti

$$L = Q = Q_2 + Q_1 = Q_2 - |Q_1|$$



Ciclo termico

- Si dice *rendimento* il rapporto tra il lavoro prodotto (uscita) e il calore assorbito dalla macchina dalla sorgente calda (ingresso):

$$\eta = \frac{L}{Q_2} = \frac{Q_2 - |Q_1|}{Q_2} = 1 - \frac{|Q_1|}{Q_2}$$

Bilancio energetico

- È importante notare che *solo una parte del calore Q_2 assorbito* dalla sorgente calda *si trasforma in lavoro*
- *Il resto del calore, Q_1 , invece di trasformarsi in lavoro è ceduto alla sorgente fredda*

Rendimento di Carnot

$$\eta = 1 - \frac{|Q_1|}{Q_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

- Cioe` il rendimento della macchina di Carnot dipende solo dalle temperature delle sorgenti

Secondo principio della termodinamica

- È impossibile realizzare una trasformazione il cui risultato finale sia *solo quello* di convertire in energia (meccanica, elettromagnetica, ...) il calore assorbito da *una sola* sorgente di calore
- Cfr. l'espansione isoterma di un gas ideale
- Questo è il *postulato o enunciato secondo Lord Kelvin (K)*

Secondo principio della termodinamica

- È impossibile realizzare una trasformazione il cui risultato finale sia *solo quello* di trasferire calore da un corpo ad una data temperatura ad un altro di temperatura maggiore del primo
- Cfr. frigorifero
- Questo è il *postulato o enunciato secondo Clausius (C)*

Conseguenze

- Il rendimento è sempre minore di uno, perché se fosse uno dovrebbe aversi $Q_1=0$, che è come dire che la macchina funzionerebbe con una sola sorgente, cosa contraria al postulato di Kelvin

Conseguenze

- Questo significa che il calore non è trasformabile completamente in lavoro
- Una parte, Q_1 , rimane sempre sotto forma di calore e per di più ad una temperatura inferiore
- Questa è l'essenza del secondo principio
- Non è in contraddizione col primo principio, ma ne costituisce una limitazione, perché non tutto il calore può essere convertito in lavoro

Nuova funzione di stato

- Il primo principio ha portato all'introduzione di una funzione di stato, l'energia interna U
- Come vedremo ora, il secondo principio porta alla definizione di una seconda funzione di stato, detta *entropia* S

Ritorno alla convenzione per il segno del calore

- Carnot mostrò che $\eta^{(R)} \geq \eta^{(S)}$ $1 - \frac{|Q_1^{(R)}|}{Q_2^{(R)}} \geq 1 - \frac{|Q_1^{(S)}|}{Q_2^{(S)}}$

- Ma per una macchina reversibile $\frac{|Q_1|}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$

- Ne segue che per una macchina generica

$$\frac{Q_2}{T_2} - \frac{|Q_1|}{T_1} \leq 0$$

Entropia

- In generale

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

- Il segno di uguaglianza vale *se e solo se* il ciclo è *reversibile*

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} = 0$$

Entropia

- Le quantità di calore in gioco possono anche essere infinitesime

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

- L'uguaglianza si verifica se e solo se il ciclo è reversibile

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

L'integrale dipende solo dagli stati estremi A e B e non dalla particolare trasformazione reversibile scelta per calcolarlo

Entropia

- Questo teorema permette di definire una nuova funzione di stato

Entropia

- Scelto arbitrariamente uno stato di riferimento O, e preso uno stato A qualsiasi del sistema, **l'integrale**

$$S(A) = \int_O^A \frac{\delta Q}{T}$$

calcolato lungo una qualsiasi trasformazione reversibile tra O e A, è una funzione univoca dello stato A, cui si dà il nome di **entropia dello stato A**

- Se A e B sono due stati del sistema, allora

$$S(B) - S(A) = \int_A^B \frac{\delta Q}{T}$$

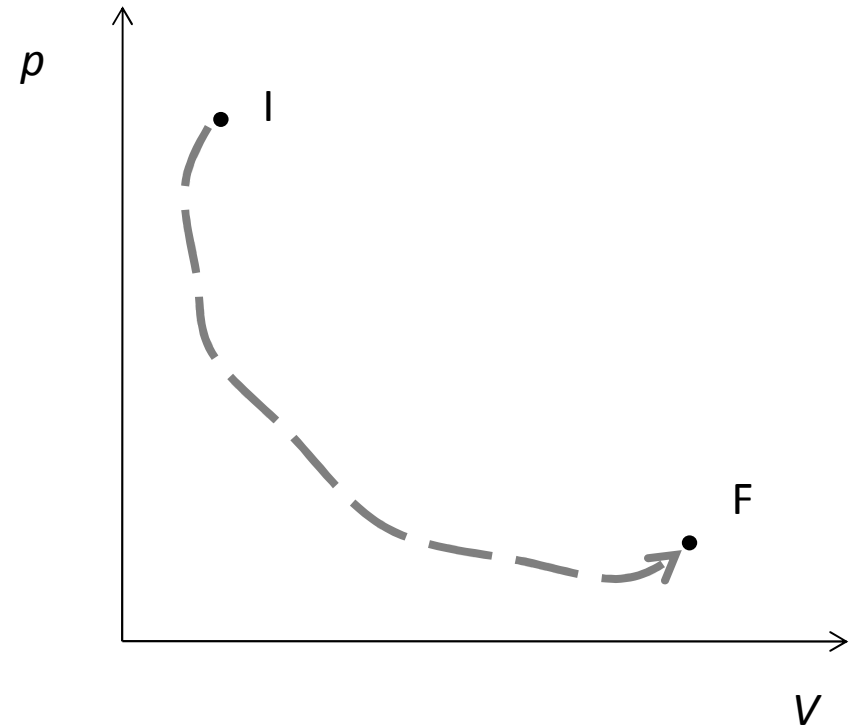
Legge dell'aumento dell'entropia

- Per un sistema isolato questo teorema assume una forma molto importante
- In questo caso $\delta Q=0$ e quindi
- Per una trasformazione reale di un sistema isolato,
l'entropia dello stato finale è sempre maggiore o tutt'al più uguale a quella dello stato iniziale

$$S(B) \geq S(A)$$

Calcoli di entropia - gas ideale

- Calcolare la variazione di entropia nell'espansione libera di un gas ideale
- Siano I e F gli stati iniziale e finale, la trasformazione irreversibile e' indicata con la linea tratteggiata
- Sperimentalmente e' noto che le temperature iniziale e finale sono uguali e che l'energia interna non varia



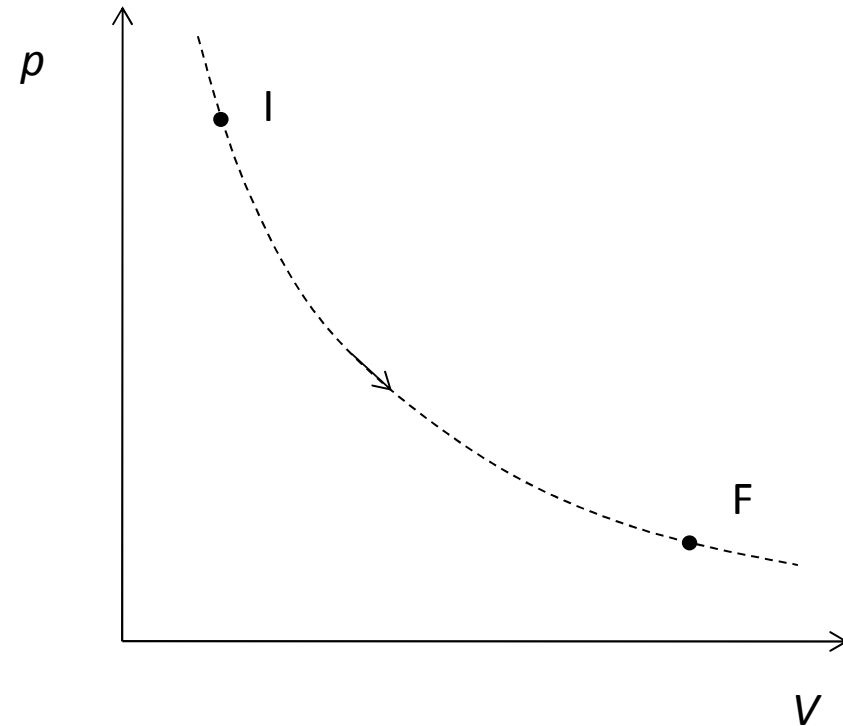
$$\Delta U = Q + L = 0 + 0 = 0$$

Calcoli di entropia - gas ideale

- Per il calcolo dell'entropia e' necessario trovare una trasformazione reversibile che congiunga i due stati I e F
- La trasformazione piu' naturale e' l'isoterma che congiunge I a F

$$\Delta S_{IF} = \int_I^F \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{it} = \frac{1}{T} \int_I^F \delta L$$

- L'ultima uguaglianza deriva dal 1° principio e da $dU=0$

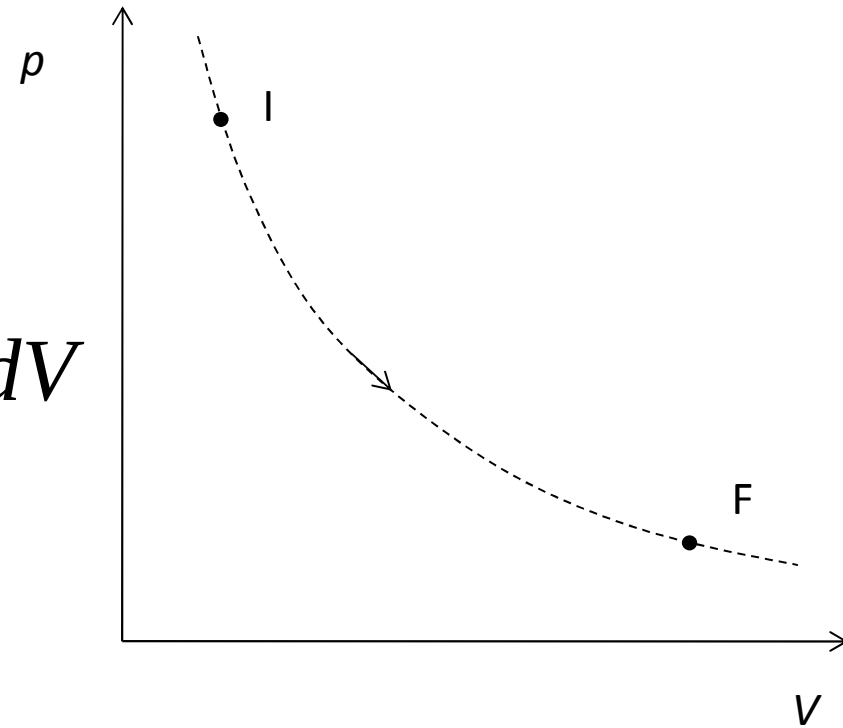


Calcoli di entropia - gas ideale

- Per un lavoro di espansione abbiamo quindi

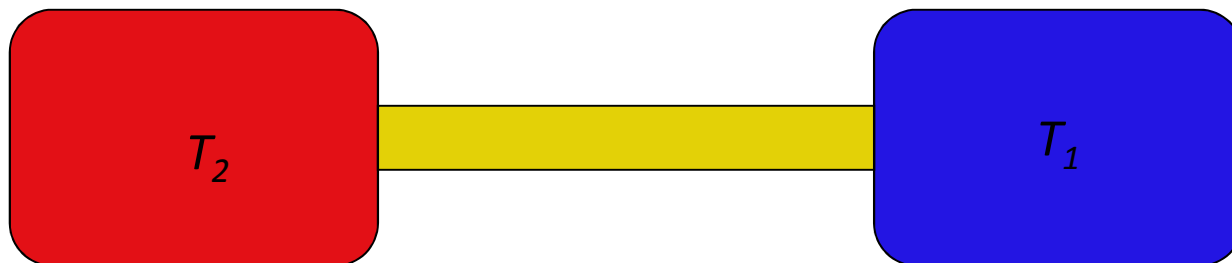
$$\Delta S_{IF} = \frac{1}{T} \int_I^F p dV = \frac{1}{T} \int_I^F \frac{nRT}{V} dV$$

$$\Delta S_{IF} = nR \log \frac{V_F}{V_I}$$



Calcoli di entropia - **conduzione**

- È data una sbarra che fa da ponte termico tra due termostati a temperatura T_2 e T_1 ($T_2 > T_1$)
- Siano l la lunghezza, A la sezione e k la costante di conducibilità termica della sbarra
- Supposto di essere in uno stato stazionario, e che non ci siano perdite di calore dalla superficie laterale della sbarra, trovare
 - la potenza termica che attraversa la sbarra
 - La variazione di entropia nell'unità di tempo del sistema costituito dalla sbarra e dai due termostati



Calcoli di entropia - **conduzione**

- La potenza termica è data dalla legge di Fourier $\frac{dQ}{dt} = kA \frac{T_2 - T_1}{l}$
- La variazione di entropia del sistema è la somma delle variazioni dei due termostati e della sbarra

$$dS = dS_1 + dS_2 + dS_{sb}$$

- In un intervallo di tempo dt una quantità di calore di modulo dQ esce dal termostato 2, transita attraverso la sbarra ed entra nel termostato 1
- Le variazioni di entropia sono

$$dS_2 = -\frac{dQ}{T_2} \quad dS_1 = \frac{dQ}{T_1} \quad dS_{sb} = 0$$

- Il segno nella prima eq. deriva dal fatto che il calore esce dal termostato 2
- La terza eq. è conseguenza del fatto che lo stato del sistema è stazionario e quindi lo stato della sbarra non cambia nel tempo

Calcoli di entropia - **conduzione**

- In definitiva la variazione totale è

$$dS = \frac{dQ}{T_1} - \frac{dQ}{T_2} = dQ \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

- E la variazione nell'unità di tempo è

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dQ}{dt} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) > 0$$

- Si può realizzare una trasformazione reversibile di cessione del calore a temperatura costante ad un termostato comprimendo un gas ideale in contatto termico con il termostato
- Similmente si opera per assorbire calore da un termostato mediante un'espansione del gas ideale

Calcoli di entropia - conduzione

- Siano date due lastre di ugual materiale e massa, a temperatura T_2 e T_1 ($T_2 > T_1$)
- Le lastre vengono messe a contatto ed isolate dall'ambiente. Calcolare la variazione di entropia di ciascuna lastra e quella totale
- Calcoliamo innanzitutto la temperatura di equilibrio del sistema delle due lastre. Diciamo C la capacità termica comune alle due lastre, supposta costante nell'intervallo di temperatura considerato, per semplicità.
- Si ha:
- $T_{eq} = (T_2 + T_1)/2$ intermedia tra T_2 e T_1 $C(T_2 - T_{eq}) = C(T_{eq} - T_1)$
- Per calcolare la variazione di entropia, scegliamo una trasformazione reversibile isobara

$$\Delta S_1 = \int_I^F \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{ib} = \int_I^F \frac{C_p}{T} dT = C_p \log \frac{T_{eq}}{T_1} > 0$$
$$\Delta S_2 = C_p \log \frac{T_{eq}}{T_2} < 0$$

Calcoli di entropia - **conduzione**

- La variazione di entropia del sistema è

$$\Delta S = C_p \log \frac{T_{eq}}{T_2} + C_p \log \frac{T_{eq}}{T_1} = C_p \log \frac{T_{eq}^2}{T_1 T_2}$$

- Verifichiamo che è effettivamente maggiore di zero. A tal fine basta mostrare che l'argomento del logaritmo è maggiore di uno, ovvero

$$\left(\frac{T_2 + T_1}{2} \right)^2 > T_1 T_2$$

- Cio` equivale a $(T_2 - T_1)^2 > 0$ che è sempre vero

Entropia dal punto di vista microscopico
Parole chiave: macrostato, microstato, “disordine”

Lanci di monete

Macrostato = numero di teste e croci

Microstati = modi in cui quel numero di teste e croci può avvenire

Es: 4 monete: 5 macrostati (4t, 4c, 3t + 1c, 2t + 2c, 1t + 3c)

16 microstati = $2 \times 2 \times 2 \times 2$

Macrostato 3 *teste*, 1 *croce*

Microstati corrispondenti (tttc) (ttct) (tctt) (cttt)

Macrostato 4 *teste*, 0 *croci*

Microstato corrispondente (tttt)

Per N monete, numero totale di microstati = 2^N

Macrostato 1: 4 *t* 0 *c*

Microstati: (*tttt*) $prob = 1/16$ $w = 1$

Macrostato 2: 3 *t* 1 *c*

Microstati: (*tttc*) (*ttct*) (*tctt*) (*cttt*)

$prob = 4/16$ $w = 4$

Macrostato 3: 2 *t* 2 *c*

Microstati: (*ttcc*) (*tcct*) (*cctt*) (*cttc*) (*tctc*) (*cttc*)

$prob = 6/16$ $w = 6$

Macrostato 4: 1 *t* 3 *c*

Microstati: (*tccc*) (*ctcc*) (*cctc*) (*ccct*)

$prob = 4/16$ $w = 4$

Macrostato 5: 0 *t* 4 *c*

Microstati (*cccc*)

$prob = 1/16$ $w = 1$

Macrostato più probabile

Maggior numero di microstati

Massima probabilità

Relazione fra numero microstati e
Entropia??

Macrostatì associati con grandi numeri di microstatì (w) sono definiti essere più complessi o più “disordinati” di quelli a cui corrispondono meno microstatì.

Il fisico austriaco **Ludwig Boltzmann** introdusse come misura del “disordine” la funzione Entropia S definita da

$$S = k \ln(w) \quad \Delta S = S_2 - S_1 = k \ln\left(\frac{w_2}{w_1}\right)$$

Lo stato di equilibrio di un sistema è quello che ha il massimo numero di microstatì, o a cui corrisponde la configurazione disponibile più “disordinata”

Macrostato 1: 4 t 0 c

Microstati: (tttt) $prob = 1/16$ $w = 1$ $S/k = \ln(1) = 0$

Macrostato 2: 3 t 1 c

Microstati: (tttc) (ttct) (tctt) (cttt)

$prob = 4/16$ $w = 4$ $S/k = \ln(4)$

Macrostato 3: 2 t 2 c

Microstati: (ttcc) (tcct) (cctt) (cttc) (tctc) (cttc)

$prob = 6/16$ $w = 6$ $S/k = \ln(6)$

Macrostato 4: 1 t 3 c

Microstati: (tccc) (ctcc) (cctc) (ccct)

$prob = 4/16$ $w = 4$ $S/k = \ln(4)$

Macrostato 5: 0 t 4 c

Microstati: (cccc)

$prob = 1/16$ $w = 1$ $S/k = \ln(1) = 0$

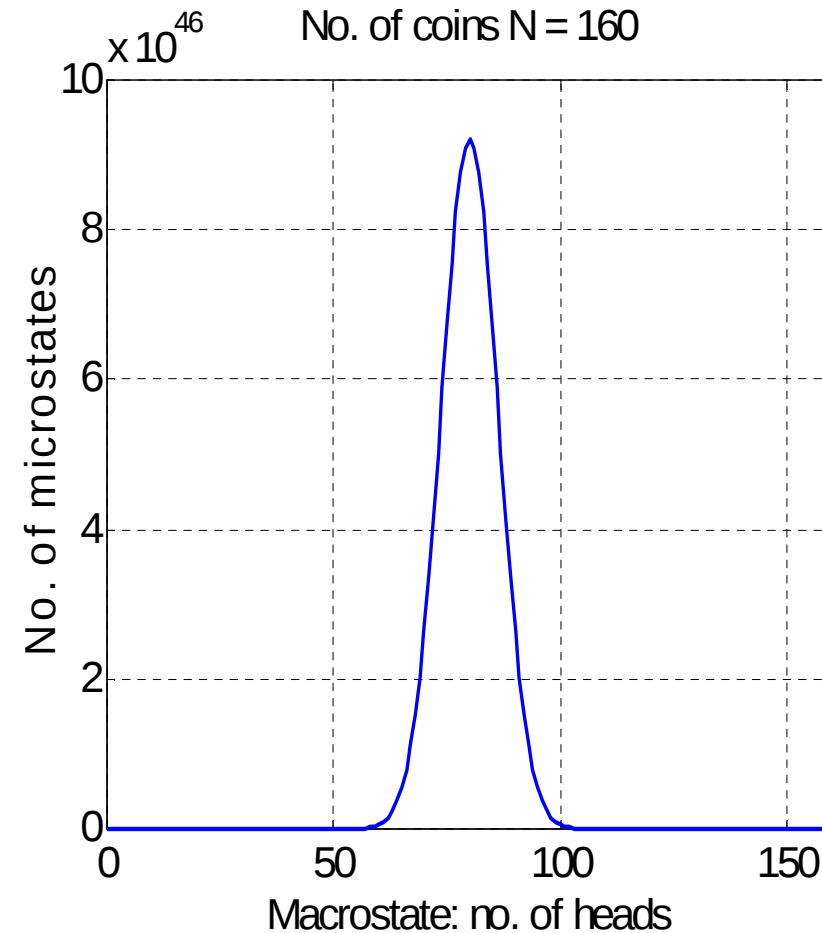
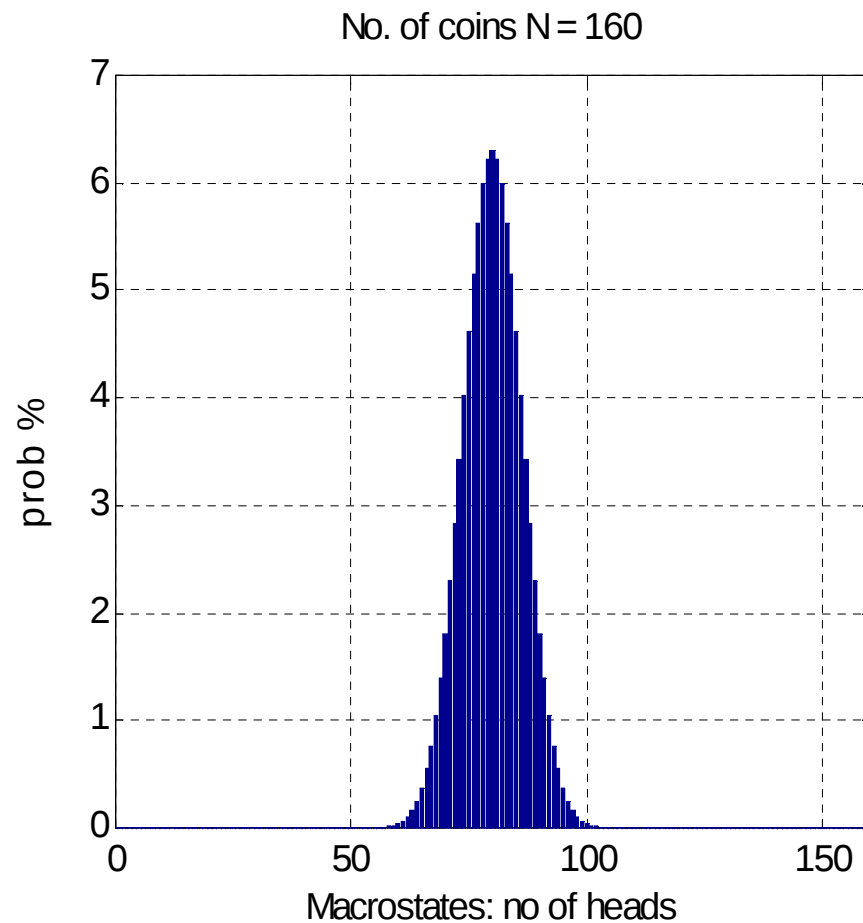
Macrostato più probabile

Maggior numero di microstati

Massima probabilità

Massima Entropia
 $S/k = \ln(w)$





N. di monete = 160 Macrostato 80 t, 80 c

N. di microstati = circa 9 x mille miliardi di miliardi di miliardi di miliardi di miliardi

Che succede per un sistema con molti più componenti???

Es. Molecole d'aria per metro cubo (circa 3×10 alla 27 esima potenza)

N. di microstati ENORMEMENTE GRANDE

Molecole di aria in una scatola di Volume = 1 metrocubo

Come si distribuiscono le molecole nel volume della scatola?

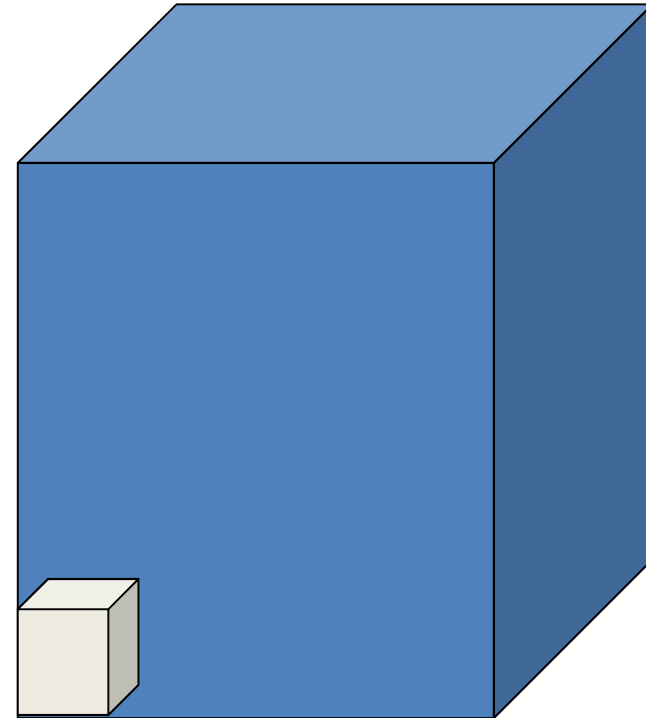
È questione di probabilità → Serve un approccio statistico

Esempio:

Volume scatola	1 m^3
Numero di molecole	10^{25}
Volume della cella	10^{-6} m^3
Numero di celle	10^6

1 microstato in cui tutte le molecole
sono in un'unica cella

Entropia $S = k \ln(w)$ $w = 1$ $S = 0$



Caso della distribuzione uniforme:

in ognuna del milione di celle c'è lo stesso numero di molecole
(10^{19} = un milionesimo di 10^{25} , cioè del numero totale)

Numero di microstati =

$$\left(10^6\right)^{10^{25}}$$

$$\text{Entropia } S = k \ln(w) \quad w = \left(10^6\right)^{10^{25}}$$

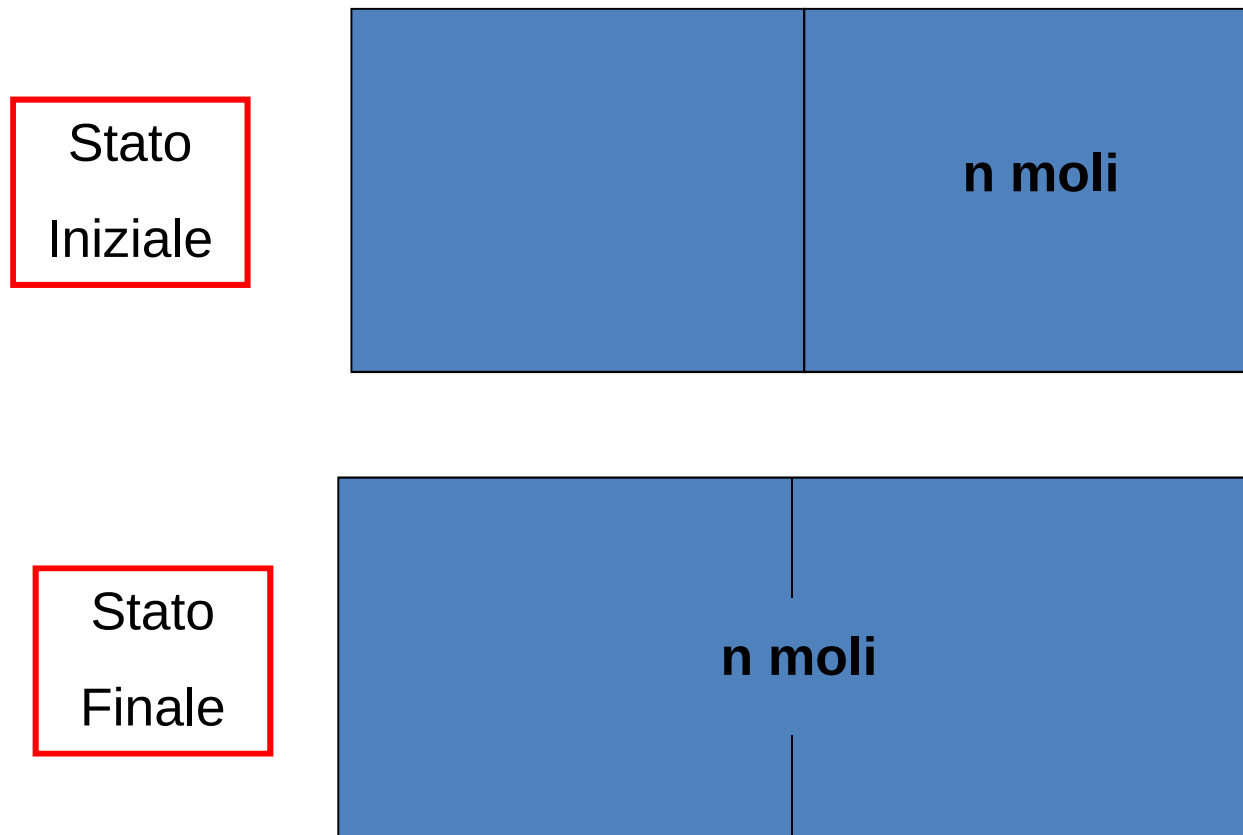
$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$$

$$S = (1.38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1})(10^{25}) \ln(10^6) = 2000 \text{ J.K}^{-1}$$

Domande frequenti connesse con Entropia

- Legame tra definizione macroscopica e microscopica dell'Entropia

Variazione di entropia in espansione libera isoterma di sistema isolato di n moli di gas perfetto



Entropia secondo integrale di Clausius

$$\Delta S = \int_{iniziale}^{finale} \frac{\delta Q}{T}$$

Espansione irreversibile

Integrale si calcola lungo una qualsiasi trasformazione reversibile dallo stesso stato iniziale allo stesso stato finale

Qui: Sistema isolato, gas perfetto, espansione a $T = \text{cost}$

$$\delta Q = dU + \delta L = 0 + \delta L = p dV = \frac{nRT}{V} dV$$

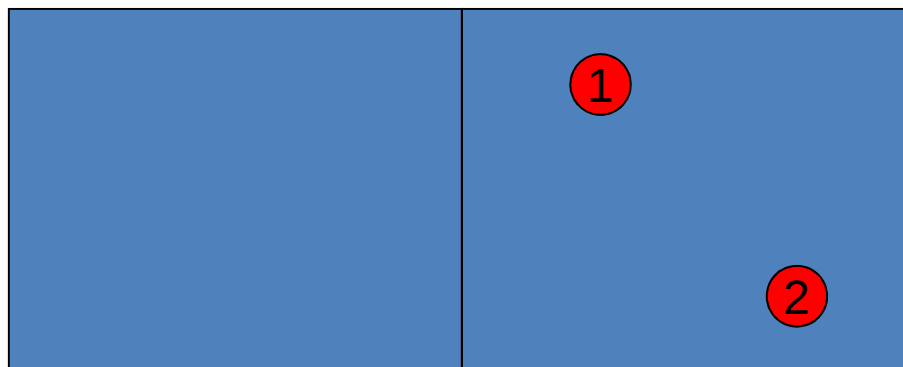
$$\Delta S = \int_{iniziale}^{finale} \frac{nRT}{TV} dV = \int_{iniziale}^{finale} \frac{nR}{V} dV = nR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

Qui: $V_f = 2V_i \Rightarrow \Delta S = nR \ln 2$

Entropia secondo Approccio statistico

$N = 2$ particelle

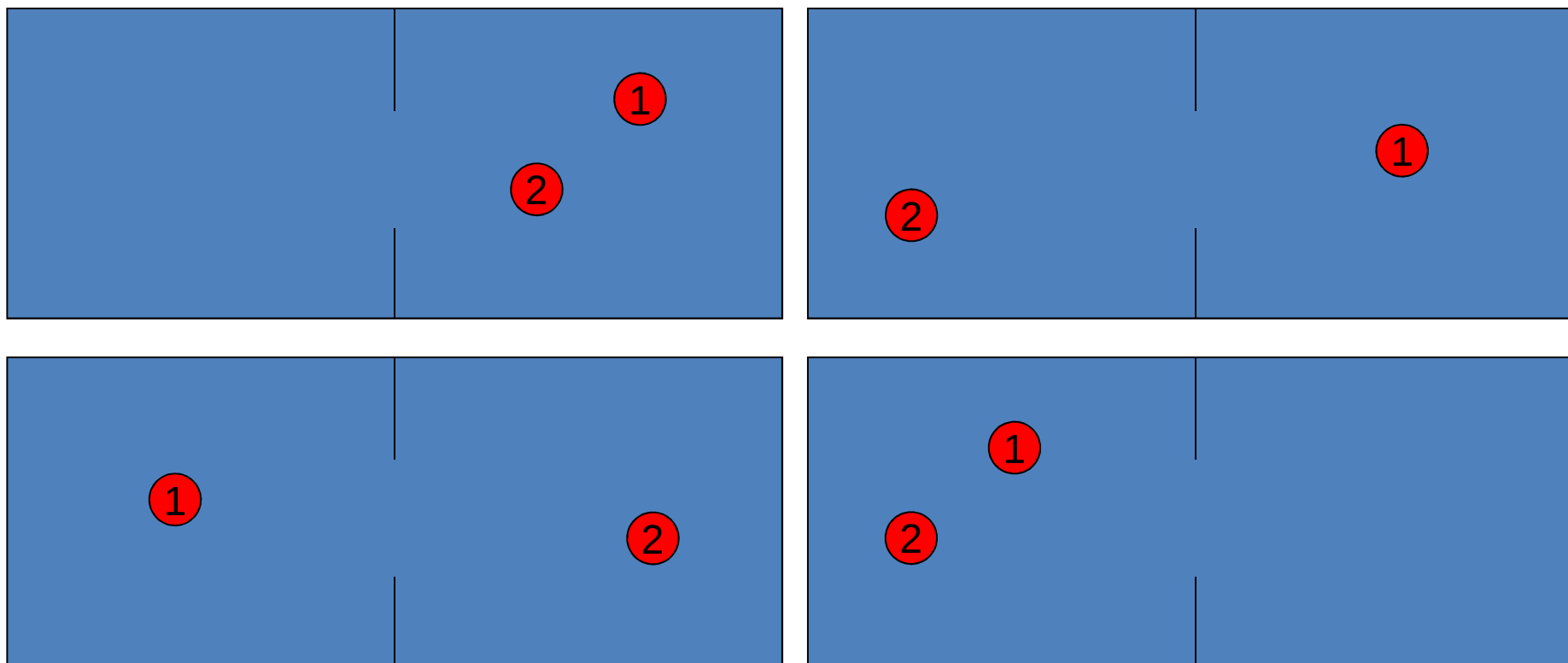
Stato
iniziale



$$w_i = 1$$

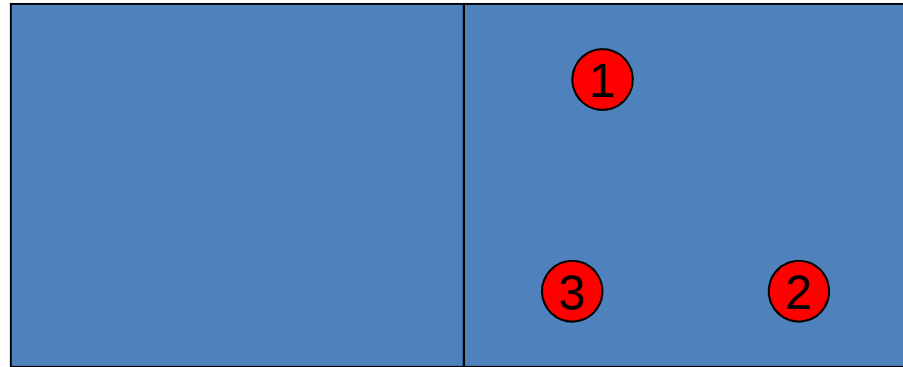
Stato finale

$$w_f = 4$$



N = 3 particelle

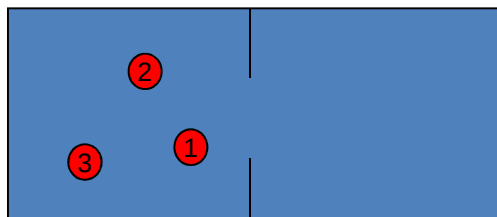
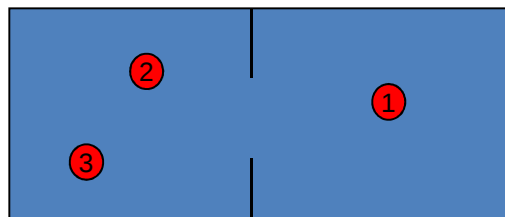
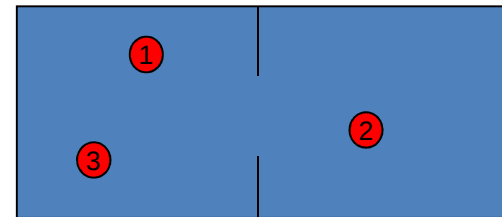
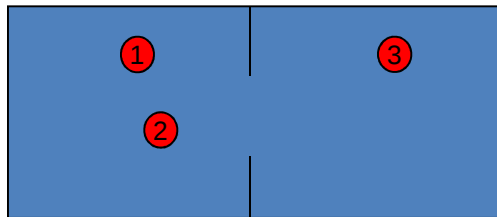
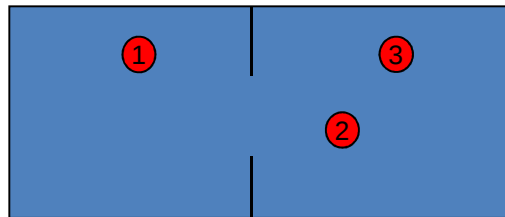
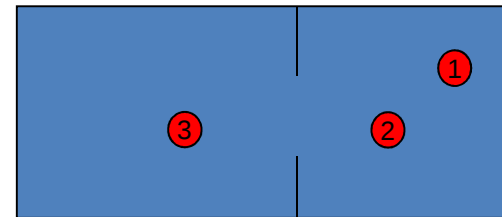
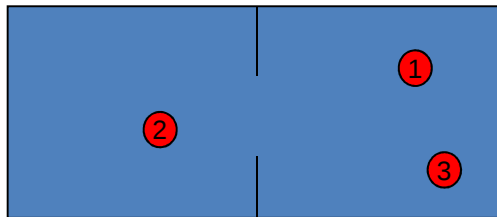
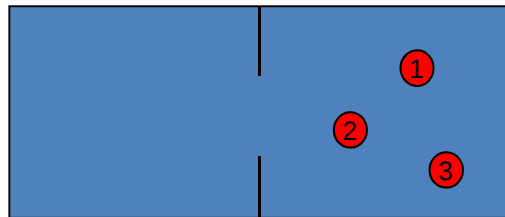
Stato
iniziale



$w_i = 1$

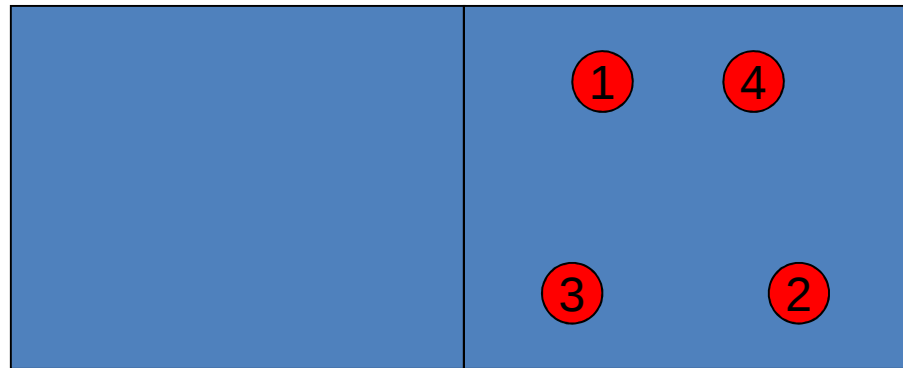
Stato finale

$w_f = 8$



N = 4 particelle

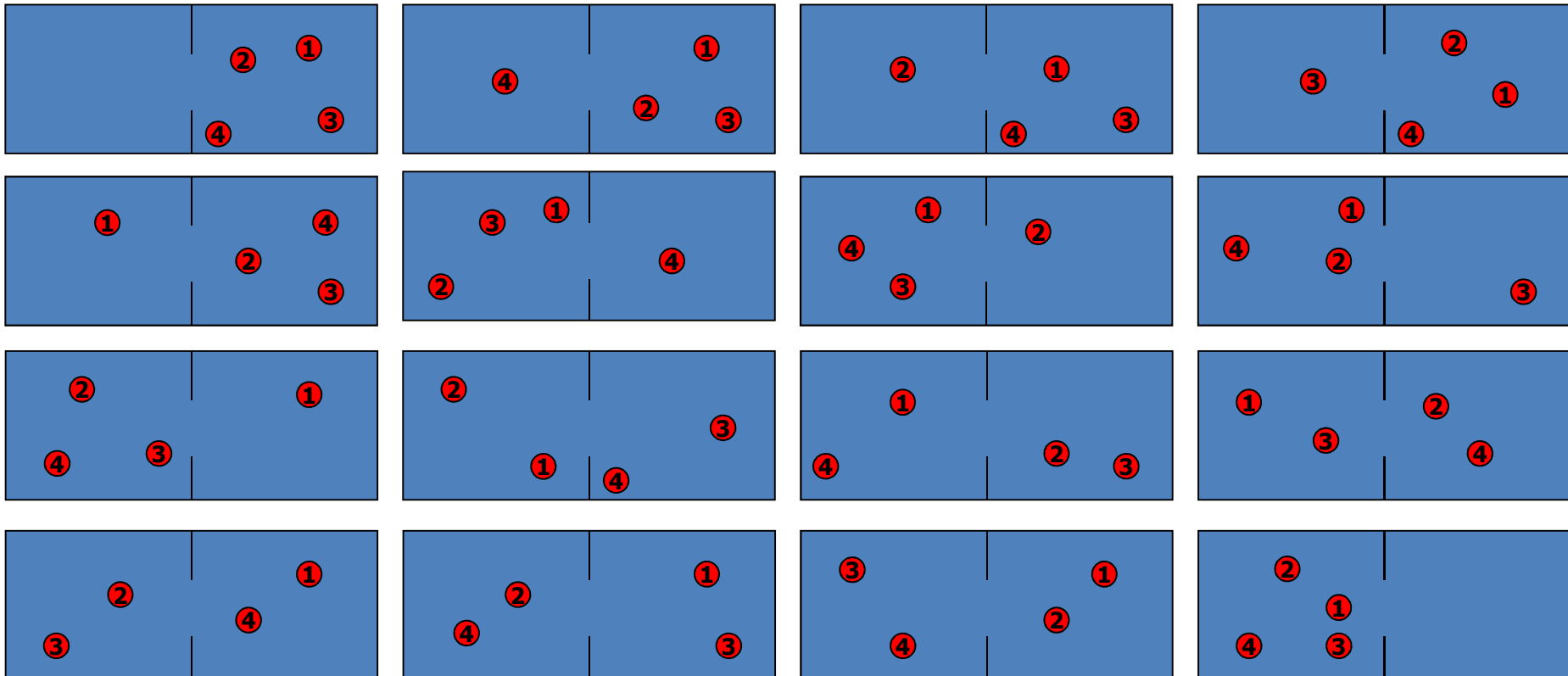
Stato
iniziale



$w_i = 1$

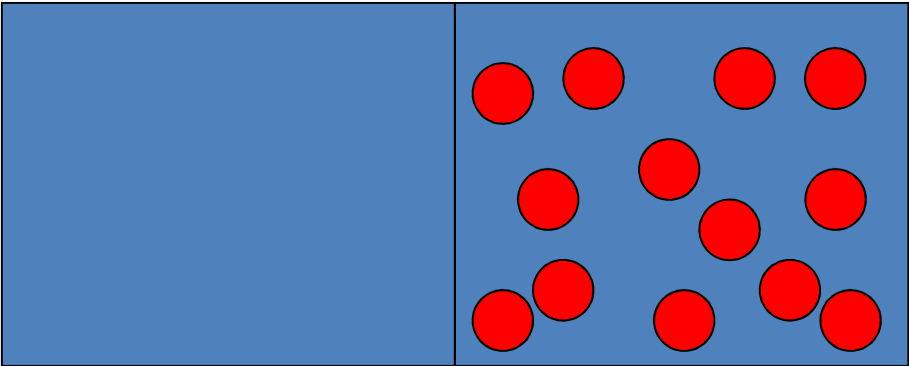
Stato finale

$w_f = 16$



Caso di N particelle

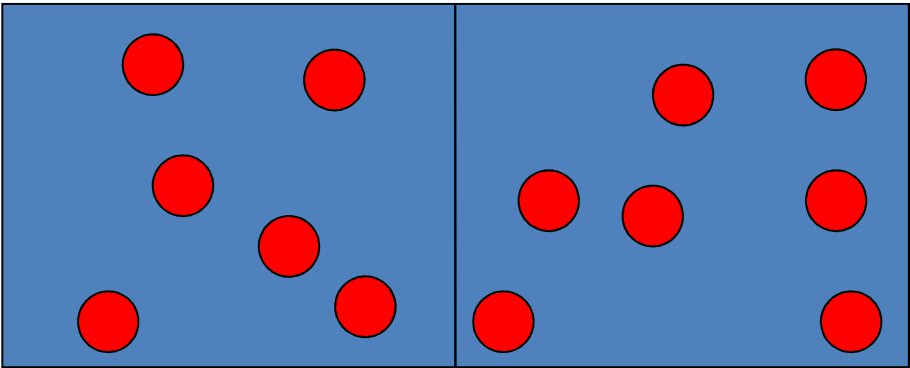
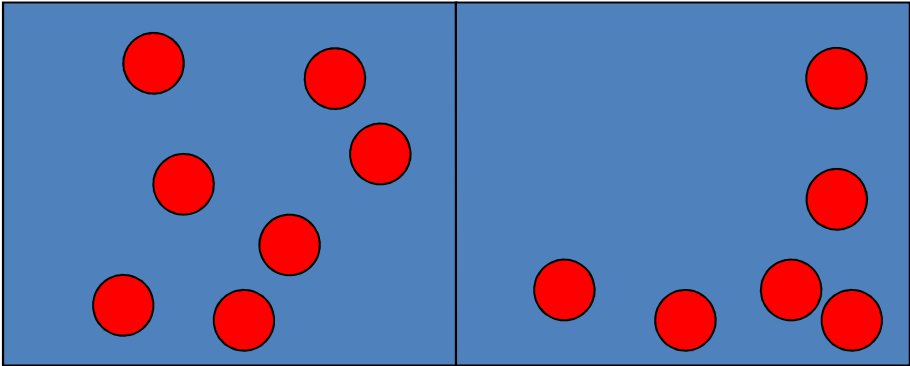
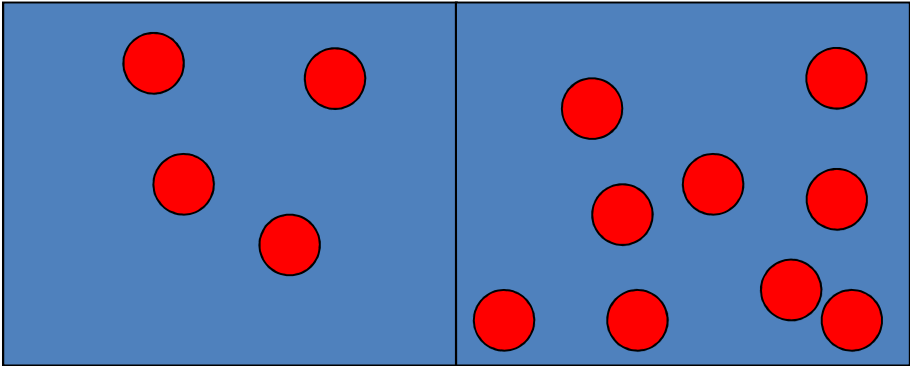
Stato
iniziale



$w_i = 1$

Stato finale

$w_f = 2^N$



.....

Entropia secondo approccio statistico

$$\begin{aligned} S_i &= k \ln(w_i) \\ S_f &= k \ln(w_f) \end{aligned} \quad \Delta S = S_f - S_i = k \ln(w_f) - k \ln(w_i) = k \ln \left[\frac{w_f}{w_i} \right]$$

$$N = 2 \text{ particelle} \quad \Delta S = k \ln \left[\frac{2}{1} \right] = k \ln 2$$

$$N = 3 \text{ particelle} \quad \Delta S = k \ln \left[\frac{8}{1} \right] = k \ln 8 = 3k \ln 2$$

$$N = 4 \text{ particelle} \quad \Delta S = k \ln \left[\frac{16}{1} \right] = k \ln 16 = 4k \ln 2$$

$$N \text{ particelle} \quad \Delta S = k \ln \left[\frac{2^N}{1} \right] = k \ln 2^N = Nk \ln 2$$

$$\Delta S = Nk \ln 2 = nN_a k \ln 2 = nR \ln 2$$

Relazione di Boltzmann

Sistema A di due sottosistemi B e C (indipendenti)

**Numero microstati
possibili di A**

$$\Gamma_A$$

**Numero microstati
possibili di B e C**

$$\Gamma_B, \Gamma_C$$

**Calcolo
combinatorio**

$$\Gamma_A = \Gamma_B * \Gamma_C$$

Entropia di A

$$S_A$$

Entropia di B e C

$$S_B, S_C$$

**Entropia è
grandezza
estensiva**

$$S_A = S_B + S_C$$

Relazione di Boltzmann (cont.)

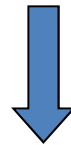
Entropia S
sistema è
funzione di
numero
microstati Γ

$$S_A = S(\Gamma_A) = S(\Gamma_B * \Gamma_C)$$

$$S_A = S_B + S_C = S(\Gamma_B) + S(\Gamma_C)$$

$$S(\Gamma_B * \Gamma_C) = S(\Gamma_B) + S(\Gamma_C)$$

Calcolo combinatorio + proprietà logaritmi



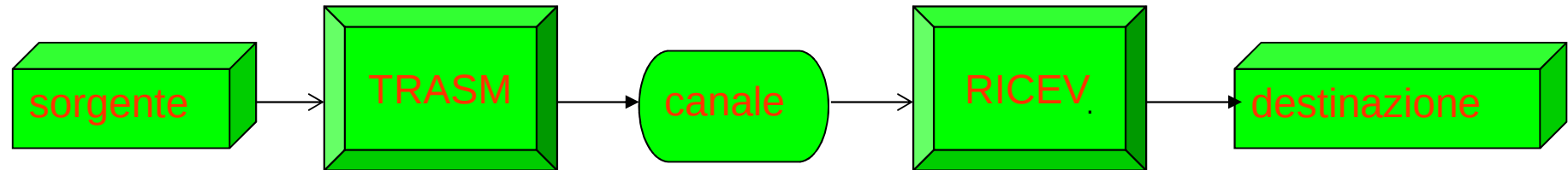
$$S(\Gamma) = \text{cost} * \ln \Gamma$$

L'INFORMAZIONE E LE CODIFICHE

UN PO' DI STORIA

- La Teoria dell'informazione è nata nella seconda metà del 900, sebbene il termine *informazione* sia antico (dal latino *mettere in forma*)
- I nomi più importanti sono Nyquist, Hartley, Wiener ma soprattutto Shannon con un suo lavoro del 1948 in cui sistematizzò la teoria.
- L'ambito della teoria dell'informazione è, informalmente, lo studio di come poter trasferire nel tempo e nello spazio un *messaggio* da parte di una sorgente fino ad un destinatario. Più formalmente la teoria dell'informazione studia i problemi legati alla riproduzione in un punto dello spazio ad un dato istante, in modo quanto più esatto possibile, di un messaggio selezionato in un altro punto dello spazio, in un altro momento (*passato o presente*). Non sono quindi pertinenti problemi come: significato del messaggio (*semantica*), interpretazione ed efficacia.
- Shannon ha *quantificato* l'informazione di un messaggio introducendo una grandezza, detta *Entropia* (dal greco *εν τροπε*, "caos interno") in analogia formale e concettuale con la omonima funzione di stato utilizzata in Termodinamica (punto di vista *macroscopico* dei sistemi) e Meccanica Statistica (punto di vista *microscopico* dei sistemi). In questi contesti vale quanto segue: 1) dal punto microscopico qualunque sistema evolve verso uno stato di massima probabilità (o massimo disordine) 2) dal punto di vista macroscopico l'entropia di un sistema evolve sempre verso un valore massimo
- Vedremo nel seguito in cosa consiste questa equivalenza trovata da Shannon

ELEMENTI ESSENZIALI DI UN SISTEMA DI COMUNICAZIONE



- SORGENTE: Entità logica o fisica che trasmette il messaggio
- TRASMETTITORE: Dispositivo che trasforma i messaggi in segnali adatti ad essere trasmessi
- CANALE: Mezzo fisico utilizzato per la trasmissione
- RICEVITORE: Dispositivo che esegue le stesse operazioni del trasmettitore ma in ordine inverso
- DESTINAZIONE: Entità alla quale è destinato il messaggio

COME MISURARE L'INFORMAZIONE

- Dato che non esiste una *definizione operativa* di informazione occorre rifarsi a ragionamenti euristici cioè basati su considerazioni intuitive
- Shannon partì dalla considerazione che in un esperimento, l'entropia è la misura delle possibilità (esiti o combinazioni) offerte: nel lancio di una moneta gli esiti possibili sono solo due (testa o croce), mentre nel lancio di un dado sono sei. Quindi l'entropia di un dado è maggiore dell'entropia di una moneta
- Supponiamo ora di avere due messaggi A e B: la sorgente trasmette A se nel lancio di una moneta esce "TESTA" mentre B se nel lancio di un dado esce 
- Supponiamo che il destinatario sia a conoscenza di questa associazione: si "aspetta" quindi di ricevere il messaggio A perché più "probabile" del messaggio B ($1/2$ contro $1/6$). Se riceve il messaggio B quindi resterà "sorpreso".
- Se associamo la quantità di informazione alla sorpresa che il ricevere il messaggio provoca nel destinatario, possiamo concludere che l'informazione di B è maggiore di quella di A, proprio come l'entropia del dado (e quindi di B) è maggiore della moneta (e quindi di A).
- Concludiamo quindi che:
 - 1) Un evento è tanto più sorprendente quanto più è improbabile
 - 2) La quantità di informazione di un evento è legata alla sorpresa che esso genera
 - 3) La quantità di informazione è tanto maggiore quanto più un evento è improbabile

UNA MISURA DELL'INFORMAZIONE

- Supponiamo di avere un sacchetto con N palline: 8 **rosse**, 7 **verdi**, 5 **gialle** ed una **nera**
- Supponiamo di utilizzare la seguente tabella di associazione

COLORE	LETTERA	PROBABILITA'
	A	
	C	
	I	
	Q	

- Supponiamo di estrarre una pallina rossa: non ne saremo stupiti perché esse sono di più. Lo stesso vale anche per le verdi (una in meno). Se invece esce la nera la nostra sorpresa sarà maggiore.
- Ad ogni estrazione, l'incertezza sui simboli successivi che si potrebbero ricevere diminuisce sempre di più. Se esce la pallina nera si ha la massima eliminazione di incertezza, essendo ora noi sicuri che potremmo ricevere solo A, C o I.
- Quindi, possiamo concludere anche che la quantità di informazione e la quantità di incertezza rimossa coincidono

L'INFORMAZIONE E LA SUA MISURA

- Dalle regolarità osservate potremmo dire che, se Q indica la quantità di informazione contenuta nel messaggio m che ha probabilità P di essere emesso, avremo:

$$Q(m) = f(1/P(m))$$

- $Q(m)$ è tale che:

$$Q(m_1, m_2) = Q(m_1) + Q(m_2) \text{ [} m_1 \text{ e } m_2 \text{ sono messaggi generici]}$$

- $P(m)$ è tale che:

$$P(m_1, m_2) = P(m_1)P(m_2) \text{ [dal calcolo delle prob.con } m_1 m_2 \text{ indipendenti]}$$

- Dunque:

$$Q(m_1, m_2) = Q(m_1) + Q(m_2) = P(m_1, m_2) = P(m_1) P(m_2)$$

- f è quindi tale che:

$$f(1/P(m_1)) + f(1/P(m_2)) = f(1/P(m_1)*1/P(m_2))$$

$$f \quad \longrightarrow \quad \log$$

INFORMAZIONE UNITARIA

- Come base per il logaritmo si sceglie quella che corrisponde alla quantità di *informazione unitaria*

- Definiamo *informazione unitaria* quella associata ad una sorgente con un *alfabeto* di due soli *simboli* equiprobabili (es. una moneta)

In questo caso:

$$Q(m) \equiv 1; P(m) = 0.5$$

da cui l'equazione

$$\log_x (1/0.5) = 1 \Rightarrow x = 2$$

- In definitiva

$$Q(m) = \log_2 (1/P(m)) = - \log_2 (P(m)) \text{ o}$$

$$Q = - \log_2 (P)$$

- **Q** si misura in **bit (binary digit)**

- In generale, si avrà nel caso di un alfabeto con n simboli, ognuno dotato di probabilità P_k :

$$Q = - \sum_{k=1}^n \log_2 P_k$$

$$P_k = \frac{1}{n} \quad \forall k \Rightarrow Q = n \log_2 n$$

QUANTITA' DI INFORMAZIONE MEDIA

- Se i simboli non sono *equiprobabili* si introduce il valor medio **H** della quantità di informazione valutato su tutti i simboli dell'alfabeto della sorgente.
- Se l'alfabeto ha n simboli, si può dimostrare che (cfr. *distr. prob.*):

$$H = -\sum_{i=1}^n P_i \log_2 (P_i)$$

- H è detta ENTROPIA della sorgente e si misura in **bit/simbolo** (essendo infatti una *informazione media* su N simboli)

- Se si ha $P_i = 1/n \quad \forall i \Rightarrow H = \log_2 n \Rightarrow H = Q/n$
- Si dimostra che in questo caso l'entropia è massima

- Infatti se $N = 2$, $P_1 + P_2 = 1$, ponendo $P_1 = x$ si ha $P_2 = 1 - x$

$$H(x) = -x \log_2 (x) - (1-x) \log_2 (1-x)$$

$$H_{\text{MAX}} = \log_2 n$$

