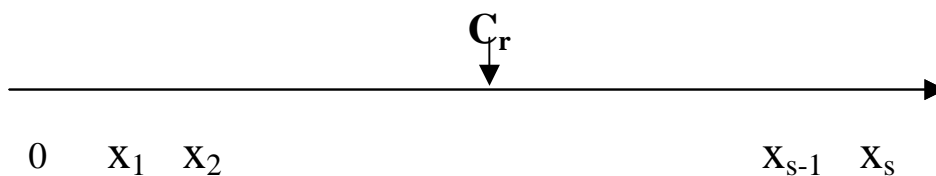


I VALORI MEDI

Valori che vengono calcolati per esprimere sinteticamente l'intensità di un fenomeno e per consentire la comparazione del fenomeno con fenomeni analoghi

MEDIE COME CENTRI

I numeri $x_i \in \mathbb{R}$ ($i=1, \dots, s$) possono essere rappresentati lungo una retta orientata:



Si dice distanza tra due punti $x_i, x_j \in \mathbb{R}$ e si indica con d_{ij} la differenza in modulo tra essi:

$$d_{ij} = |x_i - x_j|$$

La distanza rappresenta quindi la lunghezza del segmento tra i due punti considerati.

Si dice centro di ordine r d'un insieme di punti $x_i \in \mathbb{R}$ ($i=1, \dots, s$) e si indica con C_r il numero che rende minima la somma delle potenze r -esime delle distanze dei punti da esso:

$$\sum_{i=1}^s |x_i - C_r|^r = \min$$

per $r=0$ $C_r = \text{Moda}$
per $r=1$ $C_r = \text{Mediana}$
per $r=2$ $C_r = \text{Media Aritmetica}$

I valori medi possono essere distinti in:

1. Valori Medi Razionali

✓ Vengono calcolati attraverso le normali operazioni aritmetiche

✓ Tutti i valori della distribuzione sono utilizzati per il loro calcolo

- Media Aritmetica
- Media Geometrica
- Media Armonica

2. Valori Medi di Posizione

✓ Vengono calcolati tenendo conto della posizione delle modalità

✓ Solo alcuni valori della distribuzione sono utilizzati per il loro calcolo

- Mediana
- Quartili e Percentili

3. Valori Medi di Frequenza

✓ Vengono calcolati in base alla frequenza con cui si presenta ciascuna modalità della variabile statistica

- Moda

MEDIA ARITMETICA

▫ SUCESSIONE

$$M = \frac{\sum_{i=1}^s x_i}{s}$$

▫ VARIABILE STATISTICA

$$M = \frac{\sum_{i=1}^s x_i \cdot n_i}{N}$$

$$N = \sum_{i=1}^s n_i$$

▫ VARIABILE STATISTICA IN CLASSI

$$M = \frac{\sum_{i=1}^s x_i^c \cdot n_i}{N}$$

$$N = \sum_{i=1}^s n_i$$

dove x_i^c rappresenta il valore centrale di ogni classe

ALCUNE PROPRIETA' DELLA MEDIA ARITMETICA

1.EQUIRIPARTIZIONE

La media aritmetica realizza un processo di equiripartizione e lascia invariante la funzione somma

$$x_1 + x_2 + \dots + x_s = M + M + \dots + M = sM$$

2.INTERNALITA'

La media aritmetica è sempre compresa tra il valore più piccolo ed il valore più grande delle modalità del carattere

$$\min(x_i) \leq M \leq \max(x_i)$$

3.SCARTI NULLI

La somma degli scarti di ciascun termine dalla media aritmetica è sempre nulla

$$\sum_{i=1}^s (x_i - M) = 0 \quad \text{infatti:}$$

$$\sum_{i=1}^s (x_i - M) = \sum_{i=1}^s x_i - sM = \sum_{i=1}^s x_i - s \frac{\sum_{i=1}^s x_i}{s} = 0$$

4. TRANSLATIVITA'

Se a ciascun termine della distribuzione si aggiunge una costante (c) la media aritmetica della nuova distribuzione è uguale alla media aritmetica della distribuzione originaria aumentata di (c)

$$x_1+c, x_2+c, \dots, x_i+c, \dots, x_s+c = M+c$$

5. OMOGENEITA'

Se si moltiplica ciascun termine della distribuzione per una costante (c) la media aritmetica della nuova distribuzione è uguale alla media aritmetica della distribuzione originaria moltiplicata per (c)

$$x_1 \cdot c, x_2 \cdot c, \dots, x_i \cdot c, \dots, x_s \cdot c = M \cdot c$$

6. CONDIZIONE DI MINIMO

La media aritmetica è un centro di ordine 2 e quindi la somma dei quadrati degli scarti di ciascun termine della distribuzione dalla media aritmetica è un minimo

$$\sum_{i=1}^s (x_i - M)^2 = \text{Min} \quad \text{infatti:}$$

se aggiungo una costante d

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^s (x_i - M + d)^2 &= \sum_{i=1}^s (x_i - M)^2 + Nd^2 + 2 \sum_{i=1}^s (x_i - M + d) = \\ &= \sum_{i=1}^s (x_i - M)^2 + Nd^2 \end{aligned}$$

il minimo di questa funzione si ottiene per $d=0$

PROBLEMI DI EQUIDISTRIBUZIONE

La seguente tabella riporta il numero di imprese per alcuni comuni della provincia di Ferrara (Fonte: Censimento Industria e Servizi, '91, Istat)

COMUNI	NUMERO DI IMPRESE
Berra	379
Cento	2352
Comacchio	2262
Ferrara	9370
Formignana	148
Jolanda di Savoia	153
Masi Torello	181
Massa Fiscaglia	274
Portomaggiore	874

Se ci fosse **equidistribuzione** delle imprese tra i comuni desiderati quale sarebbe il numero di imprese per ciascun comune?

$$M=(379+2352+\dots+874)/9=1777$$

MEDIA GEOMETRICA

□ SUCESSIONE

$$M_g = \sqrt[s]{(x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_i \cdot \dots \cdot x_s)} = \left(\prod_{i=1}^s x_i \right)^{1/s}$$

□ VARIABILE STATISTICA

$$M_g = \sqrt[N]{(x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \cdot \dots \cdot x_i^{n_i} \cdot \dots \cdot x_s^{n_s})} = \left(\prod_{i=1}^s x_i^{n_i} \right)^{1/N}$$

$$\text{dove } N = \sum_{i=1}^s n_i$$

□ VARIABILE STATISTICA IN CLASSI

$$M_g = \sqrt[N]{(x_1^{c_{n_1}} \cdot x_2^{c_{n_2}} \cdot \dots \cdot x_i^{c_{n_i}} \cdot \dots \cdot x_s^{c_{n_s}})} = \left(\prod_{i=1}^s x_i^{c_{n_i}} \right)^{1/N}$$

dove x_i^c rappresenta il valore centrale di ogni classe

PROPRIETA' DELLA MEDIA GEOMETRICA

La media geometrica lascia invariante la funzione prodotto

$$x_1 \bullet x_2 \bullet \dots \bullet x_s = M_g \bullet M_g \bullet \dots \bullet M_g = (M_g)^s$$

CALCOLO DELLA MEDIA GEOMETRICA

$$M_g = \sqrt[s]{(x_1 \bullet x_2 \bullet \dots \bullet x_i \bullet \dots \bullet x_s)} = \left(\prod_{i=1}^s x_i \right)^{1/s}$$

$$\text{Log}(M_g) = \text{Log} \left(\prod_{i=1}^s x_i \right)^{1/s}$$

$$\text{Log}(M_g) = \frac{1}{s} \text{Log} \left(\prod_{i=1}^s x_i \right)$$

$$\text{Log}(M_g) = \frac{1}{s} (\text{Log}x_1 + \dots + \text{Log}x_i + \dots + \text{Log}x_s)$$

Il logaritmo della Media Geometrica è uguale alla media aritmetica dei logaritmi dei termini

PROBLEMI DI CAPITALIZZAZIONE

La media geometrica è la media più opportuna quando si vuole determinare un **Tasso Medio Composto di Variazione**

Es:

I tassi annui di sviluppo della popolazione italiana dal 1981 al 1984 sono risultati in ciascun anno pari a:

1981-1982	3,64%
1982-1983	3,29%
1983-1984	2,66%

Calcolare il tasso medio annuo di incremento della popolazione italiana dal 1981 al 1984

$$\text{Log}(M_g) = \frac{\text{Log}(0,0364) + \text{Log}(0,0329) + \text{Log}(0,0266)}{3} = -1,49894$$

$$M_g = 0,0317 \quad i = 3,2\%$$

$$P_{84} = P_{81} (1 + 0,0320)^3$$

MEDIA ARMONICA

□ SUCCESIONE

$$M_h = \frac{s}{\sum_{i=1}^s \frac{1}{x_i}}$$

□ VARIABILE STATISTICA

$$M_h = \frac{N}{\sum_{i=1}^s \frac{1}{x_i} n_i}$$

$$\text{dove } N = \sum_{i=1}^s n_i$$

□ VARIABILE STATISTICA IN CLASSI

$$M_h = \frac{N}{\sum_{i=1}^s \frac{1}{x_i^c} n_i}$$

dove x_i^c rappresenta il valore centrale di ogni classe

PROBLEMI DI PROPORZIONALITA' INVERSA

Un ciclista percorre un percorso costituito da un circuito da ripetere 4 volte e percorre i 4 giri alle velocità di 40, 38, 36, 39km/h. Calcolare il tempo che impiega il ciclista a percorrere l'intero percorso costituito da 4 chilometri (1 da effettuare in ogni giro)

$$M_h = \frac{4}{\frac{1}{40} + \frac{1}{38} + \frac{1}{36} + \frac{1}{39}} = 38,19$$

Velocità Media=38,19