NUMERI INDICI

Hanno lo scopo di fornire la variazione relativa di un fenomeno nel tempo e nello spazio

n.b. sono numeri puri non dipendono dall'unità di misura del fenomeno

1. numeri indici semplici

costituiscono rapporti percentuali fra due grandezze economiche omogenee misurate in tempi o luoghi diversi

a)base fissa

b)base variabile

esempi: fenomeno prezzi

BASE FISSA

Si ottengono rapportando la serie dei prezzi al prezzo del periodo scelto come base

$$ {}_1I_i = \frac{p_i}{p_1}100 \qquad i=1,\dots,T $$

${}_1I_i$ indice di base 1 al tempo i

BASE VARIABILE

Si ottengono rapportando ciascun prezzo al prezzo del periodo immediatamente precedente

$$ {}_{i-1}I_i = \frac{p_i}{p_{i-1}}100 \qquad i=1,\dots,T $$

${}_{i-1}I_i$ indice di base i-1 al tempo i

CAMBIAMENTO DI BASE

da base fissa →a base variabile

(reversibilità delle basi)

Data la successione dei numeri indici a base fissa, per ottenere la corrispondente successione a base variabile si divide ciascun indice a base fissa per il precedente moltiplicando il risultato per cento

$$ {}_{i-1}I_i = \frac{{}_1I_i}{{}_1I_{i-1}}100 = \left(\frac{p_i}{p_1}100\right) : \left(\frac{p_{i-1}}{p_1}100\right)100 $$

es.

${}_1I_1$=100%	${}_0I_1$	=	non esiste
${}_1I_2$ =94,5%	${}_1I_2$	=	(94,5/100)100=94,5%
${}_1I_3$=88,47%	${}_2I_3$	=	(88,47/94,5)100=93,6%
${}_1I_4$=80,47%	${}_3I_4$	=	(80,47/88,47)100=91,36%

da base variabile →a base fissa

(circolarità)

Data la successione dei numeri indici a base variabile, per ottenere la corrispondente successione a base fissa si moltiplicano tutti gli indici a base mobile a ritroso nel tempo dividendo per cento tante volte quanti sono i prodotti effettuati

$$ {}_1I_i = \left({}_1I_2 \bullet {}_2I_3 \bullet {}_3I_4 \cdots {}_{i-1}I_i\right) : (100)^{i-2} $$

es.

${}_0I_1$= non esiste	${}_1I_1$	=	100%
${}_1I_2$ =94,5%	${}_1I_2$	=	94,5%
${}_2I_3$=93,6%	${}_1I_3$	=	(93,6•94,5)/100=88,47%
${}_3I_4$=91,36%	${}_1I_4$	=	(93,6•94,5•91,36)/(100•100)=80,47%

da una base fissa $\rightarrow$ad una differente base fissa

Data la successione dei numeri indici a base fissa, per ottenere la corrispondente successione in una base fissa differente, si divide ciascun indice della successione per l'indice riferito al periodo considerato come nuova base e si moltiplica per 100

$$ {}_{1}I_{i} = \frac{{}_{1}I_{i}}{{}_{1}I_{1}} 100 = \left(\frac{p_{i}}{p_{1}} 100 \right) : \left(\frac{p_{1}}{p_{1}} 100 \right) 100 $$

$\frac{{}_{1}I_{i}}{{}_{1}I_{1}}$ coefficiente di raccordo

${}_{1}I_{1}$=100%	${}_{2}I_{1}$ = (100/94,5)100=105,8%
${}_{1}I_{2}$ =94,5%	${}_{2}I_{2}$ = (94,5/94,5)100=100%
${}_{1}I_{3}$=88,47%	${}_{2}I_{3}$ = (88,47/94,5)100=93,6%
${}_{1}I_{4}$=80,47%	${}_{2}I_{4}$ = (80,47/94,5)100=85,1%

Problemi

Nella tabella seguente sono riportati gli arrivi di turisti stranieri nelle provincie dell'Emilia Romagna durante i mesi estivi per gli anni '92 e '93

Provincia	*'92*	*'93*
Bologna	2650	3123
Ferrara	4300	4600
Forli	9850	11234
Parma	2100	2150
Modena	2346	2400
Reggio Emilia	1980	2100
Piacenza	1235	1250
Ravenna	4579	4980

a) Si calcoli per ogni provincia la variazione relativa degli arrivi del '93 rispetto al '92
b) si sintetizzi con opportuno valore medio la variazione per regione

Soluzioni

a)

Provincia	${}_{92}I_{93}$
Bologna	1,178
Ferrara	1,070
Forli	1,141
Parma	1,024
Modena	1,023
Reggio Emilia	1,061
Piacenza	1,012
Ravenna	1,088

b)

$$M_g = \sqrt[8]{\prod_{i=1}^{8} {}_{i-1}I_i} = \sqrt[8]{1{,}178 \bullet \ldots, 1{,}088} = 1{,}073$$

Numeri indici composti

Costituiscono indicatori delle variazioni relative di più fenomeni eterogenei, resi confrontabili dal riferimento a prezzi, quantità, ecc. Si ottengono come sintesi di numeri indici semplici

a)media di rapporti
b)rapporti tra medie

esempi: fenomeno prezzi di differenti merci

Tempi	Merci					
	1	2		j		s
0	p_{10}	p_{20}		p_{j0}		p_{s0}
1	p_{11}	p_{21}		p_{j1}		p_{s1}
i	p_{1i}	p_{2i}		p_{ji}		p_{si}
T	p_{1T}	p_{2T}		p_{jT}		p_{sT}

a)media di rapporti

Si calcolano i rapporti tra i prezzi di ciascuna merce avendo preventivamente scelto il tempo base. Si effettua successivamente la media di tutti questi rapporti

$$ {}_0I_i = \frac{\sum_{j=1}^{s} \left(\frac{p_{ji}}{p_{j0}} \right)}{s} $$

b) rapporti tra medie

Si calcolano la media dei prezzi di tutte le merci nei periodi considerati e la media dei prezzi di tutte le merci nel periodo scelto come base. Si effettua successivamente il rapporto tra queste medie.

$$ {}_0 I_i = \frac{\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{ji}}{s}}{\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{j0}}{s}} $$

n.b. per tener conto dell'importanza dei diversi beni occorre introdurre un elemento di ponderazione ad esempio la "quantità" del bene considerato

a) Indice di Laspeyres
b) Indice di Paasche
c) Indice di Edgeworth-Marshall
d) Indice di Fisher

Indice di Laspeyres

Considera come elemento di ponderazione la quantità del bene relativa al tempo scelto come base

$$ {}_0 I_i^L = \frac{\sum_{j=1}^{s} p_{ji} q_{j0}}{\sum_{j=1}^{s} p_{j0} q_{j0}} $$

n.b. Tale indice, mantendo costante la quantità del bene a quella del periodo iniziale, presenta una *tendenziosità positiva*, tende cioè a sopravvalutare gli aumenti dei prezzi e a sottovalutarne le diminuzioni

b) Indice di Paasche

Considera come elemento di ponderazione la quantità del bene relativa al tempo di riferimento

$$ {}_0I_i^P = \frac{\sum_{j=1}^{s} p_{ji} q_{ji}}{\sum_{j=1}^{s} p_{j0} q_{ji}} $$

n.b. Tale indice presenta una *tendenziosità negativa*

c) Indice di Edgeworth-Marshall

Considera come elemento di ponderazione sia la quantità del bene relativa al tempo base sia quella relativa al tempo di riferimento

$$ {}_0I_i^E = \frac{\sum_{j=1}^{s} p_{ji} \left(q_{j0} + q_{ji} \right)}{\sum_{j=1}^{s} p_{j0} \left(q_{j0} + q_{ji} \right)} $$

d)Indice di Fisher

Formula ideale

$$ {}_0I_i^F = \sqrt{{}_0I_i^L \, {}_0I_i^P} $$

n.b. Problemi generali dei numeri indici possono essere sintetizzati in tre tipi:

- scelta dei beni inserire nel paniere
- scelta della base
- problemi metodologici relativi alla rilevazione dei dati

Principali numeri indici

- indice generale dei prezzi al consumo
- indice dei prezzi all’ingrosso
- indice del costo della vita

Problemi

Nella seguente tabella per i 4 titoli (A,B,C,D) vengono riportati le quotazioni ed il numero di titoli trattati in due giorni differenti:

Titolo azionario	9/9/1997		4/12/1997	
	Titoli trattati	Quotazioni	Titoli trattati	Quotazioni
A	204970	31919	241450	52803
B	170030	69520	151000	50984
C	89500	48930	83340	56110
D	114700	36200	90990	34850

a) Confrontare, in termini relativi, il valore delle contrattazioni del 4/12/97 con quelle del 9/9/97 e commentare il risultato
b)Tale variazione esprime gli effetti del cambiamento del numero di titoli trattati o del cambiamento delle quotazioni?
c)Prendendo come tempo base il 9/9/97 calcolare il numero indice di Laspeyres delle quotazioni e si commenti il risultato

Soluzioni

a) Il valore delle contrattazioni del 4/12/97 rappresenta il 105,2% di quello registrato il 9/9/97, infatti:

$$\frac{(52803 \bullet 241450)+.......+(34850 \bullet 90990)}{(31919 \bullet 204970)+(36200 \bullet 114700)}=1,052$$

b) Tale misura delle variazioni esprime sia il cambiamento del numero di titoli trattati sia il cambiamento delle quotazioni

c) Il numero indice di Laspeyres delle quotazioni relativo al tempo 4/12/97 con base 9/9/97 è:

$$\frac{(52803 \bullet 204970)+.......+(34850 \bullet 114700)}{\left(31919 \bullet 204970\right)+(36200 \bullet 114700)}=1,060$$

il cambiamento delle quotazioni dal 9/9/97 al 4/12/97 è stato tale che, se il numero di titoli trattati fosse rimasto invariato, il valore delle contrattazioni avrebbe guadagnato 6 punti percentuali