

CAPITOLO SECONDO

2.1 Il laser

Un laser è un dispositivo in grado di generare un tipo di luce fondamentale differente da quell'emessa dalle comuni sorgenti luminose; le sue caratteristiche peculiari sono:

- la **monocromaticità** cioè le onde costituenti un fascio di luce laser sono tutte caratterizzate da una medesima lunghezza d'onda;
- la **direzionalità** cioè la luce laser è caratterizzata da un piccolo angolo di divergenza;
- la **coerenza** cioè le onde che costituiscono un fascio di luce laser sono tutte in concordanza di fase.

La combinazione di queste proprietà rende la luce laser la scelta ideale per la vibrometria laser doppler.

Sorgenti luminose come una candela od una lampada ad incandescenza emettono una luce composta da radiazioni di diverse lunghezze d'onda che si propagano in tutte le direzioni e le cui fasi non sono in relazione tra loro (si parla di luce non coerente).

Queste caratteristiche della luce laser consentono di concentrare, mediante un sistema ottico, la totalità dell'energia raggiante entro un'area

di focalizzazione di dimensione piccolissime sulla superficie del corpo di cui bisogna valutare le vibrazioni.

2.2 Genesi del laser

I laser utilizzano, in maniera opportuna, i tre fenomeni fondamentali che avvengono nell'interazione di un'onda elettromagnetica (definita *radiazione*) con i materiali gassosi, liquidi o solidi:

- l'**emissione spontanea**
- l'**emissione stimolata**
- l'**assorbimento**.

Per poter descrivere questi fenomeni occorre tener presente che in un atomo, ad esempio l'atomo di idrogeno costituito da una carica positiva (+) intorno alla quale ruota un elettrone con carica negativa (-), il raggio delle orbite sulle quali l'elettrone può stabilirsi assume una serie ben determinata di valori a cui corrispondono altrettanti ben determinati livelli energetici dell'elettrone e quindi dell'atomo. Giunti a questo punto, bisogna dire che le sole quantità di energia che possono essere emesse od assorbite, sotto forma di radiazioni dagli atomi, sono quelle collegate a "salti" o transizioni di un loro elettrone tra due differenti livelli energetici. Si ha emissione oppure assorbimento a seconda che un elettrone dell'atomo passi da un livello più alto ad un livello più basso e viceversa.

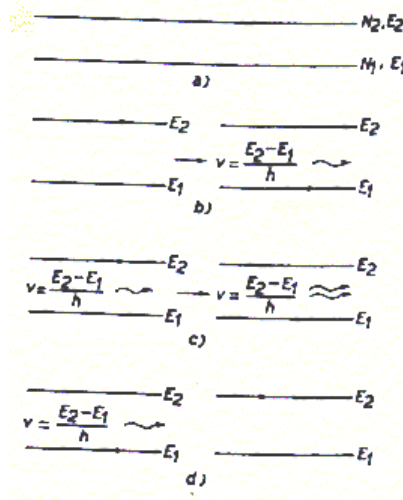


Fig. 2.2.1

- (a) Schema dei livelli
 (b) Emissione spontanea: un atomo eccitato decade emettendo una radiazione.
 (c) Emissione stimolata: un atomo eccitato, investito da una radiazione, decade emettendo un'altra radiazione "in fase" con la prima.
 (d) Assorbimento: un atomo si porta ad un livello superiore ("si eccita") assorbendo una radiazione.

Supponiamo di avere a disposizione un materiale costituito da atomi dotati di due soli livelli energetici E_1 ed E_2 , con $E_1 < E_2$, occupati rispettivamente da N_1 ed N_2 elettroni. Se un elettrone si trova sul livello E_2 , questo è in equilibrio instabile e quindi tende a decadere spontaneamente al livello inferiore E_1 cedendo all'esterno durante tale "salto" una quantità di energia pari ad $E = E_2 - E_1$ sotto forma di onda elettromagnetica di frequenza data da:

$$\nu = \frac{(E_2 - E_1)}{h}$$

laddove h è la costante di Planck. Questo tipo di emissione che avviene in maniera assolutamente incoerente¹ vien detta *emissione spontanea* ed è caratteristica delle sorgenti luminose tradizionali. Tale emissione avviene in

maniera completamente casuale dal momento che dipende esclusivamente dal comportamento di ogni singolo atomo. La probabilità che un singolo atomo decada spontaneamente nell'unità di tempo è costante nel tempo e viene indicata con A . il valore di A dipende esclusivamente dal tipo di atomo considerato.

Supponiamo ora che il sistema di atomi sia investito da una radiazione elettromagnetica della medesima frequenza $\nu = (E_2 - E_1)/h$ caratteristica dell'emissione spontanea. Se la radiazione interagisce con un atomo "eccitato", cioè con un atomo che ha un elettrone posto sul livello energetico superiore E_2 , l'elettrone viene "forzato" a decadere verso il livello energetico inferiore E_1 cedendo l'energia $E = E_2 - E_1$ sotto forma di onda elettromagnetica con la stessa frequenza $\nu = (E_2 - E_1)/h$ ed in fase con la radiazione stimolatrice. In questo caso si parla di *emissione stimolata*². (si riconsideri la fig. 2.2.1 riportata nella pagina precedente).

Vogliamo ribadire la differenza fondamentale tra questo processo e quello di cui abbiamo parlato in precedenza. L'emissione spontanea avviene in maniera del tutto **casuale**, quindi le onde emesse da più atomi non hanno alcuna relazione tra loro e si propagano in tutte le direzioni dello spazio. Al contrario, l'emissione stimolata avviene nel momento preciso in cui l'onda incidente colpisce l'atomo eccitato; l'onda incidente e quella emessa si sommano propagandosi nella medesima direzione e quindi determinano un'**amplificazione** della radiazione elettromagnetica. La probabilità di emissione stimolata per un singolo atomo viene normalmente indicata con W_{21} . Il valore di tale W_{21} dipende dal tipo di materiale e dall'intensità della radiazione incidente.

Se invece viene investito dall'onda incidente di frequenza $\nu = (E_2 - E_1)/h$ un atomo che si trova sul livello inferiore E_1 , questo può assorbire energia ed un suo elettrone può portarsi al livello E_2 ³. In questo caso si parla di **assorbimento** e la probabilità che questo si verifichi per ogni singolo atomo viene indicata con W_{12} . In maniera analoga a quanto abbiamo visto in precedenza, anche W_{12} dipende dal tipo di materiale cui l'atomo appartiene e dall'intensità della radiazione elettromagnetica incidente. E' noto che, a parità di intensità della radiazione incidente, qualunque siano i due livelli energetici E_1 ed E_2 , risulta sempre:

$$W_{12} = W_{21}$$

cioè le probabilità di emissione stimolata e di assorbimento per ogni singolo atomo *coincidono*.

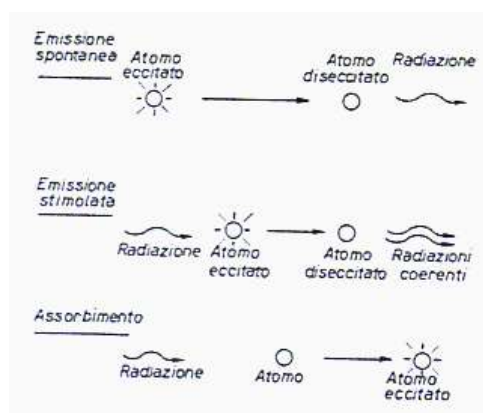


Fig. 2.2.2 – Un atomo eccitato può emettere spontaneamente una radiazione ritornando al livello di equilibrio diseccitato (emissione spontanea); se, invece, l'atomo eccitato viene colpito da una nova radiazione, questo genera una seconda radiazione coerente con la prima diseccitandosi (emissione stimolata); se, infine, una radiazione colpisce un atomo diseccitato, questa viene assorbita e contemporaneamente l'atomo diventa eccitato (assorbimento).

Se un fascio di radiazioni colpisce il materiale contenuto all'interno di un sistema laser, esso può essere indifferentemente assorbito oppure amplificato a seconda che incontri in maggioranza atomi diseccitati del

livello inferiore oppure atomi eccitati del livello superiore dal momento che, come abbiamo detto, le probabilità di ambedue i fenomeni sono identiche. Poiché in condizioni di equilibrio il livello inferiore è quello più “popolato”, cioè si verifica che $N_1 > N_2$, un fascio di radiazioni che incide su un comune materiale viene in gran parte assorbito. Pertanto, per ottenere l’amplificazione del fascio, è necessario rendere il materiale **attivo**, cioè fare in modo che il livello inferiore venga spopolato e contemporaneamente il livello superiore popolato di elettroni in condizione di emettere energia.. Tale operazione, che porta ad avere $N_2 > N_1$, viene definita *inversione di popolazione*⁴. Finora sono stati considerati due soli livelli energetici. Se, però, così fosse nella realtà, accadrebbe che, anche se il processo che conduce all’inversione di popolazione fosse così intenso da portare ipoteticamente al livello superiore tutti gli atomi presenti nel materiale, non appena iniziata l’azione laser gli atomi, a causa dell’emissione stimolata, ritornerebbero diseccitati a popolare il livello inferiore, rendendo impossibile la necessaria continuità dell’inversione di popolazione. E’ perciò indispensabile ricorrere a materiali nei quali vengono sfruttati tre, quattro o anche più livelli energetici. Comunque, per evitare di appesantire la nostra trattazione, limitiamoci al caso più comune di quattro livelli energetici.

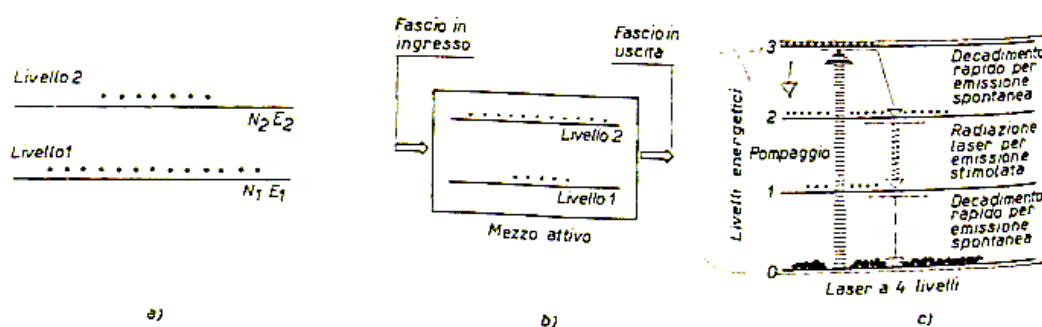


Fig. 2.2.3 –

- (a) In condizioni di equilibrio il livello 1 è il più popolato.
- (b) Mediante l’inversione di popolazione si rende il materiale attivo: in esso il più popolato è il livello 2.
- (c) Laser a quattro livelli:
L’azione del pompaggio eccita alcuni atomi portandoli dal livello 0 (più basso e più popolato) al livello 3 (più alto) da dove, per emissione spontanea, decadono rapidamente al livello 2. Tra il livello 2 ed il livello 1 si verifica l’inversione di popolazione ed anche l’emissione della radiazione laser, dopo di che gli atomi decadono rapidamente al livello 0 per emissione spontanea.

Il livello energetico più basso (vale adire quello che viene comunemente definiti *livello 0*) è quello maggiormente popolato; l'azione di pompaggio eccita alcuni atomi, portandoli al livello più alto (definito *livello 3*), da dove, per emissione spontanea, decadono rapidamente al *livello 2*. Tra il livello 2 ed il livello 1, quelli cioè tra i quali avviene l'*emissione laser*, si verifica l'inversione di popolazione; è però necessario che gli atomi, dopo essere scesi al livello 1, previa emissione di radiazione laser, decadano velocemente al livello 0 per emissione spontanea in modo da evitare che il livello 1 diventi più popolato del livello 2, impedendo l'inversione di popolazione.

L'inversione di popolazione avviene mediante un processo detto di *pompaggio*⁵, che determina l'eccitazione degli atomi del sistema per via elettrica, ottica oppure in altri modi. Una volta che sia stata realizzata tale inversione di popolazione è possibile ottenere, operando in maniera opportuna, quello che viene definito **oscillatore**. Questo è costituito da due specchi riflettenti⁶ tra i quali è interposto il mezzo attivo (si parla di *cavità ottica*).

Il mezzo attivo è un insieme di atomi o molecole che può essere eccitato in modo da avere un'inversione di popolazione e che amplifica l'intensità della luce che passa attraverso di esso. Il fattore di cui viene amplificata l'intensità della luce dal mezzo attivo viene definito **guadagno**. Bisogna dire che il guadagno non è costante per un particolare tipo di mezzo attivo e, infatti, il suo valore dipende dalla lunghezza d'onda e dall'intensità della luce entrante, nonché dalla lunghezza e dal grado di eccitazione del mezzo attivo.

Un tale oscillatore viene appunto definito LASER ed il suo funzionamento può essere dunque schematizzato nella maniera seguente:

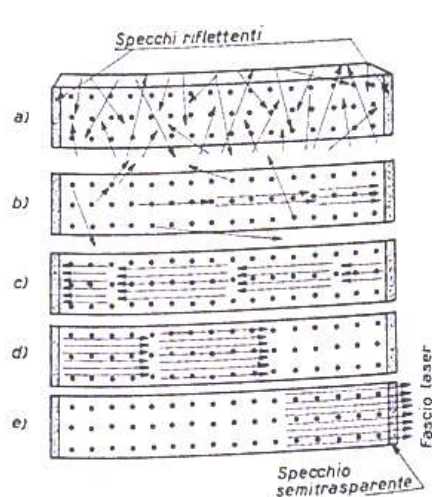


Fig. 2.2.4 - Schema di funzionamento dell'oscillatore (laser).

- (a) Gli atomi eccitati emettono radiazioni in tutte le direzioni.**
- (b) Le radiazioni che colpiscono altri atomi eccitati producono l'emissione stimolata e quelle che si propagano lungo l'asse dell'oscillatore vengono riflesse dagli specchi.**
- (c),(d) Le radiazioni continuano a rimbalzare migliaia di volte tra gli specchi amplificandosi.**
- (e) Il fascio laser esce attraverso uno dei due specchi reso semi-trasparente.**

- (a) il materiale attivo emette spontaneamente e disordinatamente radiazioni in tutte le direzioni;
- (b) le radiazioni che incontrano atomi eccitati producono per emissione stimolata altre radiazioni con esse coerenti e la prima radiazione che si propaga in direzione ortogonale alle superfici riflettenti fa partire l'azione laser; i raggi che viaggiano in direzione non parallela all'asse della cavità eseguono un percorso a zig-zag e finiscono all'esterno della cavità;
- (c) la radiazione continua a rimbalzare migliaia di volte tra i due specchi, amplificandosi ogni volta che attraversa il materiale attivo dando luogo, in breve tempo, ad un fascio molto intenso. Se non fossero presenti gli specchi, posti alle estremità del mezzo attivo, non assisteremmo ad alcuna

oscillazione da parte delle particelle che costituiscono il mezzo attivo;

- (d) se uno dei due specchi viene reso parzialmente trasparente facendo in modo che esso rifletta tra il 20% ed il 98% della luce su di esso incidente a seconda del tipo di laser, la parte di luce non riflessa viene trasmessa attraverso lo specchio parzialmente riflettente. Tale luce costituisce, appunto, il fascio laser utilizzabile.

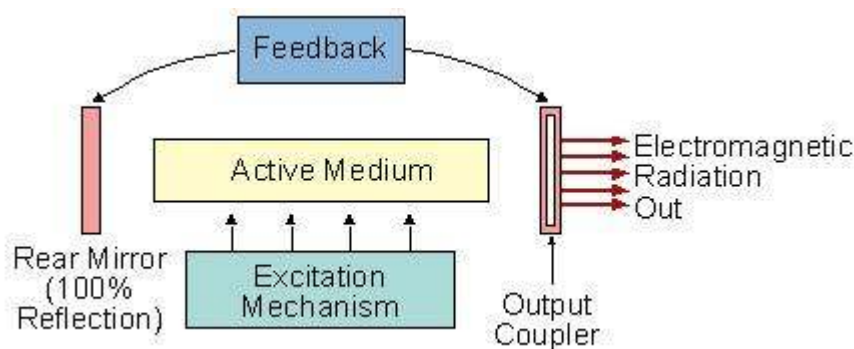


Fig. 2.2.5: Schema di un sistema elementare utilizzato per produrre luce laser

La cavità posta all'interno del dispositivo laser ha anche la funzione di migliorare la purezza spettrale del raggio laser. Solitamente il mezzo attivo amplifica la luce soltanto in uno stretto range di lunghezze d'onda. In particolare, in questo range, soltanto la luce di una certa lunghezza d'onda verrà sottoposta a ripetute riflessioni tra i due specchi posti alle estremità del mezzo attivo. Le caratteristiche che il fascio di luce, che si muove all'interno della cavità, dovrà possedere per poter essere ripetutamente riflesso, consentono di individuare quello che viene definito **modo di oscillazione** nella cavità. La luce che potrebbe ancora essere amplificata dal mezzo attivo, ma che non appartiene ad uno di questi speciali modi di oscillazione, viene rapidamente attenuata e non sarà presente nel fascio di

uscita dal dispositivo laser. In definitiva, quindi, la cavità ottica sosterrà soltanto le riflessioni ripetute per una particolare e ben definita lunghezza d'onda della luce.

Esiste un'ampia gamma di varietà di laser con caratteristiche assai differenti tra loro. Ogni tipo possiede infatti la sua caratteristica lunghezza d'onda legata al materiale attivo ed i suoi parametri operativi cioè potenza di uscita, densità di energia, rendimento e modo di operare (vale a dire pulsato o continuo). In generale la gamma delle lunghezze d'onda impiegate nei laser va dall'ultravioletto fino al lontano infrarosso, passando per il campo del visibile. Come detto poc'anzi, i laser possono essere utilizzati con funzionamento continuo oppure impulsato. Nel primo caso un fascio continuo di *potenza costante* viene emesso dalla cavità ottica del laser. Nel funzionamento impulsato, invece, si ha un pompaggio ad impulsi ed una *emissione di scariche* successive di energia particolarmente elevata. La durata di questi impulsi, le frequenze di ripetizione e l'energia totale per impulso variano a seconda del tipo di laser che viene utilizzato.

I laser vengono più comunemente suddivisi in base al mezzo attivo in essi impiegato:

- laser a stato solido;
- laser a gas;
- laser a semiconduttori.

Ovviamente, dal momento che il vibrometro a scansione laser doppler si basa su di un sistema laser a gas, è proprio questo tipo di laser che prenderemo in considerazione.

In generale, nei laser a gas il materiale attivo è costituito da una sostanza gassosa contenuta in un tubo generalmente fatto di quarzo. Il

pompaggio è di tipo elettrico ed avviene mediante scariche di corrente, continua oppure alternata, che eccitano gli atomi o le molecole del gas conferendogli l'energia necessaria per realizzare l'inversione di popolazione. Tra i laser a gas bisogna ricordare:

- laser ad elio-neon⁷;
- laser ad anidride carbonica.

Nel laser ad elio-neon (He-Ne) il mezzo attivo è il neon, mentre l'elio serve ad aumentare l'efficienza del pompaggio. La scarica elettrica nella miscela dei due gas provoca, infatti, l'eccitazione degli atomi di elio i quali la trasferiscono per collisione agli atomi di neon.

2.3 Cavità ottiche risonanti

Come già specificato in precedenza, un costituente fondamentale di un sistema laser è il mezzo attivo. Un fascio di luce, di frequenza opportuna, che viaggi attraverso un mezzo in cui sia stata ottenuta inversione di popolazione tra due livelli, viene amplificato dal momento che il processo di emissione stimolata risulta dominante rispetto a quello di assorbimento. Il mezzo atomico in questione funge, in questo modo, da amplificatore ottico. A questo punto ci si chiede cosa fornisca i fotoni primari che danno poi il via al processo di emissione stimolata nei sistemi laser reali. Ebbene, come già anticipato in precedenza, in un laser è il **processo d'emissione spontanea** dal livello laser superiore da parte di alcuni atomi eccitati costituenti il mezzo attivo a fornire il seme di fotoni primari che, successivamente, interagendo con gli altri atomi eccitati dello stesso mezzo attivo, stimolano l'emissione di ulteriori fotoni. Prende in questo modo il via un processo che si ripete in cascata e che crea una

valanga di fotoni secondari che occupano tutti lo stesso stato, vale a dire quello del fotone che ha originato la valanga.

Il processo d'emissione **spontaneo** è, per sua natura, altamente casuale, per cui i fotoni primari sono emessi in maniera isotropica in tutte le direzioni dello spazio, con frequenze leggermente differenti e con polarizzazioni arbitrarie. Di conseguenza, anche le valanghe secondarie a cui i fotoni primari danno luogo viaggiano in direzioni differenti e con frequenze e stati di polarizzazione diversi. In altre parole, lo sparpagliamento di fotoni emessi spontaneamente su differenti stati provoca una equivalente distribuzione di stati per le valanghe fotoniche da essi generati. E' evidente, allora, che la radiazione emessa da un amplificatore ottico in queste condizioni non gode di un elevato grado di coerenza. Il problema di ottenere radiazione coerente può, dunque, essere risolto riducendo, in maniera opportuna, lo sparpagliamento degli stati fotonici. In breve, deve essere ristretto il numero dei possibili stati fotonici, selezionandone soltanto alcuni. Questo fondamentale risultato può essere ottenuto se si fa in modo che soltanto pochi di essi trovino condizioni favorevoli per stimolare "cascate secondarie". Allora, soltanto i fotoni emessi spontaneamente in tali stati selezionati potranno dar luogo ad un gran numero di fotoni secondari. Al contrario, quelli emessi in stati differenti si estingueranno rapidamente senza contribuire al flusso finale di fotoni che costituirà l'emissione laser. Ovviamente, quanto più risulta ristretto l'insieme di stati fotonici selezionati, tanto più la radiazione generata gode di un alto grado di coerenza.

La selezione di un numero esiguo di stati fotonici e la soppressione degli altri sono realizzate dal secondo costituente fondamentale di un dispositivo laser, dopo il mezzo attivo, vale a dire il **risonatore ottico** o **cavità ottica risonante**. Come già detto, la cavità ottica è formata da una coppia di specchi piani o curvi, allineati lungo una direzione che funge da

asse ottico e definisce la direzione del fascio laser. Tra i due specchi viene posto il mezzo attivo che presenta, quasi sempre, forma di un parallelepipedo o di un cilindro e che viene allineato lungo l'asse ottico. Uno dei due specchi presenta riflettività molto alta, in pratica pari al 100%, e chiude la cavità, mentre il secondo è parzialmente trasmittente e consente, dunque di far uscire verso l'esterno una frazione della radiazione elettromagnetica. Esso agisce, in pratica, da "accoppiatore" con l'esterno della cavità. La caratteristica principale delle cavità ottiche risonanti per sistemi di tipo laser e quella di essere aperte, vale dire non dotate di superfici laterali. Ciò fa sì che solo i fotoni emessi per emissione spontanea in direzione coincidente o, comunque, non troppo discosta da quella dell'asse della cavità, possano attraversare ripetutamente, a seguito di riflessioni multiple sugli specchi, il mezzo attivo e dare così luogo a potenti fasci luminosi arricchiti ad ogni ulteriore passaggio da altri fotoni emessi in processi stimolati. Al contrario, i fotoni emessi spontaneamente in altre direzioni lasciano il mezzo attivo immediatamente, od al più dopo poche riflessioni sugli specchi.

Se definiamo **modi di un risonatore ottico** le configurazioni stazionarie del campo elettromagnetico soddisfacenti le equazioni di Maxwell all'interno della cavità e le condizioni al contorno imposte dalla presenza degli specchi, è chiaro che la caratteristica di essere aperte fa sì che nelle cavità ottiche possano sopravvivere soltanto che si propagano in direzione ortogonale rispetto al piano degli specchi. Tutti gli altri modi subiranno perdite energetiche molto elevate che li porteranno rapidamente ad esaurirsi. E' proprio questo il meccanismo che seleziona pochi dei moltissimi modi possibili che hanno origine nel mezzo attivo.

Un'altra caratteristica importante dei risonatori ottici è che la loro lunghezza, cioè la distanza d che separa i due specchi del risonatore, è molto maggiore della lunghezza d'onda dei campi elettromagnetici che si

propagano all'interno della cavità ($d \gg \lambda$). Infatti, le dimensioni caratteristiche degli specchi di una cavità laser sono di qualche centimetro ($1 \div 10$ cm) e la loro distanza varia generalmente tra 10 cm ed 1 m. Nel vicino IR, nel visibile e nell'UV, invece le lunghezze d'onda hanno valori dell'ordine di 1 μ m. Questo comporta che le frequenze di risonanza dei modi che possono oscillare all'interno della cavità sono addensate molto fittamente. E' questa la ragione per cui i laser tendono ad operare contemporaneamente su molti modi della cavità.

Il più semplice tipo di cavità è quello a **specchi piani e paralleli** detto anche **risonatore Fabry-Perot**. Si tratta di una cavità costituita da due specchi piani e paralleli affacciati, posti ad una distanza d ($d \cong 10$ cm). In prima approssimazione si può immaginare che in tale risonatore onde piane si propagano avanti ed indietro, attraverso riflessioni multiple sugli specchi. In tal caso la situazione è identica a quanto si verifica all'interno dell'interferometro di Fabry-Perot e le frequenze caratteristiche dei modi elettromagnetici che oscillano all'interno della cavità, possono essere ottenute semplicemente imponendo che la **lunghezza d del risonatore contenga un numero intero di semilunghezze d'onda: $d = n(\lambda/2)$, con n intero**. Questo garantisce che possano esserci due nodi (zeri) del campo elettrico sui due specchi e che sia così possibile soddisfare le opportune condizioni al contorno. In particolare se consideriamo la lunghezza d'onda del modo longitudinale m , abbiamo:

$$\lambda_m = \frac{2d}{m} \quad (2.3.1)$$

Le frequenze permesse all'interno della cavità ottica sono determinate dalla lunghezza della cavità (quella che abbiamo indicato con d) e dall'indice di rifrazione (n) del mezzo attivo. Per quel che concerne, infine, la frequenza che caratterizza il modo longitudinale m , si ha infine:

$$v_m = m \frac{c}{2dn} \quad (2.3.2)$$

con m intero.

Dalla precedente relazione segue che la distanza Δv_m tra due frequenze consecutive ($\Delta m = 1$) vale dunque:

$$\Delta v_m = \frac{c}{2dn} \quad (2.3.3)$$

2.4 Modi dei risonatori ottici

E' noto che un *modo* di una cavità ottica risonante è una configurazione stazionaria del campo elettromagnetico che soddisfa l'equazione delle onde di Maxwell con le condizioni al contorno imposte dalla presenza degli specchi del risonatore.

All'inizio degli anni sessanta Fox e Li hanno sviluppato una teoria piuttosto rigorosa per affrontare il problema della determinazione dei modi risonanti di una cavità, almeno per quel che concerne i risonatori a specchi piani e paralleli. Fox e Li affrontarono il problema nell'*approssimazione scalare*, cioè supponendo che il campo elettromagnetico fosse **quasi trasverso e polarizzato linearmente**. In altre parole, questo è descrivibile attraverso un'unica componente trasversa, $E(x,y,z,t)$, e si propaga essenzialmente lungo una sola direzione, ad esempio la z , parallela all'asse ottico del risonatore:

$$E(x, y, z, t) = E_0(x, y, z)e^{-ikz}e^{i\omega t} \quad (2.4.1)$$

Si supponga di conoscere una generica distribuzione, $E_1(P_1, t)$, del campo su uno dei due specchi del risonatore, e di voler calcolare la

distribuzione di campo $E_2(P_2, t')$, con $t' > t$, da essa prodotta sul secondo specchio. Il problema può essere risolto applicando l'integrale di diffrazione di Kirchoff. Allora la funzione $E_2(P_2)$ calcolata nel generico punto P_2 sul secondo specchio vale

$$E_2(P_2) = \frac{-i}{2\lambda} \int_{S_1} E_1(P_1) \frac{e^{ikr}}{r} (1 + \cos\theta) dS_1 \quad (2.4.2)$$

dove abbiamo trascurato il fattore temporale $\exp(i\omega t)$; r è la distanza tra P_1 e P_2 , θ è l'angolo che la retta P_1P_2 forma con la normale alla superficie emittente e dS_1 rappresenta l'elemento di superficie variabile sul primo specchio e centrato sul punto P_1 .

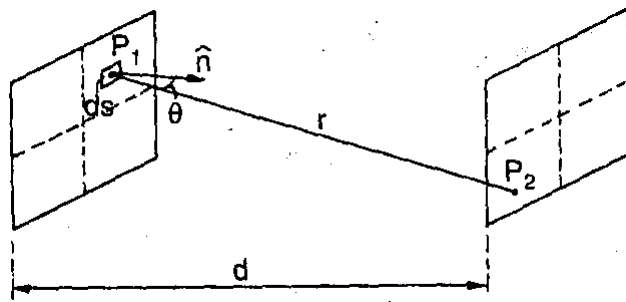


Fig. 2.4.1

Se ora, invece di partire da una generica distribuzione, E_1 , di campo sullo specchio 1, partiamo dalla distribuzione, E , che corrisponde a quella di un modo risonante della cavità, la conseguente distribuzione sullo specchio 2, calcolata tramite la relazione (2) con E al posto di E_1 , deve coincidere, a meno di una costante moltiplicativa, con la funzione $E(P_1)$. Infatti, per poter corrispondere a quella di un modo oscillante (risonante) in cavità, una distribuzione di campo deve potersi riprodurre identicamente, a meno della suddetta costante moltiplicativa, su ciascuno dei due specchi, dopo un passaggio attraverso la cavità. Ciò garantisce, appunto, che il modo elettromagnetico corrispondente possa oscillare indefinitamente all'interno

della cavità, riflettendosi sui due specchi che la imitano. Imponendo tale condizione è possibile quindi scrivere:

$$kE(P_2) = \left(\frac{-i}{2\lambda} \right) \int_{S_1} E(P_1) \frac{e^{ikr}}{r} (1 + \cos\theta) dS_1 \quad (2.4.3)$$

Con la costante moltiplicativa k , generalmente, complessa. La (2.4.3) è un'equazione integrale omogenea di Fredholm di seconda specie, e le sue autosoluzioni, $E(P)$, rappresentano le distribuzioni di campo sugli specchi per i modi elettromagnetici (automod) del risonatore ottico. Una volta nota la funzione $E(P)$ sugli specchi, è possibile, tramite la (2), calcolare la distribuzione del campo elettromagnetico in un punto qualsiasi all'interno oppure all'esterno del risonatore. Per quel che concerne la costante complessa k , che rappresenta l'*autovalore* dell'equazione integrale corrispondente ad una specifica autosoluzione $E(P)$, se la si pone nella forma $k = |k|e^{i\Phi}$, si può dimostrare che la Φ fornisce lo sfasamento che l'onda subisce nel passare da uno specchio ad un altro. Tale interpretazione di Φ risulta chiara se si osserva che in ambedue della (2.4.3) è stato ommesso, per semplicità, il fattore temporale $\exp(i\omega t)$. Se si eguaglia la quantità 2Φ , pari allo sfasamento subito dall'onda in un percorso di andata e ritorno in cavità, ad un multiplo intero di 2π , si ottengono le frequenze di risonanza del risonatore. In definitiva, la soluzione della (2.4.3) permette di ottenere la distribuzione di campo sugli specchi per i modi nel risonatore e le frequenze di risonanza dei modi stessi.

Per risolvere il problema Fox e Li utilizzarono un metodo iterativo al calcolatore. Ammettendo che ci sia un'onda elettromagnetica che si rifletta avanti e indietro fra i due specchi della cavità, cioè che oscilli all'interno del risonatore, si può partire nel calcolo assegnando, in maniera arbitraria, una corrispondente distribuzione su uno dei due specchi. E' allora possibile, attraverso la (2.4.2), calcolare la distribuzione che risulta sul secondo

specchio dopo un primo transito e procedere così iterativamente. Fox e Li riuscirono a dimostrare che, comunque si scelga la distribuzione di partenza su uno dei due specchi, e purché il numero dei transiti (vale a dire di iterazioni) sia sufficientemente elevato, il campo elettromagnetico all'interno della cavità si stabilizza, nel senso che esso raggiunge una configurazione stazionaria che non varia più da transito a transito. La corrispondente distribuzione di campo sugli specchi corrisponde ad un modo della cavità ottica ed è perciò una autofunzione della (2.4.3). Nel calcolo risulta individuato anche l'autovalore k associato a quel particolare modo e sono, quindi, determinate le perdite per diffrazione e le frequenze di risonanza. In particolare, se si parte da distribuzioni iniziali simmetriche, rispetto all'asse della cavità, si individuano quelli che vengono definiti **modi simmetrici**, mentre se si parte da distribuzioni antisimmetriche si determinano i **modi antisimmetrici**. Il numero di transiti in cavità necessari ad ottenere configurazioni *stabili* del campo è, tipicamente, dell'ordine delle centinaia ($\cong 300\div 400$).

Si consideri ora il caso di un risonatore confocale ($R_1 = R_2 = d$). Una volta note le distribuzioni di campo sugli specchi è possibile, ancora ricorrendo ad integrali di Kirchoff, calcolare le distribuzioni di campo in un punto qualsiasi del risonatore ed anche all'esterno di esso. Quest'ultimo caso è di particolare importanza dal momento che permette di determinare la forma delle onde elettromagnetiche prodotte da un laser la cui cavità ottica sia formata dal risonatore confocale. Fox e Li dimostrarono che la distribuzione di campo in un qualsiasi punto posto all'interno del risonatore può essere scritta come:

$$E_{mn}(x, y, z) = E_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} H_m \left(\frac{\sqrt{2}x}{\omega} \right) H_n \left(\frac{\sqrt{2}y}{\omega} \right) \cdot \exp \left[\frac{-(x^2 + y^2)}{\omega^2(z)} - ik \frac{(x^2 + y^2)}{2R(z)} - ikz + i(m+n+1)\Phi \right] \quad (2.4.4)$$

avendo scelto un sistema di riferimento con l'asse z coincidente con quello del risonatore. Analizziamo i vari termini della (2.4.4).

H_m indica il polinomio di Hermite di ordine m della variabile racchiusa tra parentesi tonde. La (2.4.4) fornisce dunque l'espressione per il modo elettromagnetico di ordine m ed n . La grandezza $\omega(z)$ è una funzione di z la cui espressione è data da:

$$\omega^2(z) = \omega_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right)^2 \right] = \omega_0^2 \left[1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2 \right] \quad (2.4.5)$$

e rappresenta la distanza r dall'asse z ($r^2 = x^2 + y^2$) a cui l'ampiezza del campo elettrico si è ridotta di un fattore pari ad $1/e$ rispetto al valore che ha sull'asse (vale a dire per $x = y = 0$). Per tale motivo $\omega(z)$ è nota come **dimensione della macchia** del fascio. La quantità ω_0 rappresenta il *valore minimo di $\omega(z)$* ed è assunto nel punto dell'asse di coordinata $z = 0$. Nel caso del risonatore confocale il piano $z=0$ è situato al centro del risonatore (equidistante dai due specchi sferici). La quantità z_R , infine, nota come lunghezza di Rayleigh, è pari alla distanza z dal piano $z = 0$ per cui il valore di $\omega(z)$ vale $\sqrt{2}\omega_0$, come si verifica immediatamente dalla (2.4.5), ponendovi $z = z_R$. Il parametro $R(z)$, anch'esso funzione di z , rappresenta il **raggio di curvatura delle superfici di fase costante**, vale a dire dei fronti d'onda, che risultano, con buona approssimazione, sferici. La sua espressione è:

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi \omega_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] = z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z} \right)^2 \right] \quad (2.4.6)$$

con $z_R = \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}$. Il segno di $R(z)$ è considerato positivo, quando il centro di curvatura dell'onda giace alla sinistra del fronte d'onda, e viceversa.

L'ultimo parametro presente nell'espressione (2.4.4) del modo di ordine m ed n della cavità confocale è il fattore di fase Φ , che è esprimibile come:

$$\Phi(z) = \text{tg}^{-1}\left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2}\right) = \text{tg}^{-1}\left(\frac{z}{z_R}\right) \quad (2.4.7)$$

Si osservi che la variazione della fase complessiva φ dell'onda al variare di z , cioè della posizione lungo l'asse è:

$$\varphi(z) = kz - (m + n + 1)\text{tg}^{-1}\left(\frac{z}{z_R}\right) = kz - (m + n + 1)\Phi(z) \quad (2.4.8)$$

In definitiva, quello che viene espresso mediante la (2.4.4), è noto come *fascio gaussiano di ordine m ed n* , ed è solitamente indicato con TEM_{mn} . La sigla TEM deriva dall'espressione inglese **Transverse Electric and Magnetic**, ed indica che quelli che si ottengono sono modi per i quali *sia il campo elettrico che quello magnetico sono quasi perpendicolari all'asse della cavità risonante*. In altre parole la propagazione avviene quasi esclusivamente lungo l'asse z .

Nel caso in cui $m = n = 0$ si ottiene un'autosoluzione che corrisponde al fascio gaussiano fondamentale, indicato solitamente come modo TEM_{00} . La sua espressione, ottenibile dalla (2.4.4) ponendo in quest'ultima $m = n = 0$, risulta essere:

$$E_{00}(x, y, z) = E_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp\left[\frac{-(x^2 + y^2)}{\omega^2(z)} - ik \frac{(x^2 + y^2)}{2R(z)} - i(kz - \Phi)\right] \quad (2.4.9)$$

dove è stato sfruttato il fatto che $H_0(x) = 1$.

Come indicato dalla precedente relazione, la forma del fascio gaussiano fondamentale è determinata in maniera univoca una volta che si assegnino la dimensione minima della macchia del fascio ω_0 e la sua

posizione, vale a dire il piano di equazione $z=0$. In base a tale informazione, infatti, $\omega(z)$ ed $R(z)$ possono essere immediatamente ricavate dalle relazioni (2.4.5) e (2.4.6) in ogni piano z assegnato. Per ovvie ragioni di simmetria, il piano di equazione $z=0$ cade al centro del risonatore, ovvero, detto in altri termini, le dimensioni della macchia presentano il valore minimo, pari ad ω_0 , esattamente in corrispondenza del centro della cavità. In tale punto, così come si può vedere dalla (2.4.6) ponendo in questa $z=0$, $R(z) \rightarrow \infty$, per cui il fronte d'onda risulta essere piano. Detta d la lunghezza della cavità, per $z=d/2$, vale a dire sugli specchi, si verifica che il valore di $\omega(z)$ vale $\sqrt{2}\omega_0$. In base alla nostra definizione risulta allora che $z_R = d/2$. Il valore di ω_0 è dato perciò nel caso del risonatore confocale da:

$$\omega_0 = \left(\frac{\lambda z_R}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\lambda d}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.4.10)$$

Il fatto che le dimensioni del fascio risultino, in corrispondenza del centro del risonatore ($z=0$), $1/\sqrt{2}$ volte più piccole di quelle sui due specchi ($z=\pm d/2$), è ragionevole in base alla geometria della cavità dal momento che i due specchi sferici tendono a focalizzare la radiazione verso il centro della cavità. Notiamo infine che per $z=d/2=z_R$, si ha che $R=d$, cioè il raggio di curvatura degli specchi (pari a d) è identico a quello dell'onda. Questo implica che le superfici dei due specchi sono superfici a fase costante, come è naturale che sia, dal momento che essi debbono riflettere all'indietro il fascio in modo che quest'ultimo ritracci esattamente il suo percorso. L'angolo θ , riportato in figura, fornisce una misura della larghezza angolare del fascio laser, vale a dire della sua divergenza. L'angolo θ risulta approssimativamente pari a $\lambda/\pi\omega_0$, almeno nel caso di valori di z sufficientemente grandi ($z \gg \omega_0$).

Esternamente al risonatore, la distribuzione trasversa del campo risulta, nel caso di un fascio di tipo TEM_{00} , di tipo gaussiano. La distribuzione trasversa (cioè su piani disposti perpendicolarmente all'asse del risonatore) sugli specchi dei modi di ordine maggiore ($m,n>0$) è, naturalmente, più complicata. E' evidente che la distribuzione trasversa del modo TEM_{00} ha la caratteristica di essere quella maggiormente confinata nelle vicinanze dell'asse ottico, e quindi gli specchi della cavità potranno intercettare la maggior parte dell'energia da esso trasportata. In poche parole, il modo TEM_{00} è quello che presenta le più basse perdite per diffrazione sugli specchi. Tali perdite sono, invece, tanto più rilevanti quanto più il campo elettrico che caratterizza un modo, e quindi la sua intensità luminosa, si estende lontano dall'asse, cioè quanto più è alto l'ordine del modo trasverso (vale a dire il valore degli indici trasversi **m** ed **n**). Concludiamo questo nostro discorso osservando che per ottenere la distribuzione del campo fuori della cavità, bisogna sostituire ad espressioni del tipo $\sin[\varphi(z)]\sin(\omega t)$ dell'onda stazionaria in cavità, l'espressione $\exp[i(\varphi \pm \omega t)]$ di un'onda viaggiante, e tener conto che dell'ampiezza del campo elettrico in cavità sarà trasmessa all'esterno soltanto una frazione che dipende dalla grado di trasmissione dello specchio di uscita (di accoppiamento con l'esterno) della cavità.

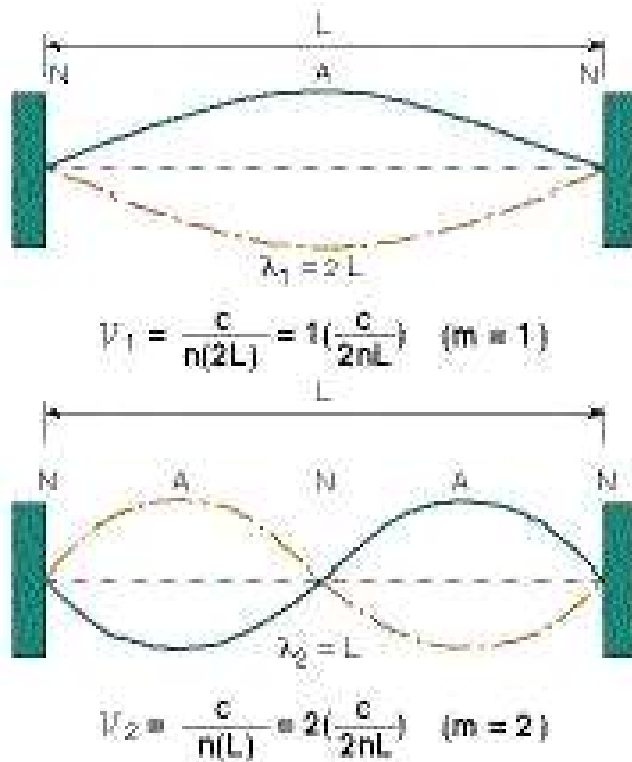


Fig. 2.4.2: Rappresentazione dei modi longitudinali in cavità individuati da $m=1$ ed $m=2$

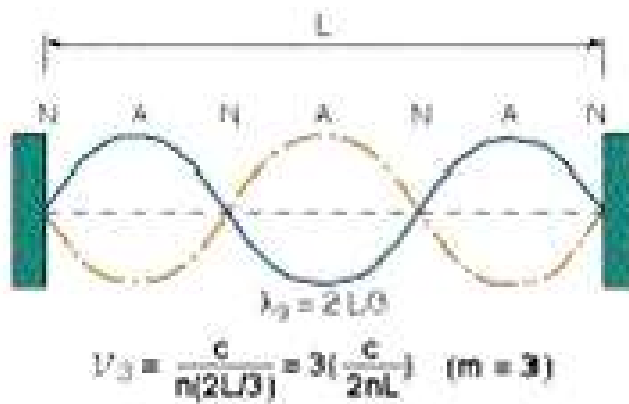


Fig. 2.4.3: Rappresentazione del modo longitudinale in cavità individuato da $m=3$

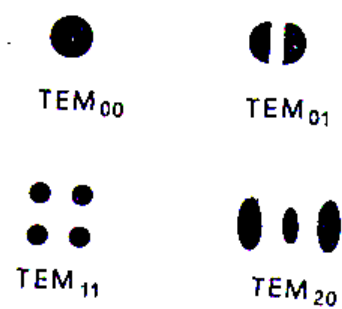


Fig. 2.4.4: Rappresentazione dei modi trasversali in cavità ottenuti variando i valori di m e n

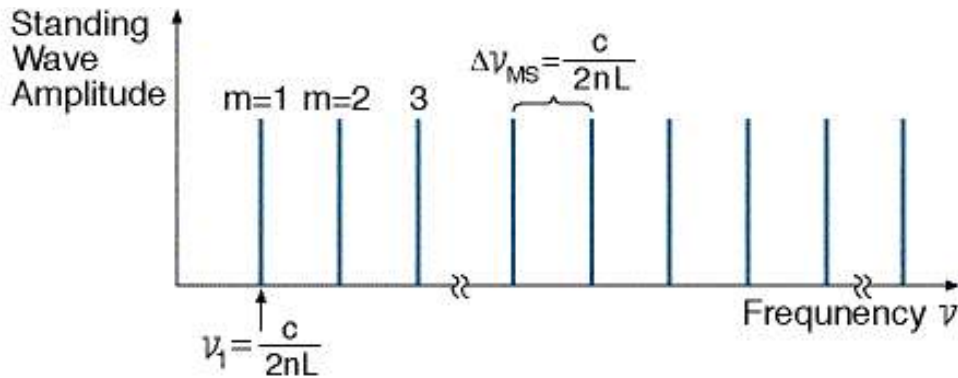


Fig. 2.4.5: Nel diagramma viene mostrato l'andamento dell'ampiezza dell'onda stazionaria in funzione della frequenza al variare del pedice m .

2.5 Frequenze risonanti di una cavità ottica

Ribadiamo che per ottenere le frequenze caratteristiche di un modo oscillante in cavità basta eguagliare lo sfasamento, 2φ , subito dall'onda in un percorso di andata e ritorno in cavità, ad un multiplo intero di 2π . Per giustificare tale affermazione, basta riconsiderare il caso di un'onda elettromagnetica trasversa confinata tra due piani paralleli perfettamente riflettenti e separati da una distanza pari a d . Il campo totale è costituito dalla somma di due onde viaggianti una in direzione $+z$ e l'altra in direzione $-z$, con asse disposto ortogonalmente ad ambedue i piani. Tale campo rappresenta un'onda stazionaria esprimibile come:

$$E(z, t) = 2E_0 \sin(kz) \sin(\omega t) \quad (2.5.1),$$

laddove E_0 rappresenta l'ampiezza di ciascuna delle due onde viaggianti in direzioni opposte. È allora evidente che per verificare ad ogni istante t le condizioni al contorno sui due specchi date da:

$$E(0, t) = E(d, t) = 0 \quad (2.5.2),$$

dopo un percorso di andata e ritorno in cavità, deve risultare che.

$$2kd = q2\pi \quad (2.5.3)$$

con q intero. E' allora chiaro che soltanto per le frequenze che soddisfano le condizioni di risonanza, fornite dalla (2.5.3), le ampiezze dei campi corrispondenti a riflessioni successive potranno sommarsi in fase in

qualunque punto z del risonatore e dar luogo ad un campo totale risultante di valore apprezzabile. Questo spiega anche perché un risonatore si comporta come un filtro che elimina tutte le componenti elettriche a frequenze differenti da quelle date dalla (2.5.3). Le frequenze individuate dalla relazione precedente vengono definite **frequenze di risonanza del risonatore**.

Se, ad esempio, si considera un risonatore con specchi sferici posti con i vertici nei punti di coordinate z_1 e z_2 , misurate rispetto al piano $z=0$ su cui $\omega(z=0)=\omega_0$, la precedente relazione assume la forma seguente:

$$\varphi(z_2) - \varphi(z_1) = q\pi, \quad q = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.5.4)$$

dove $\varphi(z)$ rappresenta l'espressione della fase dell'onda calcolata in z . Nel caso di un risonatore confocale per $\varphi(z)$ possiamo utilizzare la relazione (2.4.8) del paragrafo precedente, e la condizione (2.5.4) assume la forma:

$$kd - (m+n+1) \left[\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{z_2}{z_R} \right) - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{z_1}{z_R} \right) \right] = q\pi \quad (2.5.5)$$

avendo indicato con $d = z_2 - z_1$ la distanza tra gli specchi ed essendo m ed n gli interi positivi che individuano l'ordine del modo trasverso in esame.

Si consideri ora uno specifico modo trasverso individuato dai propri indici m e n . Riscrivendo, allora, la (2.5.5) per due valori consecutivi dell'indice intero q , si ha:

$$(k_{q+1} - k_q)d = [(q+1) - q]\pi = \pi \quad (2.5.6)$$

laddove $k_q = 2\pi\nu_q/c$ rappresenta il numero d'onda corrispondente al q -esimo **modo longitudinale**. Dalla precedente relazione è immediato ricavare la **separazione in frequenza fra due modi longitudinali successivi**, espressa da:

$$\nu_{q+1} - \nu_q = \Delta\nu = \frac{c}{2d} \quad (2.5.7)$$

ed il valore della frequenza di risonanza ν_q :

$$\nu_q = q \frac{c}{2d} \quad (2.5.8)$$

Dalla precedente si evince che l'intero q è caratterizzato, nel caso delle cavità laser, da valori estremamente elevati. Valori caratteristici di $\Delta\nu$ sono dell'ordine delle centinaia di MHz.

Vediamo ora, invece, cosa accade se si fissa l'indice longitudinale q e si variano m ed n , vale a dire il modo trasverso in analisi. La prima osservazione da fare è che, in base alla (2.5.5), le frequenze di risonanza dipendono soltanto dalla somma $(m+n)$ e non dagli indici m ed n presi separatamente. Ne segue che per un fissato valore di q tutti i modi caratterizzati da indici m ed n tali che la loro somma $(m+n)$ abbia il medesimo valore sono degeneri. Tali modi, cioè, pur corrispondenti a differenti configurazioni traverse del campo elettromagnetico, hanno tutti la medesima frequenza. La separazione in frequenza $\Delta\nu$ tra due modi risonanti, caratterizzati da somme $(m+n)_1$ ed $(m+n)_2$ differenti, assume la seguente espressione:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2\pi d} \Delta(m+n) \left[\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{z_2}{z_R} \right) - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{z_1}{z_R} \right) \right] \quad (2.5.9)$$

laddove abbiamo posto $\Delta(m+n) = (m+n)_2 - (m+n)_1$.

Vediamo, brevemente, come si perviene alla (2.5.9).

Riconsideriamo la relazione (2.5.5):

$$kd - (m + n + 1) \left[\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{z_2}{z_R} \right) - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{z_1}{z_R} \right) \right] = q\pi \quad (2.5.5)$$

e, per economia di simboli, poniamo:

$$\left[\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{z_2}{z_R} \right) - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{z_1}{z_R} \right) \right] = \alpha, \quad (2.5.10)$$

ottenendo:

$$kd - (m + n + 1)\alpha = q\pi. \quad (2.5.11)$$

Supponendo, dunque, di aver fissato q si ottiene:

$$k_{q+1}d - [(m + n)_2 + 1]\alpha = q\pi \quad (2.5.12)$$

e

$$k_qd - [(m + n)_1 + 1]\alpha = q\pi \quad (2.5.13)$$

Giunti a questo punto, sottraiamo membro a membro la seconda relazione dalla prima:

$$(k_{q+1} - k_q)d - [(m + n)_2 - (m + n)_1]\alpha = 0 \quad (2.5.14)$$

$$(k_{q+1} - k_q)d - \Delta(m + n)\alpha = 0 \quad (2.5.15)$$

Tenendo presente che il numero d'onda corrispondente al q -esimo modo longitudinale è $k_q = 2\pi\nu_q/c$, possiamo sostituire tale risultato nella (2.5.15) ed ottenere quindi:

$$\frac{2\pi\nu_{q+1}}{c} - \frac{2\pi\nu_q}{c} = \Delta(m + n)\alpha / d \quad (2.5.16)$$

Si ottiene, dunque, in definitiva che:

$$\Delta \nu = \frac{\Delta(m+n)\alpha}{d} \frac{c}{2\pi} \quad (2.5.17)$$

$$\text{con } \Delta(m+n) = (m+n)_2 - (m+n)_1 \text{ e } \left[\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{z_2}{z_R}\right) - \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{z_1}{z_R}\right) \right] = \alpha .$$

Nel caso di un risonatore confocale, $R_1 = R_2 = d$ ed, inoltre, $z_2 = -z_1 = \frac{d}{2} = z_R$. In questo caso la (2.5.17) assume la forma seguente:

$$\Delta \nu_{conf} = \frac{c}{4d} \Delta(m+n) \quad (2.5.18)$$

$$\text{dal momento che } \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{z_2}{z_R}\right) = -\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{z_1}{z_R}\right) = \frac{\pi}{4} .$$

Se confrontiamo la (2.5.17), ponendo in questa $\Delta(m+n)=1$, e la (2.5.7), si osserva che in un risonatore confocale le frequenze di risonanza dei vari modi trasversi, ottenute fissando q e facendo variare $(m+n)$, coincidono o cadono a metà tra quelle che si ottengono variando l'indice q relativo ai modi longitudinali. Esiste perciò un fattore $\frac{1}{2}$ tra la separazione data dalla (2.5.7) e quella fornita dalla (2.5.18).

Notiamo che, se invece di avere a che fare con una cavità passiva, vale a dire vuota, si considera il caso in cui tra i due specchi è presente un mezzo attivo, nelle relazioni (2.5.7) e (2.5.18), al posto della velocità c di propagazione della luce nel vuoto, deve comparire la velocità di propagazione (c/n) , con n indice di rifrazione del materiale attivo, nel mezzo che si sta considerando.

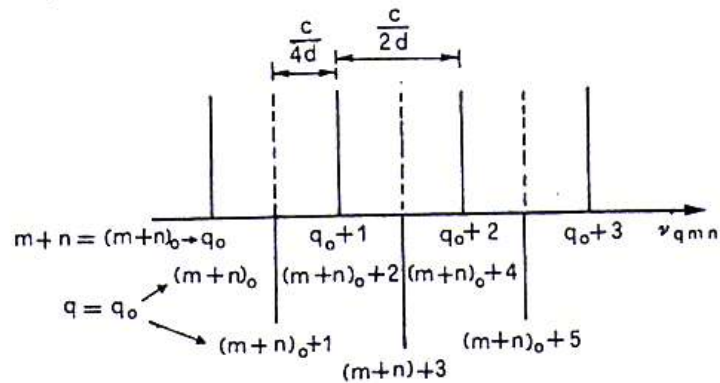


Fig. 2.5.1

2.6 Frequenze di oscillazione dei sistemi laser

Si consideri il coefficiente di guadagno indicato con $\alpha_0(\nu)$. Tale coefficiente ha le dimensioni dell'inverso di una lunghezza (solitamente cm^{-1}), e specifica di quanto viene amplificata l'intensità di un'onda, la cui frequenza sia risonante con quella su cui è centrata una particolare transizione atomica, quando essa attraversa un mezzo nel quale è stata creata inversione di popolazione in corrispondenza di quella transizione. Così, ad esempio, un valore tipico di $\alpha_0(\nu) \cong 5 \cdot 10^{-2} cm^{-1}$, indica una amplificazione di circa il 5% per cm di un assegnato mezzo attivo atomico.

Se si diagramma α_0 in funzione della frequenza ν , si ottiene quella che viene definita *curva di guadagno* del mezzo laser in esame:

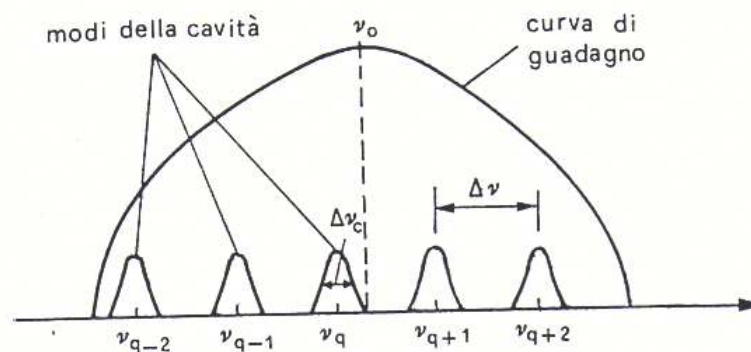


Fig. 2.5.1

Il secondo elemento fondamentale di un sistema laser è rappresentato dalla cavità risonante. Ricordiamo, infatti, che per ottenere emissione laser, il mezzo attivo deve essere interposto tra gli specchi di un risonatore ottico progettato in maniera opportuna e che quest'ultimo è caratterizzato da specifiche frequenze di risonanze proprie. Da un punto di vista spettrale, sotto la curva di guadagno del mezzo attivo vengono messe in evidenza le frequenze di risonanza ν_q della *cavità passiva*, vale a dire priva del mezzo attivo, caratterizzate da una separazione $\Delta\nu$ che, se si trascurano i modi trasversi di ordine più alto, assume l'espressione seguente:

$$\Delta\nu = \nu_{q+1} - \nu_q = \frac{v}{2d}$$

con $v = c/n$ e d che, al solito, rappresenta la lunghezza del risonatore. Alle frequenze ottiche le larghezze della curva di guadagno, che caratterizzano il mezzo attivo, sono generalmente molto maggiori della larghezza $\Delta\omega_c$ dei modi della cavità. Mentre, infatti, $\Delta\omega_c/(2\pi)$ è, tipicamente, dell'ordine di 1 MHz, la larghezza $\Delta\nu_0$ delle transizioni laser cade nell'intervallo 1 GHz÷300GHz. Teniamo, inoltre, presente che nessuna delle risonanze della cavità coincide perfettamente con la frequenza centrale ν_0 della riga laser. In tal caso si può dimostrare che l'oscillazione laser avviene ad una frequenza intermedia tra ν_0 e ν_q , essendo ν_q la frequenza della cavità più vicina a ν_0 ; la riga laser, in pratica, attira verso il suo centro la frequenza d'oscillazione.

Cerchiamo ora di capire su quali e quanti modi della cavità, fra tutti quelli che cadono sotto la curva di guadagno e che sono, quindi, in grado di essere amplificati all'interno della cavità, avverrà l'oscillazione laser, una volta che le perdite in cavità risultino bilanciate dal guadagno. In questa nostra discussione è importante distinguere tra sistemi laser allargati

omogeneamente e quelli allargati non omogeneamente. Noi limiteremo la nostra discussione ai sistemi del primo tipo.

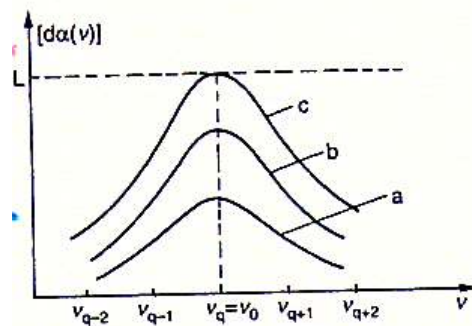


Fig. 2.5.2

Cominciamo col considerare la figura nella quale sono riportati la curva di guadagno, i modi della cavità e, con linea tratteggiata, il livello delle perdite per passaggio in cavità (L). Per semplicità, supponiamo che una delle autofrequenze della cavità (ν_q) coincida con il centro della riga di guadagno ν_0 . Le tre curve, indicate con **a**, **b** e **c**, rappresentano curve di guadagno relative a valori differenti del pompaggio. Nel caso **a**, l'inversione di popolazione creata nel mezzo dalla pompa esterna non riesce a produrre un guadagno sufficiente a bilanciare le perdite. Questo è vero per tutti i modi e quindi l'oscillazione laser non è in grado di partire all'interno della cavità. Fino a quando si resta sotto la soglia, l'inversione di popolazione e, quindi, il guadagno, risultano proporzionali al livello di pompaggio esterno. Questo è mostrato dalla curva **b** in cui ad un aumento di pompaggio esterno corrisponde un proporzionale aumento nei valori della curva di guadagno. Il guadagno massimo (che è quello che si ha per $\nu = \nu_0$), tuttavia, è ancora inferiore alle perdite ($\alpha(\nu) < \gamma$) supposte costanti a qualsiasi frequenza. Vediamo, invece, quello che accade, se il pompaggio viene aumentato fino a che, almeno in corrispondenza della frequenza ν_0 che cade al centro della risonanza atomica, il guadagno per passaggio

$(a_0 = \alpha_0 d)$ eguaglia le perdite (L). Questa situazione è mostrata dalla terza curva di guadagno (curva **c**), ed è tale che l'oscillazione laser può avvenire soltanto alla frequenza ν_0 per la quale è verificata la condizione di soglia. Teniamo ben presente che un ulteriore aumento del valore di pompaggio R al di sopra di quello di soglia R_s , non può produrre un ulteriore aumento dell'inversione di popolazione dal momento che quest'ultima resta agganciata al suo valore di soglia $(n_2 - n_1)_s$. Di conseguenza nemmeno il guadagno per passaggio può superare il valore massimo pari a $a_0 = d\alpha_0(\nu_0) = L$. D'altro canto, poiché il sistema laser è di tipo omogeneo, la funzione di forma spettrale della transizione laser $g(\nu)$, che è quella che essenzialmente determina la curva di guadagno non saturato $\alpha_0(\nu)$, descrive il comportamento di un qualunque atomo del sistema, giacché tutti gli atomi risultano identici tra loro. In conclusione, anche se aumentiamo il livello di pompaggio, la curva di guadagno del mezzo attivo rimane identica a quella del caso (c), vale a dire quella che si ottiene in corrispondenza della soglia d'oscillazione. Ne segue che il guadagno per tutte le altre frequenze proprie della cavità, esclusa ν_0 , resta sotto soglia, cioè inferiore al livello di perdita del sistema laser. Quindi, un sistema laser che presenta allargamento di tipo omogeneo, dovrebbe oscillare su di una sola frequenza (*oscillazione a singola frequenza*). In generale, si è osservato sperimentalmente che i laser allargati in maniera omogenea oscillano su più modi longitudinali, contrariamente a quanto previsto in precedenza. Tale discrepanza può essere spiegata nella maniera seguente. Va in primo luogo ricordato che un modo d'oscillazione della cavità corrisponde ad un'onda stazionaria ben definita nel risonatore e quindi anche nel mezzo attivo posto tra gli specchi. Con riferimento alla figura (2.5.3), l'onda stazionaria tra gli specchi è quella che si riferisce al campo elettrico del primo modo che inizia ad oscillare in cavità, vale a dire generalmente quello che cade più vicino alla frequenza ν_0 della riga atomica laser. Si osservi allora che in

corrispondenza dei *nod* dell'onda stazionaria, vale dire nei punti A, B, C, D ed E, il **campo elettrico del primo modo oscillante è nullo**. In tali punti, di conseguenza, l'inversione di popolazione può continuare ad aumentare, anche oltre il valore di soglia in corrispondenza del quale è partita l'oscillazione del primo modo. Ne segue che può raggiungere la soglia ed iniziare ad oscillare in cavità anche un altro modo per il quale, in precedenza, le perdite superavano il guadagno. Si può creare così all'interno della cavità una seconda onda stazionaria, corrispondente al secondo modo oscillante, che presenta i suoi massimi, vale a dire quelli che sono definiti *ventri dell'onda*, proprio nelle zone di materiale attivo “non sfruttate” dal primo modo, in pratica nei punti A, B, C, ecc. In breve, diremo che il volume del mezzo attivo non “sfruttato” resta a disposizione di altri modi che possono così anche essi oscillare in cavità.

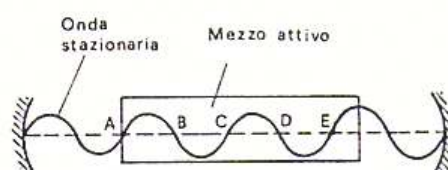


Fig. 2.5.3

2.7 Oscillazione laser su singolo modo

In molte applicazioni risulta vantaggioso utilizzare laser che oscillino emettendo sul singolo modo trasverso e sul singolo modo longitudinale. Se funzionante in tali condizioni, un laser rappresenta la più vicina approssimazione ad una sorgente di luce monocromatica ideale. Infatti, in questo caso, la sua riga d'emissione risulta particolarmente stretta. Purtroppo è noto che un sistema laser non opera in maniera spontanea su un **singolo modo**, ma piuttosto su **molti modi**. L'operazione di *isolare un singolo modo trasverso*, eliminando tutti gli altri, non è complicata. Se si

vuole forzare il laser ad oscillare su un modo la cui configurazione trasversa sia fissata, ad esempio, su quello fondamentale TEM_{00} , è sufficiente, infatti, inserire all'interno della cavità un opportuno diaframma, disposto lungo l'asse ottico, il cui foro centrale presenti un diametro sufficientemente piccolo. Le perdite così introdotte per i modi trasversi di ordine più alto ($m \neq 0, n \neq 0$), che sono caratterizzati da distribuzioni di campo più discoste dall'asse ottico, forzano tali modi a non oscillare. Questo metodo presenta l'ovvio svantaggio di introdurre perdite per diffrazione, non desiderate, anche per il metodo TEM_{00} che si vuole far oscillare. Ne segue che la selezione del singolo modo trasverso si ottiene a spese della potenza d'uscita finale.

Un sistema laser operante nel singolo modo trasverso continua, tuttavia, ad oscillare su svariati modi longitudinali, cioè modi con valori fissati degli indici trasversi m ed n e valori differenti per l'indice longitudinale q . Forzare il laser ad oscillare su di un singolo modo longitudinale risulta, tuttavia, più delicato. Ricordiamo che i vari modi longitudinali sono separati in frequenza di una quantità $\Delta\nu = (v/2d)$, con d che rappresenta la lunghezza della cavità. E' evidente allora che, se si diminuisce la lunghezza della cavità, il valore di $\Delta\nu$ aumenta e, quindi, diminuisce parallelamente il numero di modi longitudinali che cadono sotto la curva di guadagno laser. Di conseguenza, un modo possibile per forzare il fascio laser ad oscillare su di un singolo modo longitudinale consiste nel disegnare una cavità risonante di lunghezza sufficientemente piccola in modo tale che soltanto un modo longitudinale possa cadere sotto la curva di guadagno. Il notevole inconveniente di questa tecnica consiste nel fatto che cavità laser corte implicano, ovviamente, che la lunghezza del mezzo attivo sia parimenti piccola e questo limita severamente il valore della potenza d'uscita. Un'altra tecnica per forzare il fascio laser ad oscillare su un singolo fascio longitudinale, senza per questo rinunciare a potenze d'uscita

sufficientemente elevate, è quello di introdurre notevoli perdite addizionali per tutti i modi presenti sotto la curva di guadagno tranne che per uno. Questo può essere realizzato introducendo uno o più specchi aggiuntivi nella cavità che viene, in questo modo, trasformata, in effetti, in due cavità accoppiate. L'interferenza tra i fasci luminosi prodotti dalle due cavità conduce ad una ridistribuzione della potenza tra i vari modi longitudinali oscillanti. Scegliendo in maniera opportuna la riflettività e la posizione degli specchi aggiuntivi si può aumentare l'intensità di uno specifico modo longitudinale e, nello stesso tempo, far aumentare le perdite per tutti quanti gli altri.

2.8 Laser a gas

Nei laser a gas il mezzo attivo è costituito da miscele gassose di specie atomiche oppure molecolari, a pressioni variabili tra una decina di millibar (vale a dire un centesimo di atmosfera) e qualche atmosfera, a seconda del tipo di sorgente laser. Nella stragrande maggioranza dei casi il pompaggio esterno necessario a creare inversione di popolazione nel mezzo gassoso è prodotto da una scarica elettrica. In breve, il gas viene posto tra due elettrodi ai capi dei quali compare una differenza di potenziale in grado di spezzare i legami atomici o molecolari all'interno del gas e renderlo, di conseguenza, conduttore. Gli elettroni della scarica nel passaggio dal catodo verso l'anodo producono, per collisione, ionizzazione ed eccitazione degli atomi e delle molecole presenti, generando in questo modo altri elettroni necessari a sostenere la scarica stessa e l'inversione di popolazione desiderata. Tali fondamentali processi sono schematizzabili nella maniera seguente:

- IONIZZAZIONE $e + X \rightarrow 2e + X^+$,
- ECCITAZIONE $e + X \rightarrow e + X^*$,

dove e rappresenta un elettrone, X una generica specie chimica, atomica oppure molecolare, ed X^+ e X^* uno ione di tale specie ed un suo stato eccitato, rispettivamente.

In generale, la scarica elettrica di eccitazione può essere sia di tipo impulsato che di tipo continuo; di conseguenza, distingueremo tra sistemi laser a gas che operano in regime pulsato e sistemi laser a gas che operano in regime continuo. Nel caso di **eccitazione pulsata**, gli elettrodi sono posti a breve distanza (5-20cm) l'uno dall'altro ed in direzione ortogonale all'asse ottico; in questo caso si parla di *schema di eccitazione trasversale*. La geometria viene mostrata in figura.

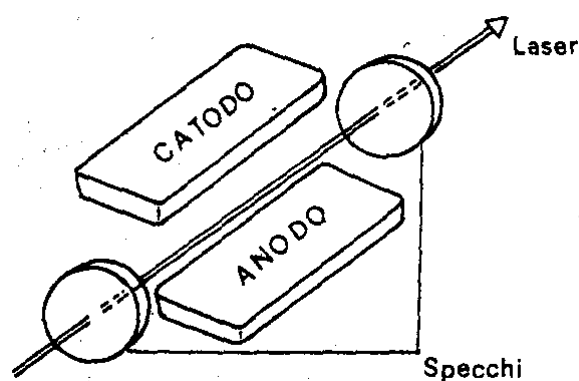


Fig.2.7.1

In tale tipo di laser impulsato, la pressione del gas può essere notevolmente elevata, la tensione ai capi degli elettrodi piuttosto elevata (20-30KV) e la densità di corrente corrispondente molto elevata ($100-1000 A/cm^2$). Le durate delle scariche sono tipicamente variabili tra 50 e 500 nsec, con emissione di impulsi laser relativamente brevi (1-100 nsec) e con elevate potenze di picco (fino al GW ed oltre). Nei sistemi laser a regime pulsato, quindi, una notevole quantità di energia viene immessa nel sistema gassoso in tempi molto brevi e questo conduce alla generazione

di impulsi molto potenti. La temperatura che viene raggiunta in tali scariche è dell'ordine dei $1000^{\circ}K$ e si utilizzano, per questo motivo, sistemi di flusso che consentono al gas di circolare in modo tale che la miscela gassosa sottoposta a scarica sia sempre fresca. Laser a gas impulsati funzionano con frequenze tipiche di 10-100 Hz. Nel caso di **eccitazione continua** si utilizzano invece *scariche a bagliore autosostenute* con una *geometria longitudinale*: l'asse ottico ed il campo elettrico presente tra gli elettrodi sono tra loro paralleli. In tali sistemi laser a regime continuo gli elettrodi sono posti ad una distanza dell'ordine della frazione di metro ($\cong 10-100cm$), si hanno tensioni meno elevate rispetto al caso dell'eccitazione pulsata ($\cong 1000V$) e pressioni tipiche di un decimo di atmosfera. Le scariche sono caratterizzate da basse densità di corrente ($0.001-0.1A/cm^2$) ed avvengono a temperatura ambiente. L'emissione in continua di laser a gas è tipicamente compresa, tranne particolari sistemi, nell'intervallo 1 mW-100 W. La classe generale dei laser a gas può essere suddivisa in tre categorie principali:

- laser a gas atomici neutri;
- laser a gas atomici ionizzati;
- laser a gas molecolari.

Nei primi, per la transizione laser, si sfruttano livelli elettronici eccitati di specie atomiche. Poiché tali livelli differiscono di qualche eV ($1\div 3eV$) l'emissione laser cade molto spesso nel visibile o nel vicino IR (da 0.4 a 5 μm). Un esempio tipico è rappresentato dal fondamentale gas a He-Ne che tratteremo dettagliatamente nel seguito.

I secondi, invece, oscillano su transizioni tra i livelli energetici (elettronici) di ioni atomici quali, ad esempio, Kr^+, Ar^+ . Essi emettono generalmente nel visibile e vicino UV (tra 0.3 μm e 1 μm).

Infine, i terzi coprono un intervallo spettrale molto vasto che va dall'UV al lontano IR. In quest'ultimo caso (emissione nel lontano IR), l'oscillazione laser avviene tra i livelli rotazionali appartenenti allo stesso stato elettronico e vibrazionale di una molecola. Si sfruttano, perciò, transizioni puramente rotazionali e le differenze energetiche in gioco ($\Delta E_R = h\nu$) comportano emissione nel lontano IR, tra 10 e 200 μm .

2.9 Laser ad He-Ne

L'esempio tipico di laser a gas atomici neutri è quello che sfrutta per l'oscillazione le transizioni tra vari stati elettronici eccitati dell'atomo di Ne. Il laser ad He-Ne è stato il primo laser a gas ad operare in regime di emissione continua. Esso può oscillare su una delle seguenti tre lunghezze d'onda: $\lambda_1 = 3.39\mu\text{m}$, $\lambda_2 = 1.15\mu\text{m}$ nel vicino IR, e $\lambda_3 = 632.8\text{nm}$ nel visibile. Quest'ultima lunghezza d'onda, che cade nel rosso, è quella che ha reso celeberrimo e molto diffuso il laser ad He-Ne.

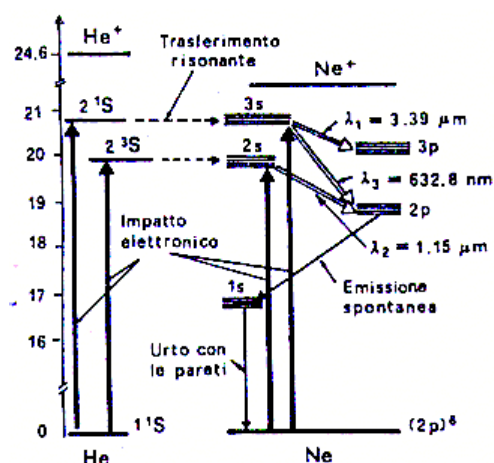
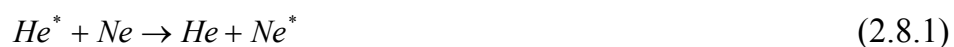


Fig. 2.8.1

Lo schema dei livelli dell'Elio e del Neon riportato in figura, in cui viene utilizzata la consueta notazione atomica per catalogare i vari stati

elettronici dei due gas nobili, ci aiuta a chiarire il meccanismo di funzionamento di tale sistema laser. La scarica elettrica di pompaggio è continua, presenta geometria longitudinale e le tensioni applicate tra gli elettrodi sono tipicamente di un migliaio di Volt. La miscela gassosa, che si trova ad una pressione complessiva di circa 1 mbar, è composta da atomi di Elio e di Neon, con una pressione parziale dell'Elio da 5 a 10 volte superiore a quella del Neon. Gli elettroni più energetici della scarica, oltre ad ionizzare le specie presenti, eccitano gli atomi di Elio nei livelli energetici designati come 2^3S e 2^1S . Questi due livelli godono di una doppia proprietà. Da un lato, essi sono quasi risonanti con i livelli eccitati $3s$ e $2s$ del Neon, cui possono perciò trasmettere l'eccitazione in maniera molto efficiente, dall'altro, tali livelli sono **metastabili** dal momento che essi non possono decadere radiativamente verso lo stato fondamentale dell'Elio (1^1S), a causa delle *regole di selezione* che regolano le transizioni di dipolo elettrico. Le loro vite medie radiative risultano perciò piuttosto lunghe, su scala microscopica, e pari a 10^{-4} sec, per il livello 2^3S , e 5×10^{-6} sec per il livello 2^1S . E' allora evidente che tali stati metastabili dell'Elio rappresentano un comodo serbatoio di energia a cui attingere per popolare i livelli del Neon che fanno poi da livello laser superiore (livelli $2s$ e $3s$). Nella collisione si ha la reazione seguente:



rappresentata dalle linee tratteggiate orizzontali in figura (2.8.1), e la piccola differenza in termini energetici è compensata a spese dell'energia termica degli atomi che collidono. Sebbene i livelli $3s$ e $2s$ del Neon vengano anche eccitati direttamente attraverso collisioni atomiche, la (2.8.1) rappresenta il principale meccanismo di pompaggio nel laser ad He-Ne. I livelli laser inferiori sono quelli, denotati con $3p$ e $2p$, verso i quali le regole di selezione rendono possibili le transizioni radiative dai livelli laser

superiori. Il tempo di decadimento radiativo dagli stati di tipo s del neon (livello superiore) è, inoltre, di circa 100 nsec e, quindi, circa dieci volte più lungo del tempo di decadimento, anch'esso essenzialmente radiativo, dagli stati di tipo p verso il livello 1s del Neon ($\cong 10ns$). E' pertanto soddisfatta la condizione ($t_2 > t_1$) necessaria affinché il laser possa funzionare in regime continuo. Ricordiamo che il laser He-Ne rientra nella categoria dei *laser a quattro livelli*.

L'oscillazione laser può avvenire su una qualsiasi delle righe suddette. Quella a $\lambda_1 = 3.39\mu m$, tra il sottolivello $3s_2$ del gruppo 3s e quello $3p_4$ del gruppo 3p, è quella che presenta maggior guadagno e, quindi, è su questa transizione che il laser tenderebbe ad oscillare normalmente. Quella a $\lambda_2 = 1.15\mu m$ si riferisce alla transizione $2s_2 \rightarrow 2p_4$. Infine, quella celeberrima a $\lambda_3 = 632.8nm$ nel visibile, utilizzata in tutti i laser commerciali ad He-Ne, si riferisce alla transizione $3s_2 \rightarrow 2p_4$. La lunghezza d'onda della radiazione effettivamente emessa dipende dal tipo di specchi che vengono scelti per la cavità laser. In generale, sono utilizzati **specchi a multistrati dielettrici** ad altissima riflettività che sono costruiti in modo tale da avere la massima riflettività alla lunghezza d'onda desiderata; tale lunghezza d'onda sarà l'unica ad oscillare, risultando le perdite in cavità troppo elevate per tutte quante le altre.

Per quel che concerne i meccanismi di scarica in questo tipo di laser, osserviamo che il livello 1s del Neon è metastabile e, di conseguenza, su questo livello tendono ad accumularsi, attraverso un processo di decadimento radiativo, gli atomi del livello laser inferiore. Ne segue che le popolazioni dei livelli 1s e 2p tendono ad equilibrarsi e questo comporta, ovviamente, uno svuotamento poco rapido del livello laser inferiore e quindi una diminuzione del valore dell'inversione di popolazione del mezzo attivo. In effetti, l'unico metodo di diseccitazione efficace per svuotare il

livello metastabile 1s del Neon e, quindi, anche il livello laser inferiore, è fornito dagli urti contro le pareti di vetro che contiene il gas. Questo spiega perché il guadagno di un laser He-Ne operante sulla transizione a 632.8 nm risulta inversamente proporzionale al raggio del tubo si scarica. In effetti, esiste un valore ottimale per tale raggio, poiché diametri troppo piccoli producono apprezzabili perdite per diffrazione della radiazione oscillante all'interno della cavità.

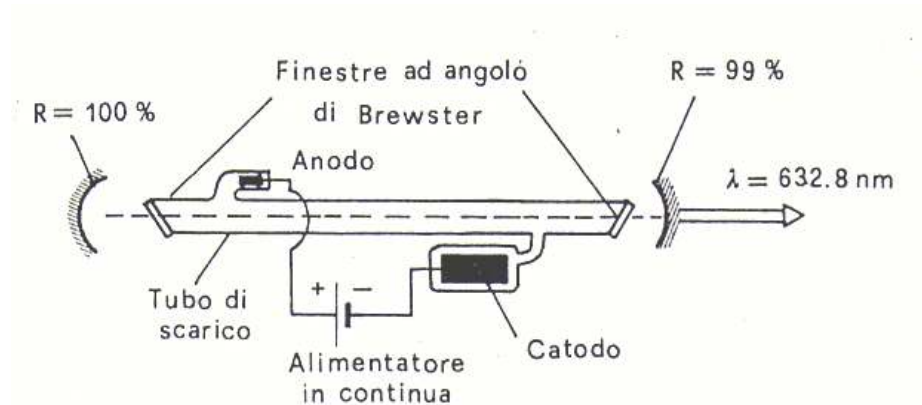


Fig. 2.8.2

In laser He-Ne, normalmente reperibile in commercio, la scarica è di tipo longitudinale con il campo elettrico diretto parallelamente all'asse ottico. Gli specchi ad altissima riflettività ($R > 99\%$) sono posti esternamente alla zona in cui avviene la scarica. Infatti, la miscela gassosa è contenuta in un tubo di vetro chiuso ermeticamente da finestre trasparenti inclinate di un angolo detto **angolo di Brewster** che rendono la radiazione emessa *polarizzata linearmente* nel piano di incidenza (Si tratta del piano del foglio). Questo consente di eliminare le perdite per riflessione che si avrebbero in caso di finestre perpendicolari all'asse ottico ($\cong 4\%$), che risulterebbero insopportabili per un sistema a basso guadagno come il laser ad He-Ne. Per incidenza all'angolo di Brewster, infatti, le finestre presentano il 100% di trasmittività per luce il cui campo elettrico giace nel piano di incidenza. La necessità di tenere gli specchi fisicamente separati

dal luogo dove avviene la scarica è legata al fatto che i rivestimenti dielettrici presenti su di essi per innalzarne la riflettività verrebbero rapidamente danneggiati dalle impurezze che si formano nella scarica elettrica. Il laser ad He-Ne è caratterizzato da potenze di uscita di qualche mW (1-10mW). La riga della transizione laser, peraltro relativamente stretta, è allargata essenzialmente per effetto Doppler, date le basse pressioni gassose utilizzate. Infine, in questo tipo di laser, è possibile ottenere oscillazioni sul singolo modo longitudinale accorciando la lunghezza d della cavità fino a circa 10-15cm, in maniera tale che la separazione ($c/2d$) tra i modi longitudinali sia paragonabile con la larghezza della riga ($\Delta\nu_0 \cong 1.7GHz$).

2.10 Definizione di Interferenza

E' noto che la luce può essere vista o come un insieme di fotoni o come un insieme di onde elettromagnetiche, a seconda del tipo di esperimento che viene realizzato. Nel secondo caso, un'equazione differenziale omogenea e parzialmente lineare è sufficiente per descrivere completamente la propagazione delle onde di luce. In questo modo, anche per le onde elettromagnetiche può essere utilizzato il principio di sovrapposizione dei campi vettoriali. In generale, l'interferenza può essere definita come un'interazione fra due o più onde elettromagnetiche che dà luogo ad un'irradiazione risultante che differisce dalla somma delle irradiazioni componenti. Consideriamo due onde polarizzate linearmente del tipo:

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \omega t - \delta_1) \quad (2.9.1)$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{02} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \omega t - \delta_2) \quad (2.9.2)$$

E' ovvio, dunque, che l'onda che si ottiene sommando le precedenti due può essere posta nella forma:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t) \quad (2.9.3)$$

La frequenza di un'onda elettromagnetica è straordinariamente elevata e molto complicata da rilevare. In ogni caso, l'irradiazione (irradianza) complessiva I può essere misurata direttamente ricorrendo ad una grande varietà di sensori, nel modo seguente:

$$I = c\epsilon_0 \left\langle \vec{E}^2 \right\rangle = c\epsilon_0 \left\langle \left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2 \right)^2 \right\rangle \quad (2.9.4)$$

laddove la parentesi triangolari, evidentemente, denotano la media temporale del termine contenuto all'interno delle parentesi. Cominciamo ad eseguire il quadrato del termine racchiuso in parentesi tonde:

$$\begin{aligned} & \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \cdot \vec{E}_2 + 2 \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = \\ & = E_{01}^2 \cos^2(\vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \omega t - \delta_1) + E_{02}^2 \cos^2(\vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \omega t - \delta_2) + \\ & + 2 \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \omega t - \delta_1) \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \omega t - \delta_2) = \end{aligned}$$

Ricordando che:

$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ e che, quindi:

$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$, abbiamo ancora:

$$\begin{aligned} & = E_{01}^2 \frac{1 + \cos \left[2 \left(\vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \omega t - \delta_1 \right) \right]}{2} + E_{02}^2 \frac{1 + \cos \left[2 \left(\vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \omega t - \delta_2 \right) \right]}{2} + \\ & + 2 \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \omega t - \delta_1) \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \omega t - \delta_2) \end{aligned}$$

Ricordando ora la seguente formula di prostaferesi:

$$\begin{aligned} \cos p + \cos q &= 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}, \text{ si ha quindi:} \\ &= E_{01}^2 \frac{1 + \cos \left[2 \left(\vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \omega t - \delta_1 \right) \right]}{2} + E_{02}^2 \frac{1 + \cos \left[2 \left(\vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \omega t - \delta_2 \right) \right]}{2} + \\ &+ E_{01} \cdot E_{02} \cos \left(\vec{k} \cdot \vec{r}_1 + \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - 2\omega t - \delta_1 - \delta_2 \right) + E_{01} \cdot E_{02} \cos \left(\vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \delta_1 + \delta_2 \right) \end{aligned} \quad (2.9.5)$$

Eseguendo la media temporale dell'espressione alla quale siamo pervenuti, si ottiene dunque:

$$I = \frac{c\epsilon_0}{2} \left[E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2 \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \left\langle \cos \left(\vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \delta_1 + \delta_2 \right) \right\rangle \right] \quad (2.9.6)$$

e più brevemente:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \left[2\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} + \delta_2 - \delta_1 \right) \right] \quad (2.9.7)$$

$$\text{con } I_1 = \frac{c\epsilon_0}{2} E_{01}^2 \text{ e } I_2 = \frac{c\epsilon_0}{2} E_{02}^2.$$

Si vede che l'intensità del fascio, ottenuto per interferenza fra i due fasci di partenza, non è semplicemente la somma delle intensità dei due fasci presi singolarmente, ma bisogna considerare anche un termine detto di **interferenza**. Dal momento che nei normali interferometri viene utilizzata per ambedue le onde un'unica sorgente laser, la differenza di fase che compare nella (2.9.7), vale a dire $(\delta_2 - \delta_1)$, si annulla; di conseguenza, la (2.9.7) si semplifica in:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left[2\pi\left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda}\right)\right] \quad (2.9.8)$$

Facciamo alcune considerazioni.

Se la differenza tra i cammini delle due onde, vale a dire Δr , è un multiplo intero della lunghezza d'onda, l'intensità del fascio risultante sarà pari a 4 volte l'intensità di ciascuno dei due fasci di partenza considerati singolarmente. Se, invece, il rapporto $\Delta r/\lambda$ assume un valore del tipo 0.5, 1.5, 2.5 ecc, l'intensità del fascio risultante è pari a zero. Negli interferometri reali il fascio di misura è riflesso da uno specchio la cui posizione può essere regolata; questo implica che la lunghezza del cammino ottico è pari al doppio dello spostamento dell'oggetto.

2.11 Definizione di Coerenza

In tutte le considerazioni fatte finora, ci siamo sempre implicitamente riferiti a sorgenti di luce perfettamente monocromatica. E' noto che il caso di perfetta monocromaticità corrisponde a completa coerenza di un'onda elettromagnetica, mentre un contenuto spettrale estremamente ricco dà luogo a disturbi completamente incoerenti. Inoltre abbiamo sempre considerato sorgenti di radiazione puntiformi. In pratica, però, nessuna sorgente fisica reale è strettamente monocromatica, dal momento che anche le più strette righe atomiche presentano una larghezza finita. Inoltre, la quasi totalità delle sorgenti fisiche reali non è puntiforme, ma presenta dimensioni finite ed è costituita da un numero elevatissimo di emettitori elementari, vale a dire gli atomi. I disturbi prodotti da una sorgente reale possono essere espressi, in base all'analisi di Fourier, come la somma di infinite componenti strettamente monocromatiche corrispondenti, quindi, a treni d'onda infinitamente lunghi. Riferirsi ad un'onda perfettamente monocromatica significa quindi restringere l'analisi

al comportamento di una sola di tali componenti della rappresentazione di Fourier. Tutte le situazioni intermedie tra i due casi estremi di cui abbiamo parlato, che costituiscono comunque la maggioranza delle situazioni reali, rientrano nel dominio della coerenza parziale.

Il campo elettrico associato ad un'onda **perfettamente monocromatica** è caratterizzato, in un generico punto P dello spazio, da un **valore costante dell'ampiezza** e da una fase che **varia linearmente con il tempo**. Utilizzando la notazione complessa, per un tale disturbo elettrico possiamo scrivere:

$$V(t) = A_0 e^{-i\omega_0 t} \quad (2.10.1)$$

con A_0 costante, ed avendo tralasciato la parte spaziale della fase calcolata nel punto assegnato P. Questa situazione **ideale** è irrealizzabile attraverso una qualsiasi sorgente reale di radiazione elettromagnetica: in pratica, la fase e l'ampiezza del campo sono soggette a fluttuazioni irregolari. *La rapidità che caratterizza tali fluttuazioni è essenzialmente legata alla effettiva larghezza spettrale $\Delta\nu$, centrata attorno ad un valore medio ν_0 , con cui la sorgente emette. Nel caso in cui $\Delta\nu \ll \nu_0$, si ha un'onda **quasi monocromatica**. Tale onda può essere pensata come costituita da una serie di treni d'onda finiti con **fase relativa variabile casualmente nel tempo**. Il disturbo elettrico che ne consegue presenta un'ampiezza che rimane essenzialmente costante nel tempo soltanto durante un intervallo di tempo Δt che ha un ordine di grandezza pari all'inverso di $\Delta\nu$. In tale intervallo temporale la variazione della fase relativa fra due qualunque componenti di Fourier è molto minore di 2π , e la somma di due fra tali componenti rappresenta un disturbo che durante l'intervallo di tempo Δt si comporta come fosse un'onda monocromatica con frequenza ν_0 . Un tale disturbo elettrico può essere rappresentato nella forma:*

$$V(t) = [A(t)e^{i\Phi(t)}]e^{-i\omega_0 t}$$

Con $A(t)$ e $\Phi(t)$ funzioni reali del tempo ed $\omega_0 = 2\pi\nu_0$. La quantità racchiusa in parentesi quadre rappresenta l'ampiezza complessa dell'onda. Nella figura è mostrata schematicamente la variazione temporale della fase $\Phi(t)$. Questa può ritenersi in pratica costante per un tempo pari a circa $\Delta(t)$ dopodichè varia improvvisamente ed in maniera casuale tra 0 e 2π . Tale sequenza si ripete indefinitamente.

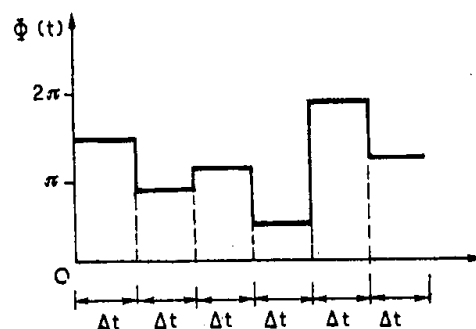


Fig. 2.10.1

Per quanto concerne l'ampiezza, sarebbe possibile disegnare un grafico del tutto analogo. Il disturbo elettrico risultante varia, dunque, sinusoidalmente, per un tempo pari a $\Delta(t)$. In altri termini, la frequenza del campo elettrico varia lentamente nel tempo (se confrontata alla rapidità con cui oscilla il campo: $\nu_0 \cong 10^{15}$ Hz nel visibile) attorno al valore medio ν_0 . La quantità $\Delta t \cong 1/\Delta\nu$ rappresenta quello che viene definito **tempo di coerenza dell'onda** e rappresenta l'intervallo temporale in cui è possibile predire la fase dell'onda in un assegnato punto dello spazio P. La caratteristica di un disturbo elettrico, vale a dire il suo grado di coerenza temporale, può essere riguardata sotto un altro punto di vista. Si considerino, infatti, due punti P_1 e P_2 giacenti su di una stessa semiretta tracciata a partire da una sorgente puntiforme S quasi monocromatica, come mostrato.

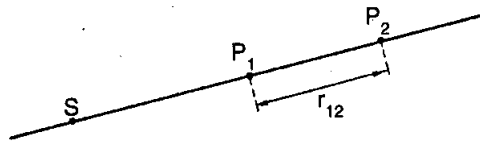


Fig. 2.10.2

Se la *lunghezza di coerenza* $\Delta l = c\Delta t$, con **c** **velocità della luce all'interno del mezzo considerato** e Δt **tempo di coerenza delle onde emesse dalla sorgente S**, è molto più grande della distanza r_{12} tra P_1 e P_2 ($\Delta l \gg r_{12}$), un singolo treno d'onda si estende da P_1 a P_2 . In questo caso, il disturbo presente in P_1 è fortemente correlato a quello presente in P_2 . Nel caso contrario, vale a dire se ($\Delta l < r_{12}$), molti treni d'onda, ciascuno con fase scorrelata rispetto a quella di tutti gli altri, saranno presenti nel tratto compreso tra P_1 e P_2 . E' chiaro allora che, in questo caso, i disturbi elettrici presenti in P_1 e P_2 risultano del tutto indipendenti e, quindi, completamente scorrelati fra di loro, in qualunque istante di tempo li si consideri. Il grado di correlazione esistente tra i disturbi elettrici presenti nei due punti P_1 e P_2 viene sovente indicato come grado di **coerenza spaziale longitudinale**. E' comunque evidente che sia il tempo di coerenza Δt che la lunghezza di coerenza Δl sono legate alla larghezza di banda finita $\Delta \nu$ con cui emettono le sorgenti reali.

La divisione degli effetti della coerenza della luce in due grosse categorie, vale a dire temporale e spaziale, sebbene artificiosa, è spesso molto conveniente. In definitiva, la coerenza temporale è essenzialmente collegata al problema della larghezza di banda finita di una sorgente. Il concetto di *coerenza spaziale* è invece utilizzato per descrivere gli effetti dovuti alle dimensioni finite di una qualunque sorgente ordinaria di luce.

2.12 Interferometri

La relazione (2.9.8) del paragrafo 2.9 mostra che, in generale, quando vengono sommate due onde monocromatiche aventi la stessa frequenza, differenza di fase costante ed il medesimo stato di polarizzazione (onde componenti), otteniamo un'onda risultante la cui intensità I non è semplicemente pari alla somma $I_1 + I_2$ delle intensità delle onde componenti. L'intensità I dell'onda risultante è massima quando $\cos\Delta=1$ vale a dire nel caso in cui $\Delta = \left[2\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} \right) \right] = 0 \pm 2n\pi$ (in questo caso si parla di onde componenti in fase); la medesima intensità è, invece, minima nel caso in cui $\cos\Delta=-1$, cioè se $\Delta = \left[2\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} \right) \right] = \pi \pm 2n\pi$ (si parla di onde componenti in opposizione di fase); è infine pari alla somma delle intensità delle onde componenti nel caso in cui $\cos\Delta=0$, cioè se $\Delta = \left[2\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} \right) \right] = \pm \frac{\pi}{2} + 2n\pi$ e si parla di onde componenti in quadratura.

Il fenomeno dell'interferenza avviene a prescindere dalla frequenza delle due onde monocromatiche (**che condividono la medesima frequenza**) che vengono sommate.

Va osservato, tuttavia, che **se le due onde componenti provengono da due differenti sorgenti di luce naturale** non si verifica il fenomeno dell'interferenza. Questo può essere compreso osservando, come già abbiamo detto nel paragrafo precedente, che un fascio di luce naturale è costituito da un gran numero di treni d'onda elementari, ciascuno caratterizzato da una fase iniziale completamente scorrelata dalla fase di tutti gli altri. Nella (2.9.8) del paragrafo 2.9 va, di conseguenza, eseguito il valor medio di φ_1 e di φ_2 (e dunque anche della differenza fra le fasi, vale a dire $\varphi_2 - \varphi_1$) considerato che ogni strumento di misura rivela il valor medio dell'intensità di molti treni d'onda. In questo caso diremo che **le due**

sorgenti di luce sono fra di loro incoerenti. Considerato che il valor medio di $\cos\Delta$ è nullo, in questo caso la relazione specificata fornisce $I = I_1 + I_2$ cioè l'intensità dell'onda risultante dovuta alla sovrapposizione di due onde fra loro incoerenti è pari alla somma delle intensità delle due onde componenti e non assistiamo al fenomeno dell'interferenza. Si deduce, di conseguenza, che il fenomeno dell'interferenza ha luogo soltanto nel caso in cui le due onde, di uguale frequenza, sono fra loro coerenti, vale a dire se la loro differenza di fase ha un valore ben definito e costante.

In generale, due onde elettromagnetiche fra di loro coerenti vengono ottenute **suddividendo in due raggi un'unica onda originaria (onda primaria), e portando i due raggi componenti a sovrapporsi nuovamente dopo averli opportunamente sfasati fra di loro facendo compiere loro differenti percorsi.** In questi casi, ognuno dei treni d'onda costituenti l'onda primaria viene suddiviso in due parti; tali parti vengono portate a sovrapporsi con lo stesso sfasamento relativo, per cui Δ ha in effetti un valore ben definito e costante.

Quando l'energia dell'onda risultante è minore di quella delle onde componenti (onde in opposizione: si parla di **interferenza distruttiva**) si potrebbe pensare di interpretare il fatto imputandolo ad un fenomeno di tipo dissipativo associato con l'interferenza; questa interpretazione è sbagliata dal momento che nel caso dell'**interferenza costruttiva** (onde in fase) l'intensità dell'onda risultante è maggiore della somma delle intensità delle onde primarie.

Un interferometro, ovviamente, si basa sui principi dell'interferenza costruttiva e di quella distruttiva. I costituenti di base di un interferometro di Michelson sono una sorgente di luce monocromatica, solitamente, una sorgente di luce laser, un rivelatore, due specchi ed un terzo specchio semitrasparente. Vediamone il principio di funzionamento riferendoci alla figura.

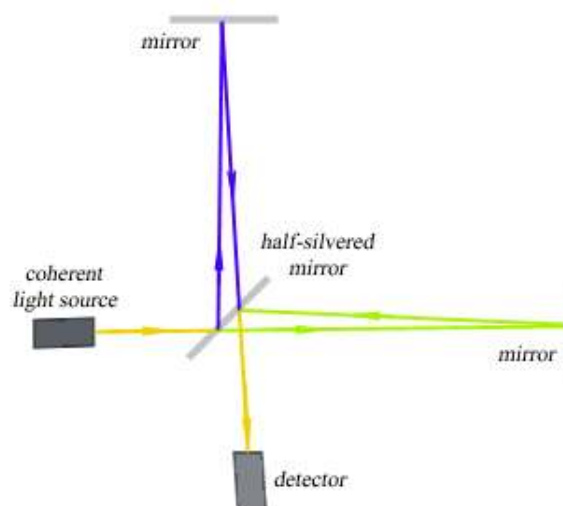


Fig. 2.11.1: Schema di funzionamento di un Interferometro di Michelson

Notiamo due distinti cammini ottici dalla sorgente di luce fino al rivelatore. L'onda primaria, che viene generata dalla sorgente di luce coerente, è suddivisa in due distinti raggi da uno specchio semitrasparente. Uno di questi due raggi componenti secondari è, inoltre, deviato dallo specchio semitrasparente, colpisce lo specchio superiore dell'interferometro e viene riflesso all'indietro da quest'ultimo; tale raggio, poi, raggiunge il rivelatore, passando attraverso lo specchio semitrasparente. Il secondo fra i due raggi componenti secondari non viene invece deviato dallo specchio semitrasparente, lo attraversa e raggiunge lo specchio dell'interferometro posto sulla destra. Il raggio quindi viene riflesso all'indietro dallo specchio in questione andando a colpire nuovamente lo specchio semitrasparente e da quest'ultimo viene deviato verso il rivelatore così come accadeva nel caso del primo raggio componente. Notiamo che:

- Se i due cammini ottici differiscono di un **numero intero** (incluso lo zero) di lunghezze d'onda, allora si ha interferenza costruttiva e al rivelatore arriva un segnale di intensità molto forte;
- Se i due cammini ottici differiscono di un numero intero e mezzo di lunghezze d'onda (vale a dire di un numero di lunghezze d'onda pari

a 0.5, 1.5, 2.5 ecc), allora assistiamo ad interferenza distruttiva ed al rilevatore viene percepito un segnale molto debole.

Vi sono molti tipi d'interferometri. Essi, in ogni caso, si basano tutti sullo stesso principio di funzionamento, anche se sono caratterizzati da differenti geometrie.

Si consideri ora quello che viene definito Interferometro di Mach-Zehnder.

Per questa nostra discussione riferiamoci alla figura riportata in basso.

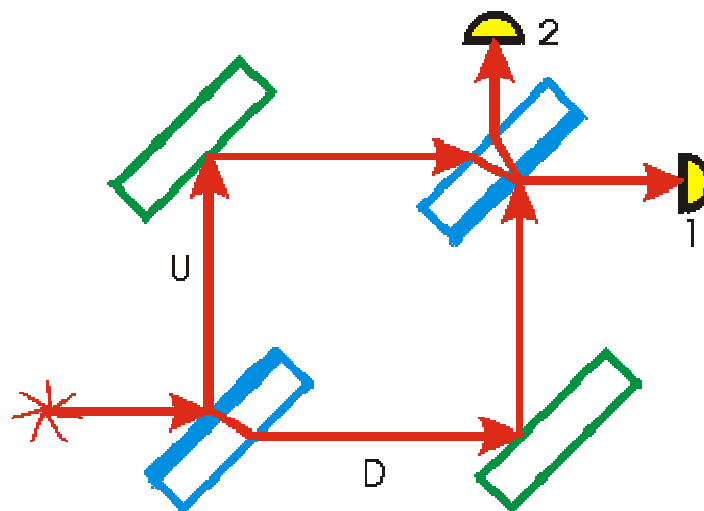
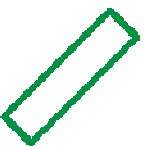


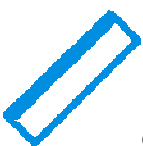
Fig. 2.11.2

Dove:

il simbolo * rappresenta la sorgente di luce;

il simbolo  rappresenta il rilevatore;

il simbolo  denota ciascuno degli specchi riflettenti;

 denota lo specchio semi trasparente.

Si verifica, nonostante quanto mostrato in figura, che tutta la luce proveniente dalla sorgente finisce sul rivelatore 1, mentre sul rivelatore 2 non finisce alcun raggio. Facciamo alcune importanti considerazioni:

- Lo specchio semitrasparente riflette soltanto il 50% della luce che incide su di esso e rifrange (lascia passare) l'altro 50% della radiazione elettromagnetica che incide su di esso. Simili specchi vengono definiti *beam splitters* (separatori di fascio).
- La velocità della luce nell'aria è quasi uguale alla velocità c di propagazione della luce nel vuoto. In termini dell'indice di rifrazione si ha che $n = c/v$, laddove v è la velocità di propagazione della luce nel mezzo. Si deduce quindi che l'indice di rifrazione dell'aria è quasi pari ad uno.
- La velocità della luce attraverso il vetro è significativamente inferiore a c . Per la maggior parte dei vetri l'indice di rifrazione assume un valore dell'ordine di 1.5. Viste le cose in maniera capovolta, potremmo affermare che la velocità della luce attraverso il vetro assume un valore dell'ordine di $2/3$ la velocità della luce nel vuoto.
- Quando un raggio di luce incide su di una superficie ed il mezzo dall'altra parte della superficie presenta un indice di rifrazione **più elevato** (è proprio quello che si verifica nel passaggio aria-vetro, in quanto l'aria presenta un indice di rifrazione approssimativamente pari ad 1 mentre abbiamo già detto che la maggior parte dei vetri presenta un indice di rifrazione pari ad 1.5), allora la frazione di luce che viene riflessa subisce uno **sfasamento di mezza lunghezza d'onda**.

- Nel caso in cui un raggio di luce incide su di una superficie ed il mezzo disposto dall'altra parte della superficie presenta un indice di rifrazione **più basso** (es. passaggio aria-altro materiale), allora la frazione di luce che viene riflessa non subisce alcuno sfasamento.
- Quando un raggio di luce si porta da un mezzo ad un altro, la sua direzione varia a causa della rifrazione ma nessun cambiamento di fase si verifica in corrispondenza delle superfici dei due mezzi.
- Quando un raggio di luce viaggia attraverso un mezzo, come ad esempio una piastra di vetro, la sua fase varia di una quantità che dipende dall'indice di rifrazione del mezzo e dalla lunghezza del cammino ottico attraverso il mezzo.

Servendoci della figura, facciamo ora alcune considerazioni a proposito dei cammini ottici dei due fasci di luce

Per quanto concerne il fascio U, notiamo che questo viene riflesso dalla superficie frontale del beam splitter e, per la quarta proprietà riportata sopra, il fascio U subisce una variazione di fase pari a mezza lunghezza d'onda. Il medesimo fascio viene ancora una volta riflesso, anche se questa volta dallo specchio superiore sinistro e subisce un ulteriore cambiamento di fase pari a mezza lunghezza d'onda. Infine, il fascio viene trasmesso al ricevitore 1 attraverso il beam splitter superiore destro che, a sua volta, induce un cambiamento di fase costante nel fascio U per l'ultima proprietà riportata più sopra.

Per quel che riguarda, invece, il fascio D, notiamo che esso, passando attraverso lo specchio semi trasparente inferiore, subisce uno sfasamento costante per l'ultima delle proprietà riportate in precedenza. Lo stesso fascio viene riflesso dalla parte frontale dello specchio inferiore destro e, per questo, subisce uno sfasamento pari a mezza lunghezza

d'onda. Infine, il medesimo fascio viene riflesso dalla parte frontale del secondo specchio semi trasparente e, ancora una volta, subisce uno sfasamento pari a mezza lunghezza d'onda.

Sommando tutti i cambiamenti di fase subiti, singolarmente, da ciascuno dei due fasci, ci si rende conto che, in pratica, i due fasci sono complessivamente sottoposti allo stesso sfasamento complessivo. Così, a prescindere dal percorso che la luce esegue per raggiungere il rilevatore 1, ciascuno dei fasci sarà sempre caratterizzato dalla medesima fase. E' chiaro dunque che all'interno del rilevatore 1 si assiste al fenomeno dell'interferenza costruttiva.

Consideriamo ora quello che avviene all'interno del secondo rilevatore.

Per quanto concerne il fascio U, notiamo che questo viene riflesso dalla superficie frontale del primo beam splitter e, per la quarta proprietà riportata sopra, il fascio U subisce una variazione di fase pari a mezza lunghezza d'onda. Il medesimo fascio viene ancora una volta riflesso, anche se questa volta dallo specchio superiore sinistro e subisce un ulteriore cambiamento di fase pari a mezza lunghezza d'onda. Il fascio U poi attraversa il secondo specchio semi trasparente e, in questo passaggio, subisce un cambiamento di fase costante. Il fascio viene successivamente riflesso dalla superficie interna del secondo beam splitter e, per la terza proprietà delle proprietà viste in precedenza, il fascio non subisce, in questa circostanza, alcun cambiamento di fase. Il fascio, infine, attraversa il beam splitter superiore una seconda volta e, in questo percorso, subisce un addizionale cambiamento di fase costante.

Per quel riguarda, invece, il cammino che il fascio D percorre per portarsi al rilevatore n°2, vediamo quel che succede. Il fascio D attraversa lo specchio semi trasparente inferiore sinistro e subisce, in tale passaggio,

un cambiamento di fase costante. Il fascio viene poi riflesso dallo specchio inferiore destro, subendo un cambiamento di fase pari a mezza lunghezza d'onda. Infine il fascio D attraversa lo specchio semi trasparente superiore subendo un cambiamento di fase costante.

Sommando, come già fatto in precedenza, tutte le variazioni di fase subite dai due fasci singolarmente durante i rispettivi cammini ottici per raggiungere il rilevatore n°2, ci si rende conto che la differenza totale di fase tra i due cammini ottici è dovuta al fatto che il fascio U subisce, rispetto al fascio D, un cambiamento addizionale di fase pari a mezza lunghezza d'onda.. Ci sarà, di conseguenza, interferenza completamente distruttiva e nessuna radiazione elettromagnetica raggiungerà il rilevatore n°2.

Abbiamo dimostrato che, prescindere dalla lunghezza d'onda della luce, tutta la radiazione elettromagnetica raggiunge il rilevatore n°1.

L'interferometro viene utilizzato per misurare lo sfasamento indotto da un sottile campione di vetro. Tale campione può essere posizionato o lungo il cammino ottico percorso dal fascio U oppure lungo quello percorso dal fascio D. Lo sfasamento indotto dal campione di vetro altera la relazione di fase che sussiste fra i due fasci che abbiamo descritto, e non si assiste più ad interferenza completamente distruttiva in corrispondenza del rilevatore n°2. Misurando, infine, le percentuali di luce che entrano rispettivamente nel primo rilevatore e nel secondo, è possibile determinare lo sfasamento indotto dal campione di vetro.

Nelle due figure seguenti vengono mostrati i due interferometri dei quali abbiamo parlato in precedenza così come si presentano in realtà.

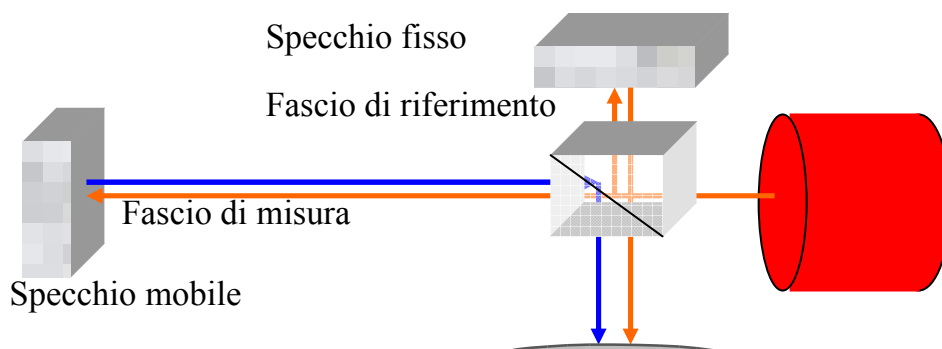


Fig. 2.11.3 Schema generale di un interferometro di Michelson

In generale si tratta di un interferometro molto semplice da installare, non critico da allineare e, almeno in teoria, non è possibile utilizzare alcun reticolo di Bragg.

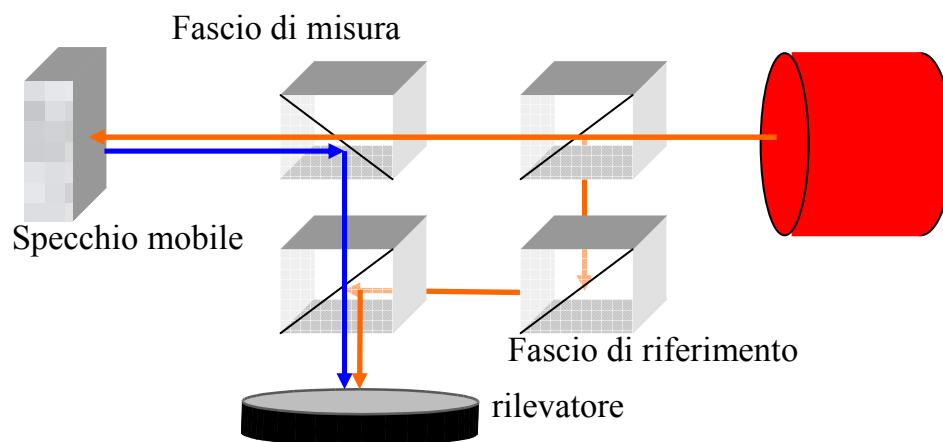


Fig. 2.11.4 Schema generale di un interferometro di Mach-Zender

Questo tipo di interferometro è proprio uno di quelli che vengono utilizzati dalla Polytec. Si tratta di un interferometro molto complicato da allineare ed è in grado di rilevare la direzione del fascio di ritorno dal corpo vibrante senza alcuna ambiguità.

NOTE DEL SECONDO CAPITOLO

¹ Si parla di emissione assolutamente incoerente dal momento che non c'è alcuna preferenza relativamente alla direzione di propagazione e non sussiste alcuna relazione di fase tra i fotoni emessi.

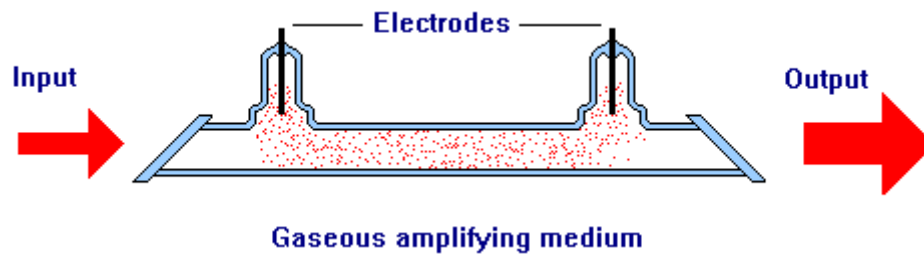
² Il fotone che viene emesso durante l'emissione stimolata è identico al fotone che colpisce l'elettrone che si trova sul livello energetico superiore. Il fotone emesso e quello incidente sono caratterizzati da identiche lunghezze d'onda, fasi e direzioni di propagazione nello spazio. In questo caso si parla di "Amplificazione" dal momento che i fotoni di cui sopra si sommano fra loro.

³ L'elettrone resterà sul livello energetico E_2 per un tempo molto breve prima di riportarsi sul livello energetico E_1 ; durante tale transizione verrà nuovamente emesso un fotone caratterizzato da un'energia pari a $E_2 - E_1$.

⁴ L'introduzione di energia in un insieme di atomi realizza quella che viene definita "Inversione di popolazione". Almeno uno dei livelli caratterizzati da più elevata energia conterrà un maggiore numero di elettroni rispetto ad un livello inferiore caratterizzato da una più bassa energia. E',

comunque, molto alta la probabilità che un fotone in ingresso stimolerà un elettrone eccitato a decadere verso un livello inferiore facendo in modo che venga emesso un altro fotone.

⁵ Il pompaggio viene realizzato ricorrendo ad una sorgente di energia che porti gli atomi che costituiscono il mezzo attivo al loro stato eccitato in modo da creare inversione di popolazione. Così, ad esempio, si ha pompaggio ottico se si ricorre ad una lampada flash oppure ad altri laser. Invece, per quel che concerne i mezzi attivi che si trovano allo stato gassoso, questi dovranno essere contenuti in un qualche tipo di involucro o tubo e spesso vengono eccitati facendo passare attraverso di essi una scarica elettrica ad alta tensione. Il meccanismo col quale la scarica elettrica eccita atomi o molecole dipende dal tipo di gas che stiamo considerando. In molti laser a gas le finestre, poste all'estremità dell'involucro che contiene il gas, sono inclinate di un certo angolo e vengono definite "finestre di Brewster". Tali finestre possono trasmettere un fascio polarizzato nel piano del disegno senza che vi siano perdite dovute alla riflessione.



⁶ Uno degli specchi riflette soltanto in maniera parziale (si parla di un grado di riflessione variabile tra il 10% ed il 99%) a seconda del tipo di laser.

⁷ Si tratta del laser che tratteremo molto dettagliatamente nel seguito.