

# Principi di Estensimetria

parte 1

## Generalità

Un estensimetro elettrico è un dispositivo che misura una variazione di lunghezza traducendola in una deformazione.

Tale misura avviene attraverso una misura delle variazioni delle proprietà elettriche del dispositivo.

Tra gli estensimetri elettrici vanno menzionati gli **estensimetri elettrici a resistenza, i capacitivi e gli induttivi**.

Nel campo dell'analisi tensionale i primi sono di gran lunga i più utilizzati, mentre i capacitivi e gli induttivi trovano applicazione generalmente nelle realizzazioni di trasduttori.

# Accenni alla teoria dell'elasticità

Quando un corpo elastico è assoggettato ad uno sforzo, ciascun punto corpo si sposta dalla sua posizione per assumerne un'altra.

Se isoliamo dal corpo in esame un parallelepipedo infinitesimale di lati  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , questi, in conseguenza dello sforzo applicato, variano la loro lunghezza e gli angoli da essi formati, inizialmente retti, si distorcono.

La **variazione di lunghezza** (allungamento o accorciamento) dei lati prende il nome di **deformazione**, se è riferita alla lunghezza iniziale;

La **variazione degli angoli** prende il nome di **scorrimento**, se è riferita all'angolo retto.

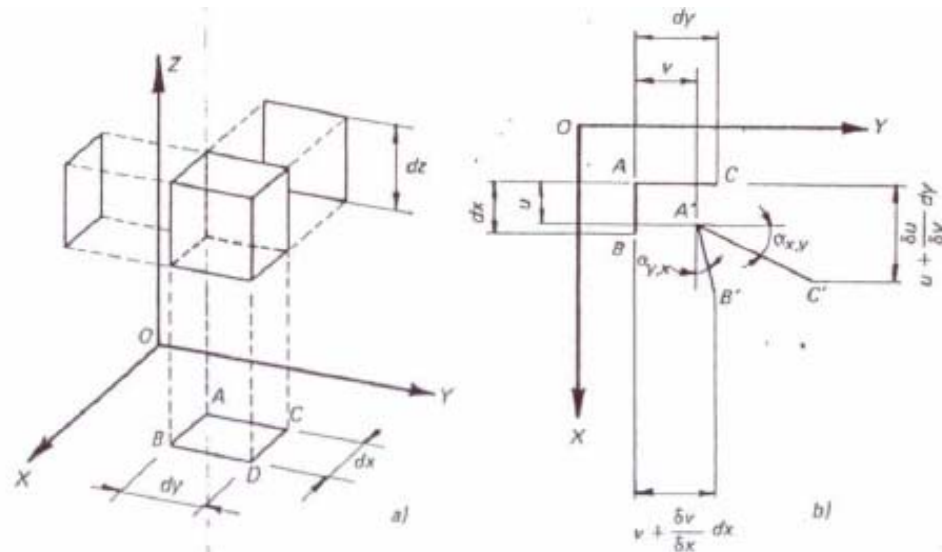


Fig. 7.1 - Rappresentazione delle deformazioni e degli scorrimenti nel piano.

## Accenni alla teoria dell'elasticità

Lo stato di deformazione del corpo è quindi definito dalle sei componenti dello spostamento che sono espresse dalle (7.1'), (7.1''), (7.3) e (7.3'). Quando si passa ad una superficie del corpo, per es.: quella del piano  $xy$ , le componenti si riducono a tre:

$$\epsilon_{x,x} = \frac{\delta u}{\delta x}, \quad \epsilon_{y,y} = \frac{\delta v}{\delta y}, \quad \gamma_{x,y} = \frac{\delta v}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta y}$$

Perciò in definitiva bisognerebbe misurare i valori dello spostamento per determinare le deformazioni.

Non è però sempre facile misurare gli spostamenti dei punti di un corpo, per cui in pratica la deformazione viene il più delle volte determinata dalla misura diretta della deformazione di piccole zone del corpo, a mezzo di trasduttori, che prendono il nome di *estensimetri*. ■

Anche se teoricamente è possibile realizzare un ER con un filo conduttore rettilineo, per evitare problemi di sovraccarico dell'alimentazione e per ridurre il calore generato per effetto Joule risulta necessario lavorare con resistenze di almeno 100Ω.

Inizialmente gli ER erano realizzati con un filo rettilineo vincolato su appoggi a coltello. Successivamente, verso la metà degli anni '20, si realizzò una griglia vincolando il conduttore direttamente alla superficie della struttura in prova con appositi adesivi.

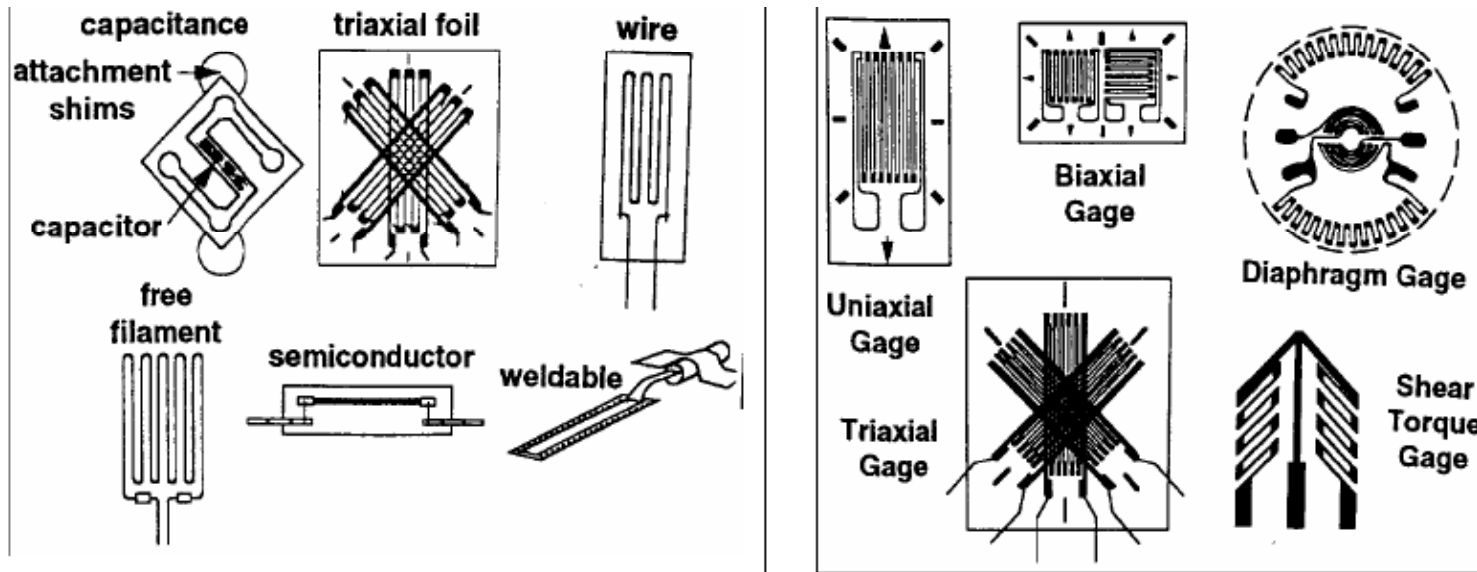
Di seguito, infine, sono stati realizzati ER a griglia ricavati per fotoincisione da una lamina di lega conduttrice, annegata in un sottile film plastico di supporto. Il dispositivo è applicato con opportuni adesivi al provino (*bonded-foil strain gage*).

Attualmente sono disponibili sul mercato una vasta serie di ER, con dimensioni minime della griglia (gage length) di 0.2mm.

Le resistenze standard sono di 120Ω e 350Ω, anche se sono disponibili ER con resistenze di 500, 1000 e 3000Ω, utilizzati essenzialmente per la realizzazione di trasduttori.

Un'altra tipologia di ER è quella delle rosette, a due tre o quattro griglie.

Le rosette a due griglie sono impiegate per individuare il campo di deformazione nell'intorno di un punto di una superficie qualora siano note le direzioni principali della deformazione, mentre quelle a tre griglie quando tali direzioni non sono note a priori.



La griglia, ricavata come detto da una sottile lamina di lega fotoincisa, risulta essere fragile e soggetta a distorsioni prima che venga messa in opera sul materiale di prova. Per tale motivo essa è annegata in un film plastico sottile che provvede anche all'isolamento elettrico dell' ER dal materiale di prova.

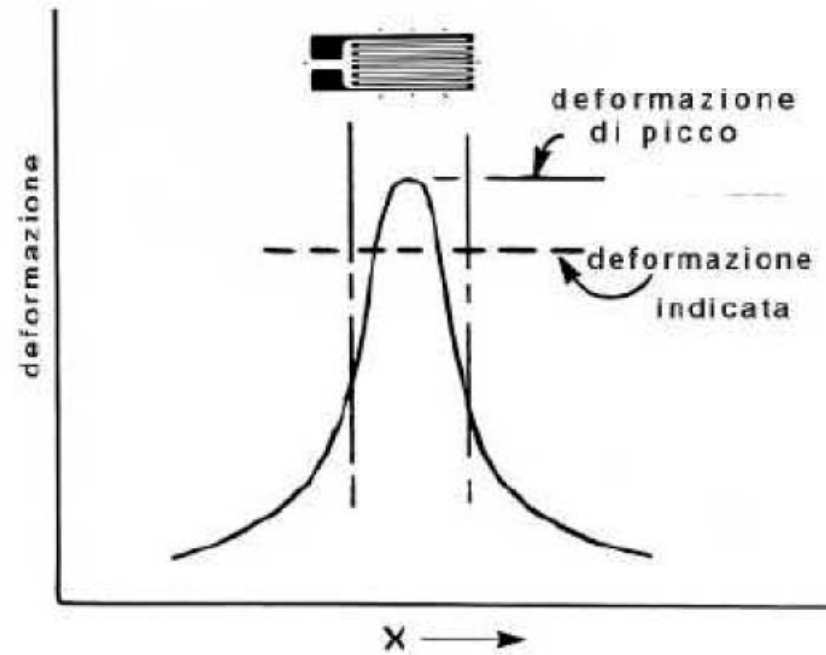
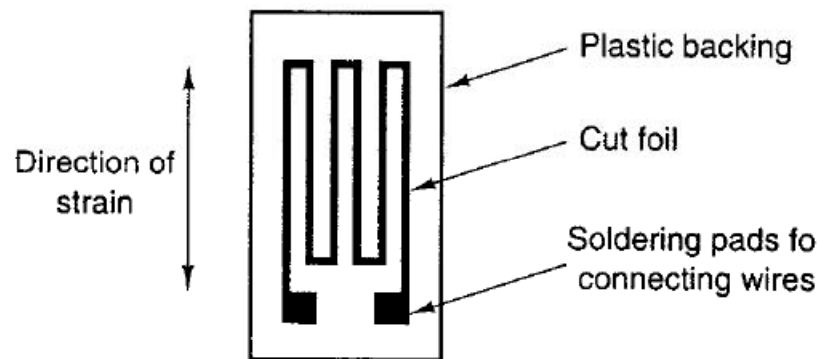
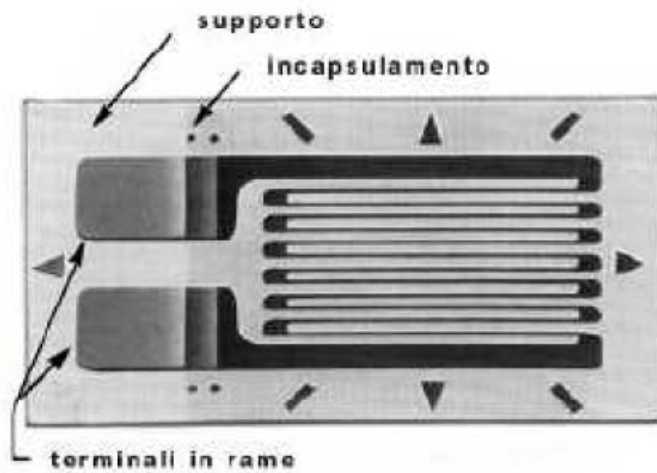
Inizialmente il film di supporto era costituito da carta, sostituita poi da poliammide. Per estensimetri dedicati alla realizzazione di trasduttori, laddove è di primaria importanza il comportamento lineare del dispositivo, si utilizzano anche resine epossidiche in film di spessore molto sottile e con elevati moduli di elasticità.

In applicazioni in cui sono presenti elevate deformazioni cicliche e quindi è importante avere una vita a fatica dell'ER sufficientemente lunga si utilizza il supporto di resina epossidica e/o fenolica rinforzata da fibra di vetro. Questi ultimi supporti sono anche impiegati per temperature di prova fino a 400°C.

In presenza di temperature più elevate il supporto viene strappato via dopo l'installazione, rimanendo la griglia vincolata al materiale attraverso un adesivo ceramico, che servirà ad isolare il dispositivo.

## Misure di deformazione

- Estensimetri elettrici



## Sensibilità degli ER

Dalla relazione che lega la resistenza elettrica  $R$  di un conduttore uniforme di lunghezza  $L$  e area della sezione trasversale  $A$  e resistenza specifica  $\rho$ :

$$R = \rho \frac{L}{A}, \text{ si ottiene differenziando: } \frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A} \quad (4.1.1)$$

Detto  $d_0$  il diametro del conduttore non deformato, a deformazione avvenuta si avrà:

$$d_f = d_0(1 - \nu \frac{dL}{L}) \quad (4.1.2)$$

$$\text{da cui } \frac{dA}{A} = -2\nu \frac{dL}{L} + \nu^2 \left( \frac{dL}{L} \right)^2 \cong -2\nu \frac{dL}{L} \quad (4.1.3)$$

e sostituendo in (4.1.1) si ottiene:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L}(1 + 2\nu) \quad (4.1.4)$$

## Sensibilità degli ER

da cui si ricava la sensibilità  $S_A$  del conduttore utilizzato, definita come la variazione di resistenza per unità di resistenza, rapportata alla deformazione applicata:

$$S_A = \frac{dR/R}{\varepsilon} = 1 + 2\nu + \frac{d\rho/\rho}{\varepsilon} \quad (4.1.5)$$

La sensibilità alla deformazione ingloba quindi due contributi: la variazione dimensionale del conduttore ( $1+2\nu$ ) e la variazione della resistenza specifica ( $\frac{d\rho/\rho}{\varepsilon}$ ).  $S_A$  varia fra 2 e 4 per le leghe comunemente impiegate. Per metalli puri come nichel e platino è pari a -12.1 e 6.1 rispettivamente. In tabella 1 sono riportati i valori di  $S_A$  per le leghe utilizzate nella realizzazione di ER.

## Sensibilità degli ER

**Costantana** (45Ni, 55Cu:  $S_A=2.1$ ). La figura (4) mostra la variazione della resistenza  $dR/R$  in funzione della deformazione percentuale. Ciò è indice delle buone proprietà di questa lega per gli utilizzi in questione.

⇒  $S_A$  è lineare in un ampio campo (di deformazione) di utilizzo

⇒ isteresi trascurabile

⇒  $S_A$  non varia significativamente in condizione di plasticità del materiale

⇒ elevata resistenza specifica ( $\rho=0.49 \mu\Omega\text{m}$ )

⇒ stabilità termica, in generale se montati su materiali “strutturali” comuni.

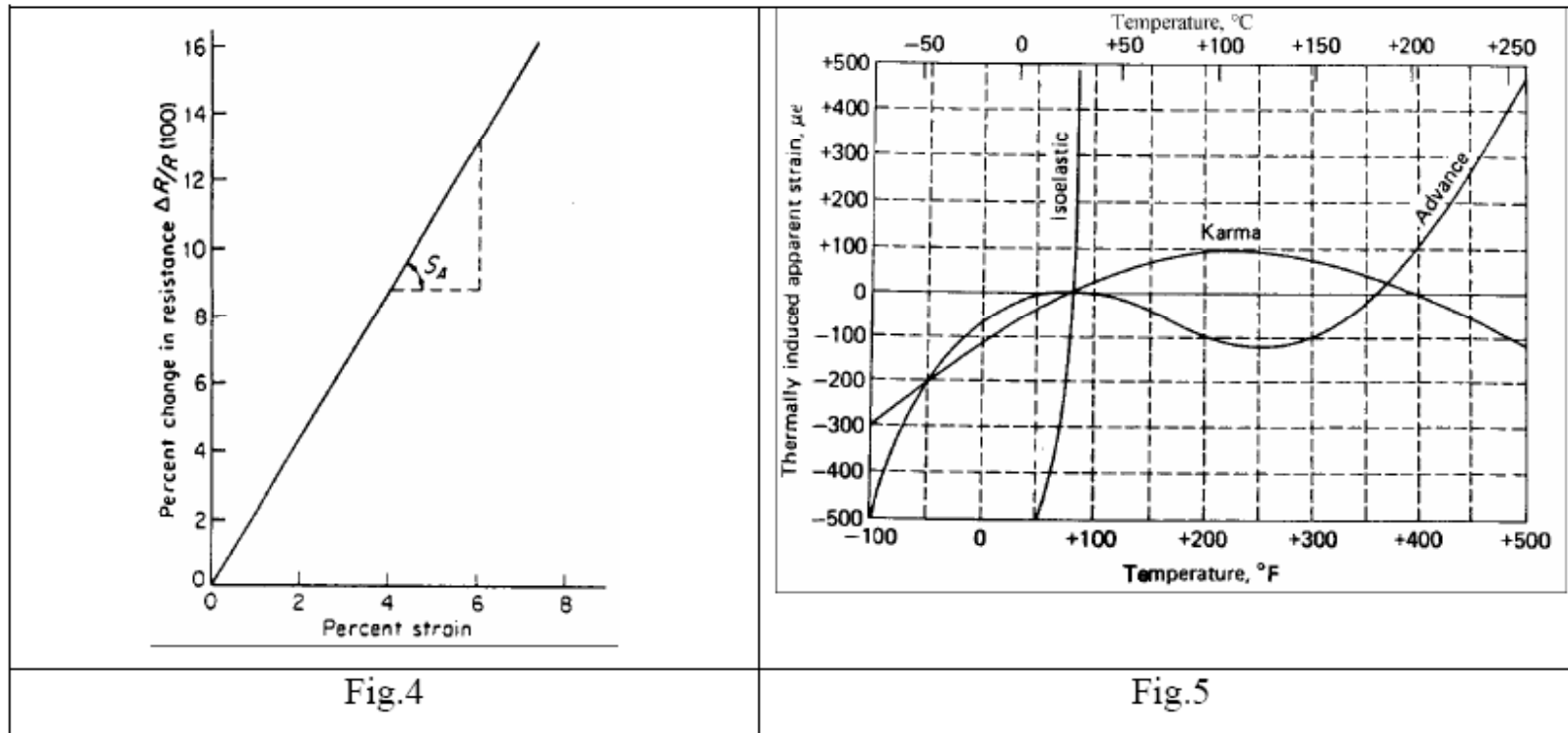
Tutto ciò fornisce un valore costante del coefficiente di calibrazione al variare di  $\epsilon$  (anche in campo plastico) e di  $T$ . Sono utilizzati per temperature comprese fra 0 e 204 °C

## Sensibilità degli ER

**Isoelastici** (36 Ni, 8 Cr, 0.5 Mo, 55.5 Fe:  $S_A=3.6$ ). Sono dotati di elevata sensibilità e di elevata resistenza a fatica. Pertanto sono consigliati in analisi dinamiche in cui risulta vantaggioso lavorare con deformazioni amplificate per una precisa registrazione del dato sperimentale. Sono sensibili alle variazioni di temperatura; per variazioni di  $1^\circ\text{C}$  si origina una deformazione apparente di 300 - 400  $\mu\epsilon$  (fig.5). Sono utilizzati in applicazioni dinamiche in condizioni termiche stabili.

**Karma** (74 Ni, 20 Cr, 3 Al, 3 Fe:  $S_A=2.0$ ). Denotano un buon comportamento a fatica, ridotte deformazioni apparenti per effetto della temperatura. Tuttavia la lega presenta problemi di saldatura dei cavi di collegamento ai terminali.

## Sensibilità degli ER



## Sensibilità e gage factor

La sensibilità alla deformazione di un conduttore uniforme è espressa come:

$$S_D = \frac{dR/R}{\varepsilon} \cong \frac{\Delta R/R}{\varepsilon} \quad (4.5.1)$$

Tuttavia, essendo l'ER costituito da una griglia per motivi di ingombro, esso presenta una sensibilità assiale e trasversale.

La risposta ad un campo biassiale di deformazione è esprimibile in termini di variazione di resistenza per unità di resistenza come:

$$\frac{\Delta R}{R} = S_a \varepsilon_a + S_t \varepsilon_t + S_S \gamma_{at} \quad (4.5.2)$$

dove:

- $\varepsilon_a$  : deformazione in direzione assiale;
- $\varepsilon_t$  : deformazione in direzione trasversale;
- $\gamma_{at}$  : deformazione in direzione di taglio;
- $S_a$ : sensibilità in direzione assiale;
- $S_t$ : sensibilità in direzione trasversale;
- $S_S$  : sensibilità in direzione di taglio.

## Sensibilità e gage factor

$S_s$  è in genere trascurabile e quindi:

$$\frac{\Delta R}{R} = S_a (\varepsilon_a + k_t + \varepsilon_t) \quad (4.5.3)$$

con  $k_t = S_t/S_a$  *fattore di sensibilità trasversale*.

I costruttori di ER forniscono un valore costante e noto del “gage factor”  $S_g$ , definito come:

$$\frac{\Delta R}{R} = S_g \varepsilon_a \quad (4.5.4)$$

$S_g$  è determinato con una trave inflessa calibrata dove si avrà:

$$\varepsilon_t = -\nu_o \varepsilon_a \quad (\nu_o = 0.285 \text{ modulo di Poisson})$$

e quindi

$$\frac{\Delta R}{R} = S_a \varepsilon_a (1 - \nu_o k_t) \quad (4.5.5)$$

Confrontando le relazioni 4.5.4 e 4.5.5 si ottiene:

$$S_g = (1 - \nu_o k_t) S_a \quad (4.5.6)$$

## Sensibilità e gage factor

L'errore che si commette usando la relazione 4.5.4 in misurazioni effettuate con ER è nullo se il campo di deformazione è monoassiale o se la sensibilità trasversale è nulla. In tutti gli altri casi si può dimostrare, attraverso semplici passaggi algebrici, che l'errore percentuale è esprimibile come:

$$Err\% = \frac{k_t(\varepsilon_t / \varepsilon_a + \nu_o)}{1 - \nu_o k_t} \quad (4.5.7)$$

In fig.8 si riporta l'andamento dell'errore percentuale in funzione di  $k_t$  e del rapporto  $\varepsilon_t/\varepsilon_a$ . Nei casi in cui  $k_t$  ed  $\varepsilon_t/\varepsilon_a$ , e quindi  $Err\%$ , sono elevati è importante effettuare la correzione per tener conto della sensibilità trasversale.

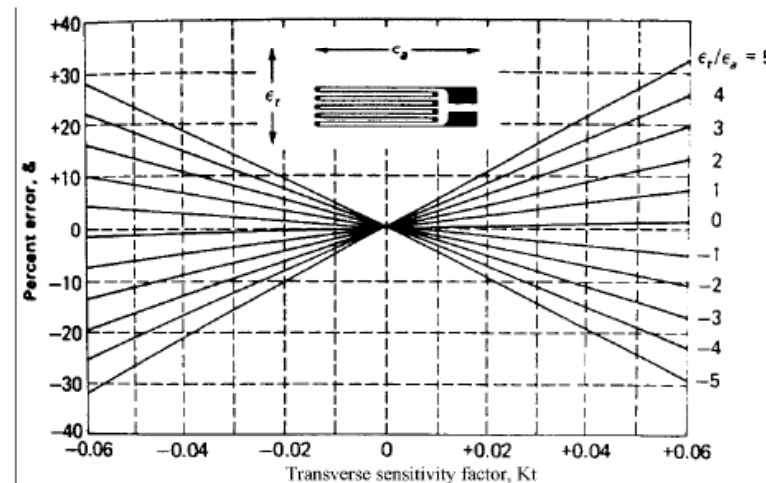


fig. 8

## Prestazioni di un ER

Le case costruttrici di ER certificano la resistenza e il gage factor con una precisione dello  $\pm 0.3\%$  e  $\pm 0.5\%$  rispettivamente. Di fatto quindi l'ER è uno strumento preciso, ma bisogna tener presente che possibili errori di misura possono derivare da una non corretta installazione, particolari condizioni ambientali e dalla *catena* di acquisizione.

## Linearità, isteresi e zero shift

La figura 9 mostra il verificarsi dei tre fenomeni in esame, la deviazione dalla linearità, la formazione di un ciclo di isteresi e un non ritorno a zero dell'uscita del segnale estensimetrico a deformazione reale nulla (zero shift). Questi fenomeni dipendono essenzialmente dal livello di deformazione del materiale di incollaggio e dalle caratteristiche viscoelastiche del supporto plastico. Per ER ben installati la deviazione dalla linearità può variare dallo 0.1% allo 0.05%. L'isteresi e lo zero shift dipendono dalle variazioni di resistenza permanenti, seppur piccole, che si accumulano nel conduttore. Tuttavia l'effetto è preponderante solo nei primi 10 cicli per cui è preferibile sollecitare la struttura strumentata con ER con un carico pari al 125% di quello operativo almeno per 5 cicli prima di effettuare le misure.

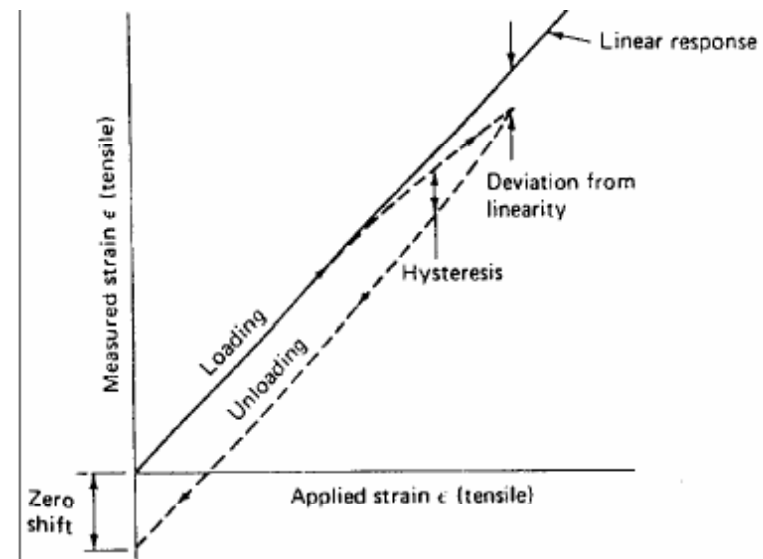


Fig. 9

## Compensazione dell'effetto della temperatura

Variazioni di temperatura durante una prova possono generare deformazioni che non sono facilmente separabili dalle deformazioni applicate sotto carico. Tali variazioni producono infatti quattro effetti:

1. variazione della sensibilità  $S_A$  del metallo utilizzato per le griglie;
2. elongazione della griglia ( $\Delta l/l = \alpha \Delta T$ )
3. elongazione/contrazione del materiale su cui è montato l'ER ( $\Delta l/l = \beta \Delta T$ );
4. variazione di resistenza dell'ER per effetto della variazione del coefficiente di resistività del materiale della griglia ( $\Delta R/R = \gamma \Delta T$ ).

## Compensazione dell'effetto della temperatura

La variazione di  $S_A$  è riportata in fig. 10 per alcune leghe. Si vede che a partire dalla temperatura ambiente, per variazioni di  $\pm 10^\circ\text{C}$  la variazione è trascurabile. In fig. 11 si riporta l'andamento della deformazione apparente per alcune leghe di uso comune impiegate nella realizzazione di ER.

Per gli effetti 2), 3) e 4) la variazione di resistenza dell'ER con la temperatura può esprimersi nella seguente maniera:

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{\Delta T} = (\beta - \alpha)S_g \Delta T + \gamma \Delta T \quad (4.8.1)$$

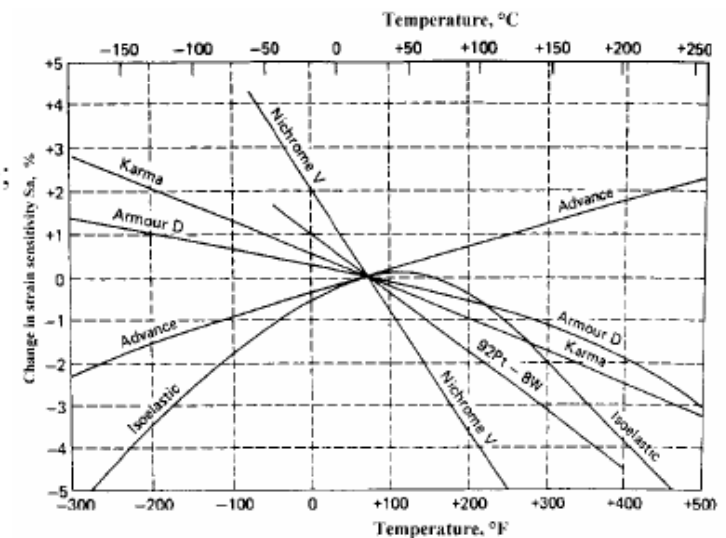
con :

$\alpha$  = coefficiente di espansione termica del materiale del conduttore;

$\beta$  = coefficiente di espansione termica del materiale di base;

$\gamma$  = coefficiente di temperatura di resistività del materiale del conduttore;

$S_g$  = gage factor.



## Compensazione dell'effetto della temperatura

Se i coefficienti di dilatazione dell'ER e del materiale sono diversi vi sarà una deformazione apparente:

$$\varepsilon = (\beta - \alpha) \Delta T$$

e sarà impossibile distinguere tale deformazione da quella generata dal carico applicato. Solo nel caso in cui la lega dell'ER e il materiale di base hanno coefficienti di espansione uguali, tale deformazione scompare. C'è poi la variazione di resistenza dovuta al coefficiente di resistività  $\gamma$ . Ancora questa componente  $(\Delta R/R)_{\Delta T} = \gamma \Delta T$  comporterà una deformazione apparente non presente sul provino.

Vi sono due modi per compensare queste deformazioni apparenti descritte:

- 1) compensazione dell'estensimetro attraverso una scelta appropriata dei coefficienti  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  in modo da avere un effetto netto nullo;
- 2) compensazione attraverso un'appropriata scelta del circuito di misura.

## Dissipazione del calore

Le variazioni di temperatura, come visto, possono generare degli errori di misura se l'ER e/o il circuito di misura non è adeguatamente compensato. La potenza da dissipare sarà:

$$P = \frac{V^2}{R} = I^2 R \quad (4.9.1)$$

P = potenza [W];

I = corrente nell'ER [A];

R = resistenza dell'ER [ $\Omega$ ];

V = tensione nell'ER [V].

## Dissipazione del calore

I fattori che regolano la dissipazione sono:

- dimensione delle griglie;
- configurazione griglie;
- materiale del provino;
- volume del provino nella zona di applicazione dell'ER;
- condizioni ambientali;
- supporto dell'ER;
- tipo di adesivo.

Un parametro da tener presente è la densità di potenza, definita come:

$$P_D = \frac{P}{A} \quad (4.9.2)$$

dove con A si è indicata l'area della griglia estensimetrica. La quantità e il tipo di materiale del provino determinano la scelta dell'ER relativamente al problema della dissipazione del calore. In tabella 3 sono indicati i valori di  $P_D$  da utilizzare in funzione del materiale del provino.

## **Stabilità**

Risulta a volte necessario monitorare una lettura estensimetrica per lunghi periodi. Si è visto che a causa di “rilassamenti” del materiale di supporto si rilevano deformazioni in funzione del tempo trascorso per diversi tipi di materiali e per diverse leghe delle griglie.

## Applicazione di un estensimetro elettrico

Il materiale adesivo utilizzato per il montaggio di un ER assolve alla funzione di trasmettere la deformazione dal materiale della struttura in prova alla griglia estensimetrica. Tale trasmissione dovrà avvenire riducendo al minimo distorsioni e quindi un'adeguata scelta dell'adesivo e una scrupolosa messa in opera del dispositivo saranno requisiti fondamentali per l'effettuazione di una corretta misura.

Le fasi fondamentali per la messa in opera di un ER possono così essere sintetizzate:

- ◆ Preparazione della superficie del materiale su cui verrà applicato l'ER (pulitura, sgrassatura con solventi e acidi e neutralizzazione della superficie per renderla affine chimicamente all'adesivo).
- ◆ Tracciatura del provino per il successivo corretto posizionamento dell'ER.
- ◆ Applicazione dell'ER.
- ◆ Essiccazione dell'adesivo in condizioni di temperatura e pressione indicate dalla casa costruttrice.

## **Tipi di adesivi**

Gli adesivi utilizzati per l'applicazione sono:

- Epossidici
- Cianoacrilici
- Poliesteri
- Ceramici

## Tipi di adesivi

**Epossidici.** Sono caratterizzati da un'elevata resistenza di incollaggio ed una deformazione a rottura più elevata rispetto a tutti gli altri adesivi. Sono generalmente bicomponenti: un monomero viscoso a base epossidica ed un indurente che a contatto con la base epossidica polimerizza.

La reazione di polimerizzazione è esotermica per cui il calore sviluppato rende possibile l'essiccazione a temperatura ambiente. E' necessaria una modesta pressione (30 ÷ 150 kPa) per assicurare un sottile strato di adesivo fra il materiale di prova e l'ER. Questo per rendere minimi fenomeni di isteresi e non linearità.

**Cianoacrilici.** Sono gli adesivi più comunemente adoperati per la semplicità di utilizzo. Non necessitano di calore né di catalizzatore per la polimerizzazione. Inoltre, dopo pochi minuti dall'applicazione, non è necessaria alcuna pressione per la polimerizzazione, che avviene in tempi brevi. Tuttavia le caratteristiche dell'adesivo deteriorano in tempi abbastanza brevi e quindi va utilizzato solo quando per l'ER non è prevista una vita lunga.

## Tipi di adesivi

**Poliesteri.** Sono bicomponenti come gli epossidici e caratterizzati da un'elevata resistenza ed un elevato modulo di taglio. Polimerizzano a temperature anche basse ( $5 \div 6$  °C) ma la loro peel strength è bassa e sono poco resistenti ai solventi.

**Ceramici.** Sono indicati se le temperature di utilizzo sono elevate, potendo resistere anche a circa 1000°C. La loro messa in opera, tuttavia, richiede diverse operazioni.

## I circuiti di misura

Un ER sottoposto a una deformazione  $\varepsilon$  subisce una variazione di resistenza relativa pari a:

$$\frac{\Delta R}{R} = S_g \varepsilon$$

Generalmente la variazione di resistenza di un ER viene misurata attraverso un ponte di Wheatstone, alimentato a tensione  $V$  costante e inizialmente bilanciato.

Le variazioni di resistenza sono modeste e non misurabili accuratamente con le comuni apparecchiature. Il ponte di Wheatstone è un semplice dispositivo che converte le variazioni di resistenza in variazioni di tensione che possono essere amplificate e successivamente registrate attraverso comuni sistemi di acquisizione.

## Misure di deformazione

### ESEMPIO

- **DATI:** barretta in acciaio  $E \approx 210000 \text{ MPa}$   
 $\sigma = 100 \text{ Mpa}$  (trazione monoassiale)  
 $R=120 \text{ .}$   
Fattore di taratura:  $k=2$

- **INCOGNITA:** variazione di resistenza

$$\varepsilon = \sigma / E = 4.762 \cdot 10^{-4} \text{ m/m} = 476 \text{ } \mu\text{m}$$

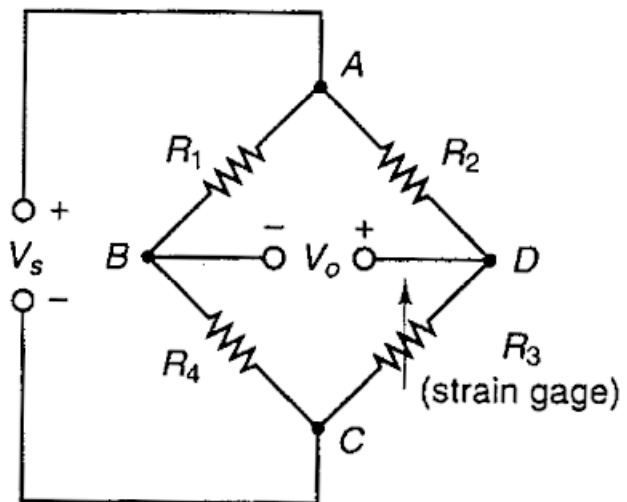
$$\Delta R/R = k \varepsilon = 9.5 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta R = 0.114 \Omega$$

- Si pone il problema di fare una misura di un valore piccolo per differenza di due valori molto maggiori

## Misure di deformazione

- Modalità di misura: Ponte di Wheatstone



$$\Delta V = \frac{E}{4} \left( \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_4}{R_4} - \frac{\Delta R_3}{R_3} \right)$$

## I circuiti di misura

L'equazione che governa il funzionamento del ponte di Wheatstone e che fornisce la tensione  $E$  di sbilanciamento del ponte misurata sulla diagonale di misura con uno strumento di impedenza infinita, in funzione delle deformazioni a cui sono sottoposti gli ER è del tipo:

$$E = S_g \frac{V}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) = S_g \frac{V}{4} s_T \quad (\text{II - 1.1})$$

con  $s_T = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4$  e  $V$  la tensione applicata alla diagonale di alimentazione (fig. 11).

## I circuiti di misura

Tale relazione si riferisce al caso in cui i quattro rami del ponte sono costituiti da un ER. In particolare tale relazione evidenzia che le deformazioni relative a due rami consecutivi del ponte e quelle relative a due rami opposti si sottraggono e si sommano rispettivamente. Questa proprietà è sfruttata in estensimetria per combinare opportunamente le singole deformazioni degli ER. Tale proprietà consente di:

- compensare la deformazione termica apparente
- eliminare gli effetti di deformazioni spurie
- amplificare il segnale di misura

In genere non tutti gli i quattro rami del ponte dovranno essere impegnati da ER. In funzione del numero di ER inseriti si definiscono particolari collegamenti. In ogni caso i rami dove non saranno presenti ER dovranno essere impegnati da resistenze di precisione termicamente stabili, in modo da poter rilevare una tensione di sbilanciamento  $E$  nulla quando la struttura di prova risulterà scarica.

## I circuiti di misura

In generale la misura di  $\Delta R$  dovuta alla deformazione applicata ad un estensimetro si ottiene col metodo per azzeramento, agendo su uno dei lati del ponte, partendo da ponte equilibrato, dove è:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4 \quad (8.13)$$

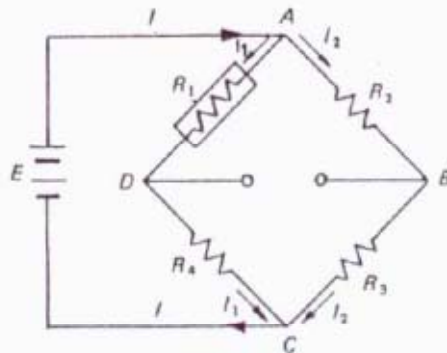


Fig. 8.16 — Il ponte di Wheatstone.

Il ponte si riequilibra in due modi:

1) introducendo su uno dei lati adiacenti a quello di misura una variazione di resistenza di valore e segno uguale a quella da misurare, per cui si ha, in base alla eq. (8.13):

$$\frac{\Delta R_2}{R_2} = \frac{\Delta R_1}{R_1} \text{ o } \frac{\Delta R_4}{R_4} = \frac{\Delta R_1}{R_1} \quad (8.14)$$

2) introducendo sul lato opposto a quello di misura una variazione di resistenza di segno opposto a quella da misurare, per cui si ha:

$$(R_1 + \Delta R_1) (R_3 - \Delta R_3) = R_2 R_4$$

da cui si ricava:

$$\frac{\Delta R_3}{R_3} = -\frac{\Delta R_1}{R_1} \quad (8.14')$$

Quanto precede consente anche di concludere:

1) quando si vogliono sottrarre (algebricamente) due segnali dovuti a due estensimetri attivi, questi s'inseriscono su due lati adiacenti del ponte di misura;

2) quando si vogliono sommare (algebricamente) due segnali dovuti a due estensimetri attivi, questi s'inseriscono su due lati opposti del ponte di misura.

## I circuiti di misura

In tabella 1 si riportano i tre tipi di collegamento:

- |   |  |
|---|--|
| a 1/4 di ponte -                        | Un solo ER autocompensato e tre resistenze fisse. E' utilizzato in prove dinamiche, in prove ad alta e bassa temperatura.  |
| a 1/2 di ponte -<br>deformazione<br>del | Due ER su rami consecutivi. Viene utilizzato per compensare la termica apparente e per eliminare le deformazioni spurie. Incremento segnale di misura (2X)   |
| a ponte intero -<br>di                  | Quattro ER sul ponte. E' utilizzato per compensare la deformazione termica apparente ed eliminare le deformazioni spurie. Viene incrementato il segnale misura (4X). Questo tipo di collegamento e' utilizzato nella realizzazione di trasduttori. |

## I circuiti di misura

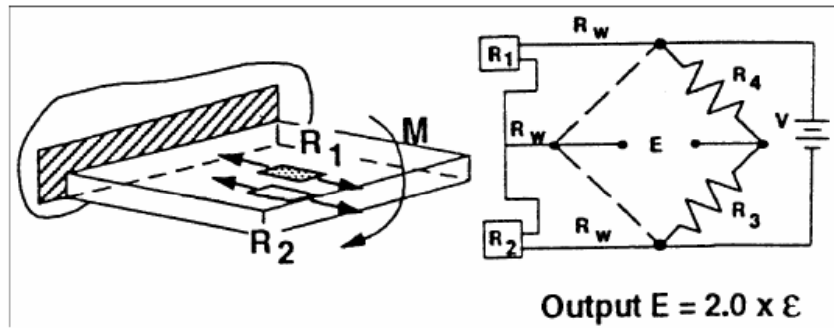


Fig. 12

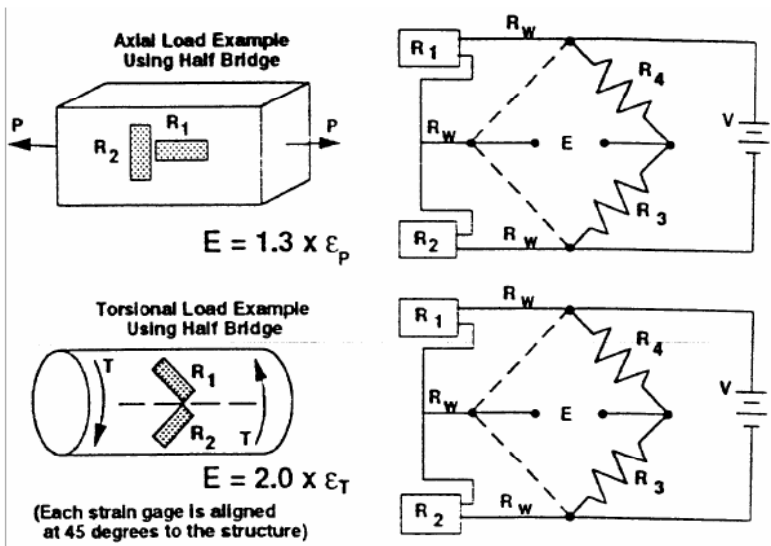
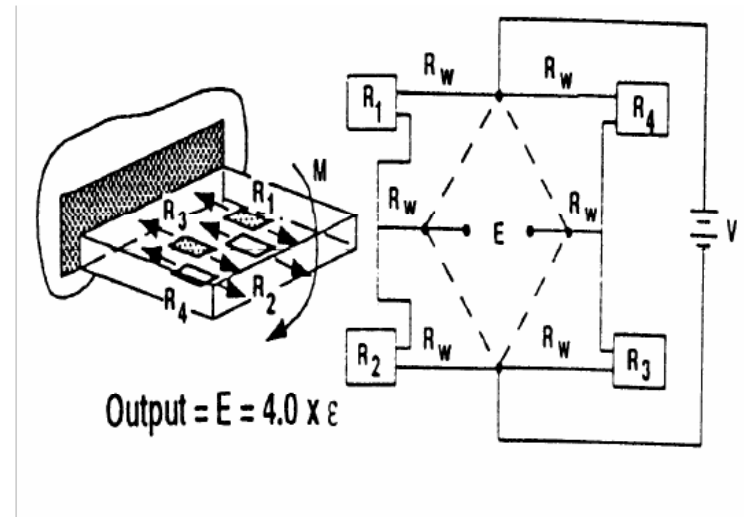


Fig. 14

## I circuiti di misura

In una centralina estensimetrica si fa uso di un circuito di bilanciamento che fa parte di un ponte di riferimento, posto nell'interno della centralina, mentre il ponte di misura, quello in cui sono inseriti gli estensimetri, è in parte o del tutto esterno alla centralina (fig. 8.17).

Quando si usa il ponte con estensimetro singolo, questo viene collegato col metodo dei tre fili, come è dimostrato dalla fig. 8.18. Il cavo  $c$ , collegato al punto  $D'$  del ponte, inserisce il cavo  $b$  dell'estensimetro sulla diagonale di misura del ponte dove ha influenza trascurabile, mentre che l'effetto dei due cavi  $a$  e  $c$  posti su due lati adiacenti si compensa.

In questo caso il ponte di misura è completato da due resistenze fisse poste nell'interno della centralina.

Quando si usa il circuito a mezzo ponte, su due lati adiacenti del ponte sono inseriti due estensimetri, uno attivo e l'altro compensatore (§ 8.2.8.). Anche in questo caso il ponte di misura è completato da due resistenze fisse poste nell'interno della centralina.

Quando si usa il circuito a ponte completo, sui 4 lati del ponte di misura sono inseriti 4 estensimetri, che possono essere 2 attivi e due compensatori o tutti e 4 attivi.

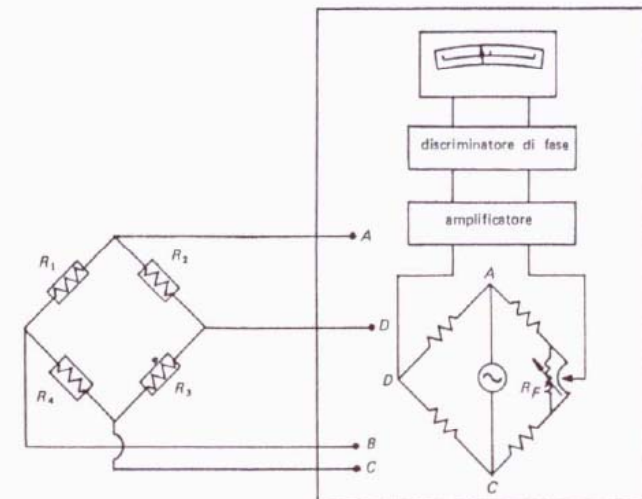


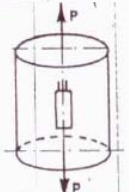
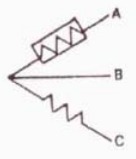
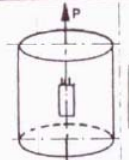
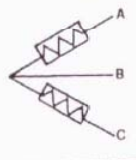
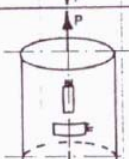
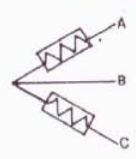
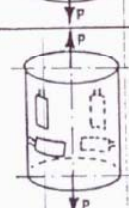
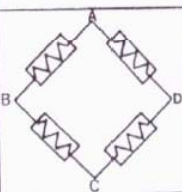
Fig. 8.17 – Schema elettrico di una centralina estensimetrica.

## Prove di trazione e/o compressione

### ■ Prove di trazione o di compressione (Tab. 8.2.)

1° Caso: 1 solo estensimetro attivo, disposto secondo la direzione del carico ed inserito su un lato del ponte di misura (circuitto ad estensimetro singolo).

Poiché il carico non è mai perfettamente centrato e la temperatura può variare durante le prove, il segnale di misura è dato dalla deformazione assiale  $\epsilon_a$ , dalla deformazione di flessione  $\epsilon_f$  e dalla deformazione apparente  $\epsilon_{\Delta T}$  dovuta alla variazione di temperatura  $\Delta T$ .  $\epsilon_f$  ed  $\epsilon_{\Delta T}$  possono sommare o sottrarre alla  $\epsilon_a$  a seconda del loro segno.

		$\epsilon_a \pm \epsilon_f \pm \epsilon_{\Delta T}$
		$\epsilon_a \pm \epsilon_f$
		$\epsilon_a + \epsilon_f \pm \epsilon_f =$ $= \epsilon_a (1 + \nu) \pm \epsilon_f$
		$2\epsilon_a + 2\epsilon_f =$ $= 2\epsilon_a (1 + \nu)$

2° Caso: 1 estensimetro attivo, disposto secondo la direzione del carico ed 1 estensimetro compensatore posto in un punto non sollecitato del corpo. I due estensimetri sono inseriti su due lati adiacenti del ponte (circuitto a mezzo ponte).

Per le stesse considerazioni del 1° caso il segnale di misura è dato dalla deformazione assiale  $\epsilon_a$  e dalla deformazione di flessione  $\epsilon_f$ , mentre la deformazione apparente  $\epsilon_{\Delta T}$  è compensata, a condizione che i due estensimetri siano soggetti alle stesse variazioni di temperatura.

3° Caso: 1 estensimetro attivo, disposto secondo la direzione del carico ed 1 estensimetro anche attivo, disposto in direzione normale a quella del carico. I due estensimetri sono inseriti su due lati adiacenti del ponte (circuitto a mezzo ponte).

Il segnale di misura è eguale a quello del 2° caso con l'aggiunta della deformazione trasversale  $\epsilon_t$  misurata dall'estensimetro  $R_2$ . Anche in questo caso la  $\epsilon_{\Delta T}$  è compensata essendo i due estensimetri posti sul medesimo corpo. Questo caso ha il vantaggio di presentare un segnale più elevato, a parità di  $\epsilon_a$ , rispetto al 2° caso.

4° Caso: 2 estensimetri attivi, disposti secondo la direzione del carico, lungo due generatrici opposte di un cilindro e 2 estensimetri anche attivi, disposti in direzione normale a quella del carico. I 4 estensimetri sono inseriti a 2 a 2 affacciati sui lati del ponte di misura (circuitto a ponte intero).

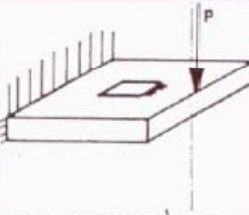
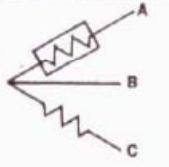
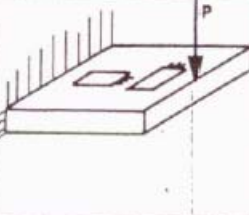
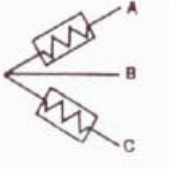
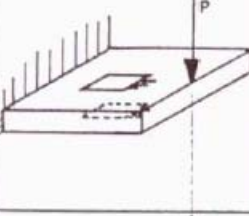
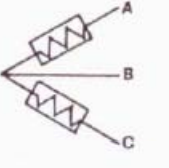
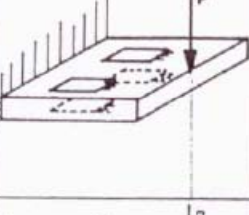
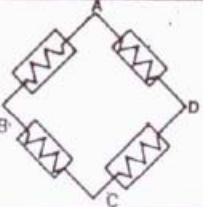
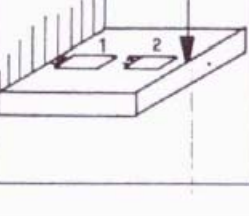
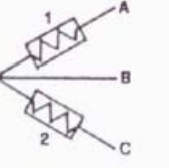
Il segnale di misura è il doppio della somma della deformazione assiale e di quella trasversale. Con questo circuito sono compensati sia l'effetto di flessione, sia l'effetto della variazione di temperatura. Questo caso presenta, a parità di  $\epsilon_a$ , il più alto valore del segnale di misura fra tutti i casi esaminati; perciò è la soluzione da preferire a tutte quelle esaminate.

## Prove di Flessione

Prendiamo in esame una barra incastrata ad un estremo e soggetta ad un carico  $P$  all'altro estremo libero. La deformazione  $\epsilon_f$  varia linearmente come il diagramma del momento ed il valore misurato da un estensimetro è quello corrispondente al punto di mezzo della base di misura.

Per ottenere, a parità di carico applicato, un segnale elevato di  $\epsilon_f$  conviene applicare gli estensimetri molto vicini all'incastro, tuttavia bisogna tenere conto che in vicinanza dell'incastro la deformazione può avere un andamento irregolare a causa del vincolo. Allora la condizione di compromesso si ottiene mantenendosi ad una distanza dall'incastro eguale alla larghezza della barra.

## Prove di Flessione

DISPOSIZIONE e.e.r.	CIRCUITO DI MISURA	SEGNALE DI MISURA
		$\epsilon_f \pm \epsilon_{\Delta t}$
		$\epsilon_f + \epsilon_t =$ $= \epsilon_f (1 + \nu)$
		$2\epsilon_f$
		$4\epsilon_f$
		$\epsilon_{f1} - \epsilon_{f2}$

1° Caso: 1 solo estensimetro attivo, disposto lungo la direzione longitudinale della barra ed inserito su un lato del ponte di misura (circuitto ad estensimetro singolo).

Se la temperatura varia durante la prova il segnale di misura è dato dalla deformazione  $\epsilon_f$  e dalla deformazione apparente  $\epsilon_{\Delta T}$  che si può sommare o sottrarre alla  $\epsilon_f$ .

2° Caso: 1 estensimetro attivo, disposto lungo la direzione longitudinale della barra ed 1 estensimetro, pure attivo, disposto in direzione normale rispetto al precedente ed in una posizione corrispondente alla mezzeria della base di misura dell'estensimetro longitudinale. I due estensimetri sono inseriti su due lati adiacenti del ponte (circuitto a mezzo ponte).

Il segnale di misura è eguale alla somma della  $\epsilon_f$  longitudinale e di quella  $\epsilon_t$  trasversale, mentre la  $\epsilon_{\Delta T}$  è compensata, essendo i due estensimetri molto vicini.

Questo caso presenta i vantaggi, rispetto al precedente sia di fornire un segnale, a parità di carico, di valore circa il 30% maggiore, sia di compensare gli effetti dovuti ad eventuali variazioni di temperatura.

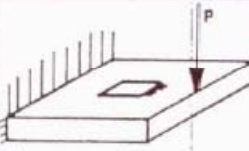
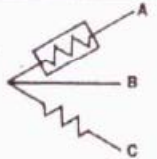

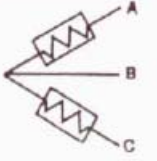
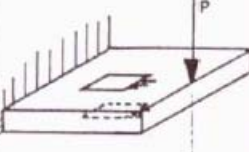
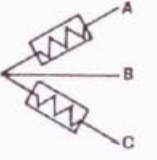
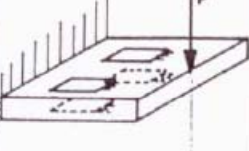
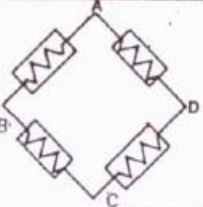
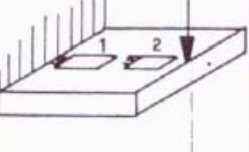
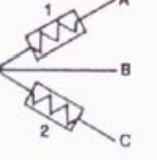
3° Caso: 1 estensimetro attivo, disposto lungo la direzione longitudinale della barra ed 1 estensimetro, pure attivo, disposto lungo la stessa direzione ma sulla superficie opposta, in posizione simmetrica.

I due estensimetri sono inseriti su due lati adiacenti del ponte (circuitto a mezzo ponte).

Il segnale di misura è eguale al doppio del valore di  $\epsilon_f$  mentre la  $\epsilon_{\Delta T}$  è compensata, essendo i due estensimetri sullo stesso corpo.

Questo circuitto è analogo al precedente, ma a parità di carico, dà un segnale più elevato.

## Prove di Flessione

DISPOSIZIONE e.e.r.	CIRCUITO DI MISURA	SEGNALE DI MISURA
		$\epsilon_t \pm \epsilon_{\Delta t}$
		$\epsilon_t + \epsilon_t =$ $= \epsilon_t (1 + \nu)$
		$2\epsilon_t$
		$4\epsilon_t$
		$\epsilon_{t_1} - \epsilon_{t_2}$

4° Caso: 4 estensimetri attivi, tutti disposti lungo la direzione longitudinale, due sulla superficie superiore e due su quella inferiore, in posizione simmetrica e tutti alla medesima distanza dall'incastro.

I 4 estensimetri sono inseriti sui 4 lati del ponte, i due della superficie superiore sono su lati opposti e lo stesso quelli della superficie inferiore (circuito a ponte completo).

Il segnale di misura è eguale a 4 volte il valore della  $\epsilon_t$ , mentre la  $\epsilon_{\Delta T}$  è compensata, essendo tutti e quattro gli estensimetri assoggettati alla stessa variazione di temperatura. Questo è il tipo di circuito da preferire a tutti gli altri esaminati per le prove di flessione, quando occorre disporre di un segnale elevato, oppure quando il valore della deformazione è basso.

5° Caso: 2 estensimetri attivi, entrambi disposti lungo la direzione longitudinale, sulla superficie superiore, ma a diversa distanza dall'incastro.

I 2 estensimetri sono inseriti su due lati adiacenti del ponte (circuito a mezzo ponte). Il segnale di misura è eguale alla differenza della deformazione misurata dai due estensimetri.

In questo caso, rispetto a quello precedente, si ha il vantaggio che il segnale è indipendente da eventuali variazioni del punto di applicazione del carico, anche se il suo valore risulta più basso.

Si può raddoppiare il segnale usando altri 2 estensimetri disposti sulla superficie inferiore ed in posizione simmetrica rispetto ai precedenti.

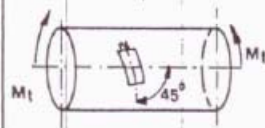
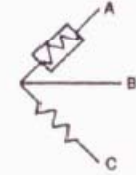
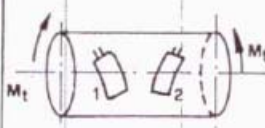
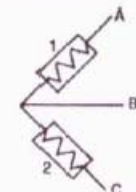
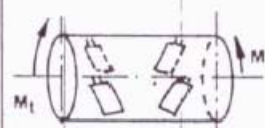
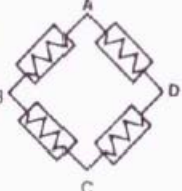
Questo caso trova applicazione nella costruzione dei trasduttori.

## Prove di Torsione

### ■ Prove di torsione (Tab. 8.4.)

Prendiamo in esame l'albero di trasmissione che è l'esempio tipico di un corpo cilindrico soggetto ad un momento torcente; esso è anche soggetto ad un momento flettente (quello dovuto al peso proprio o alla eventuale presenza di masse eccentriche), ad una spinta assiale e ad eventuali variazioni di temperatura.

Tabella 8.4. – Prove di torsione

DISPOSIZIONE e.e.r.	CIRCUITO DI MISURA	SEGNALE DI MISURA
		$\epsilon_T \pm \epsilon_f \pm \epsilon_a \pm \epsilon_{\Delta t}$
		$2\epsilon_T \pm (\epsilon_{f1} - \epsilon_{f2})$
		$4\epsilon_T$

## Prove di Torsione

Su un albero di trasmissione gli estensimetri debbono essere applicati lungo eliche a  $45^\circ$  rispetto all'asse longitudinale perchè in quella direzione la deformazione è massima ed il suo valore è:  $\epsilon_T = \gamma/2$ , dove  $\gamma$  è lo scorrimento.

1° Caso: 1 solo estensimetro attivo inserito su un lato del ponte di misura (circuitto ad estensimetro singolo).

Il segnale di misura è proporzionale alle deformazioni dovute alla torsione  $\epsilon_T$ , alla flessione  $\epsilon_f$ , alla spinta assiale  $\epsilon_a$  ed alla variazione di temperatura  $\epsilon_{\Delta T}$ .  $\epsilon_f$ ,  $\epsilon_a$  ed  $\epsilon_{\Delta T}$  si possono sommare o sottrarre alla  $\epsilon_T$  a seconda del loro segno.

2° Caso: 2 estensimetri attivi orientati a  $90^\circ$  fra di loro e disposti sull'albero dalla stessa parte; essi sono inseriti su due lati adiacenti del ponte (circuitto a mezzo ponte).

Il segnale di misura è proporzionale al doppio della  $\epsilon_T$ , mentre è compensato l'effetto della  $\epsilon_a$  e della  $\epsilon_{\Delta T}$ , ma non completamente quello della  $\epsilon_f$ .

3° Caso: 4 estensimetri attivi orientati a due a due a  $90^\circ$  fra di loro e disposti sull'albero in corrispondenza di generatrici opposte. Essi sono inseriti sui 4 lati del ponte; su lati opposti sono quelli applicati lungo eliche ugualmente orientate (circuitto a ponte intero).

Il segnale di misura è proporzionale a 4 volte il valore della  $\epsilon_T$ , mentre sono compensati tutti gli altri effetti.

Questo caso presenta, a parità di  $\epsilon_T$ , il più alto valore del segnale di misura fra tutti i casi esaminati e perciò è la soluzione da preferire a tutte le altre, anche perchè, dovendo effettuare le misure della deformazione di un corpo rotante, è necessario che il collegamento degli estensimetri a ponte sia fatto sullo stesso albero con cavi corti e che i 4 vertici del ponte siano collegati ad un sistema di anelli e spazzole, a mezzo del quale si alimenta il circuito e si preleva il segnale di misura.

## Elaborazione dei dati estensimetrici

Uno degli obiettivi di un'analisi estensimetrica è quello di determinare lo stato di deformazione nell'intorno di un punto della struttura in prova. Nell'intorno di tale punto non dovrà essere esercitata direttamente alcuna sollecitazione esterna. Diversamente si avrebbero fenomeni di concentrazione delle tensioni con grossi gradienti di deformazione che l'ER sarebbe in grado di rilevare solo come valore medio della zona in cui è applicato. Lo stato di deformazione è in genere definito dalle componenti cartesiane  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ , e  $\gamma_{xy}$  o dalle deformazioni principali  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  e dal loro orientamento  $\theta$ , detto anche angolo principale (angolo fra l'asse di riferimenti x e la deformazione principale  $\varepsilon_1$ , assunto positivo in senso antiorario).

## Elaborazione dei dati estensimetrici

In assenza di altre informazioni sono quindi necessarie tre misure distinte nel punto in esame per conoscere lo stato tensionale.

Dette  $\varepsilon_a$ ,  $\varepsilon_b$ ,  $\varepsilon_c$  le misure estensimetriche eseguite con una rosetta a tre griglie a, b, c disposte in modo da formare rispettivamente angoli  $\theta_a$ ,  $\theta_b$ ,  $\theta_c$  con l'asse di riferimento x, si determinano i valori di  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ , e  $\gamma_{xy}$  con le seguenti relazioni:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_x \cos^2 \theta_a + \varepsilon_y \sin^2 \theta_a + \gamma_{xy} \sin \theta_a \cos \theta_a$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_x \cos^2 \theta_b + \varepsilon_y \sin^2 \theta_b + \gamma_{xy} \sin \theta_b \cos \theta_b$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_x \cos^2 \theta_c + \varepsilon_y \sin^2 \theta_c + \gamma_{xy} \sin \theta_c \cos \theta_c$$

## Elaborazione dei dati estensimetrici

Si possono quindi ricavare le tensioni principali  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  e il loro orientamento  $\theta$  attraverso le equazioni:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}[(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2}[(\varepsilon_x + \varepsilon_y) - \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}]$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{\gamma_{xy}}{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)}$$

e nei limiti di validità della legge di Hooke si ottengono le tensioni principali

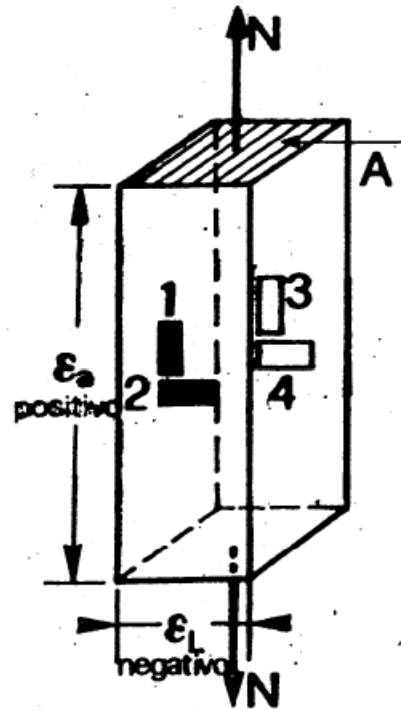
$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{2} \left[ \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{1 - \nu} \pm \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{1 + \nu} \right]$$

## **Elaborazione dei dati estensimetrici**

In genere pur essendo sufficienti rosette a tre griglie per individuare il campo di deformazione (piana) nell'intorno di un punto, vengono anche utilizzate rosette a quattro griglie, che forniscono una misura ridondante di controllo.

Se sono invece già note le direzioni principali (se per es. esiste un asse di simmetria o è già stata effettuata una misura) è sufficiente effettuare la misura con due ER monoassiali orientati secondo tali direzioni.

## Trazione o Compressione



Il provino sottoposto ad una forza di trazione  $N$  produce sulla superficie  $A$  una sollecitazione  $\sigma$  e quindi:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma}{E} \quad ; \quad \varepsilon_L = -\nu\varepsilon_a$$

Caso I: collegamento a ponte intero

$$\frac{\Delta V_o}{V_i} = \frac{F}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4)$$

Tenendo conto che:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_L = -\nu\varepsilon_a = -\nu\varepsilon_1$$

$$\frac{\Delta V_o}{V_i} = \frac{F}{4} (\varepsilon_1 - (-\nu\varepsilon_1) + \varepsilon_3 - (-\nu\varepsilon_3))$$

Dato che:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon_a = \varepsilon$$

e quindi:

$$\frac{\Delta V_o}{V_i} = \frac{F}{4} 2(\varepsilon - \nu\varepsilon) = \frac{F}{4} 2\varepsilon(1 + \nu) = 2.6\varepsilon \frac{F}{4}$$

Da cui

$$\varepsilon = \frac{4\Delta V_o}{V_i F 2.6}$$

**2.6 = Fattore di ponte**

### Osservazioni:

- Vengono eliminati gli effetti di un eventuale presenza del momento flettente
- Vengono compensati gli effetti termici
- Viene massimizzato il segnale fornito

Caso II: collegamento a semi ponte

Consideriamo gli estensimetri 1 e 2 della figura precedente:

$$\frac{\Delta V_o}{V_i} = \frac{F}{4} [\varepsilon_1 - (-\nu\varepsilon_1)] = \frac{F}{4} \varepsilon_1 (1 + \nu) = \frac{F}{4} 1.3\varepsilon_1$$

E quindi:

$$\varepsilon_1 = \frac{4\Delta V_o}{V_i F 1.3}$$

Osservazioni:

- Il fattore di ponte risulta dimezzato
- La temperatura risulta compensata
- Un eventuale momento flettente viene invece misurato, sommato al contributo dato dalla trazione  $N$ .

Caso III: collegamento a un quarto di ponte

$$\frac{\Delta V_o}{V_i} = \frac{F}{4} \varepsilon_1$$

da cui si ricava:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon = \frac{4\Delta V_o}{V_i F l}$$

Osservazioni:

- Il fattore di ponte vale 1;
- Non esiste la compensazione della temperatura;
- Non e' possibile separare un'eventuale deformazione  $\varepsilon_f$  dovuta al momento flettente (se esiste) da quella  $\varepsilon_t$  dovuta alla sola trazione, per cui la deformazione  $\varepsilon$  fornita risulta la somma delle due.

Caso IV: collegamento a doppio quarto

Gli estensimetri 1 e 3 sono collegati al medesimo quarto di ponte, quindi:

$$\frac{\Delta V_o}{V_i} = \frac{F}{4} (\varepsilon_1 + \varepsilon_3)$$

da cui essendo  $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$  si ha:

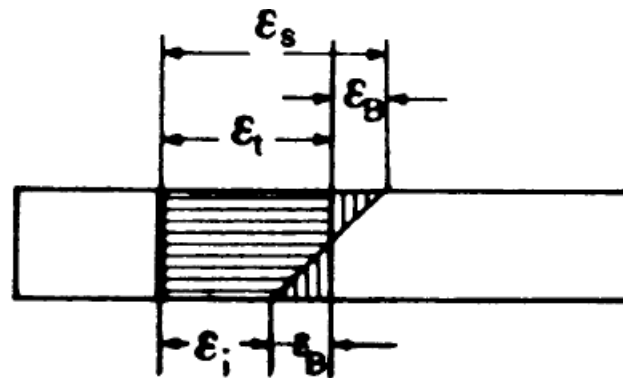
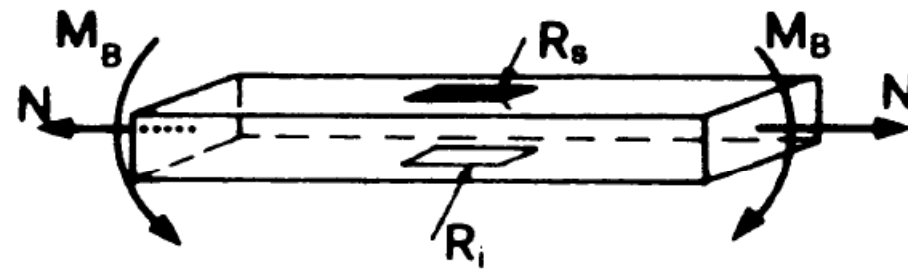
$$\varepsilon = \frac{4\Delta V_o}{V_i F 2}$$

Osservazioni:

- Se esiste un momento flettente, poiché esso produce deformazioni eguali e di segno opposto, si ha cancellazione dell'effetto, mentre la sollecitazione di trazione viene sentita con pari segno;
- Il fattore di ponte è pari a 2;
- Non è possibile la compensazione della temperatura.

### **Separazione delle sollecitazioni di flessione e trazione**

L'impiego dell'estensimetro in quarto di ponte consente anche di risolvere il problema della separazione di due sollecitazioni come trazione (o compressione) + flessione contemporaneamente presenti su un provino sollecitato.



L'estensimetro  $R_s$  collegato una prima volta in quarto di ponte fornisce una deformazione:

$$\epsilon_s = \epsilon_t + \epsilon_B$$

L'estensimetro  $R_i$  con altro ponte e separatamente dal primo fornisce:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_t - \varepsilon_B$$

Si avra' quindi:

$$\varepsilon_s + \varepsilon_i = \varepsilon_t + \varepsilon_B + \varepsilon_t - \varepsilon_B = 2\varepsilon_t$$

da cui:

$$\varepsilon_t = \frac{1}{2}(\varepsilon_s + \varepsilon_i)$$

Analogamente si avra':

$$\varepsilon_s - \varepsilon_i = \varepsilon_t + \varepsilon_B - \varepsilon_t + \varepsilon_B$$

da cui:

$$\varepsilon_s = \frac{1}{2}(\varepsilon_s - \varepsilon_i)$$