

LA RUOTA GIREVOLE

1. Introduzione

Le ruote girevoli (*caster*) vengono utilizzate per agevolare lo spostamento di alcuni oggetti come carrelli, sedie per ufficio, ecc; il collegamento tra il supporto della ruota e l'oggetto è realizzato mediante un perno, con asse verticale (asse di sterzo) che consente alla ruota di allinearsi automaticamente alla direzione dello spostamento in modo che durante il movimento il centro dell'area di contatto P tra ruota e suolo risulta arretrato rispetto al punto A di intersezione del suolo con il prolungamento dell'asse di sterzo (fig. 1.1 a).

La distanza a tra i punti P ed A è detta *avancorsa* ed è definita positiva se A precede il punto P nel verso del moto.

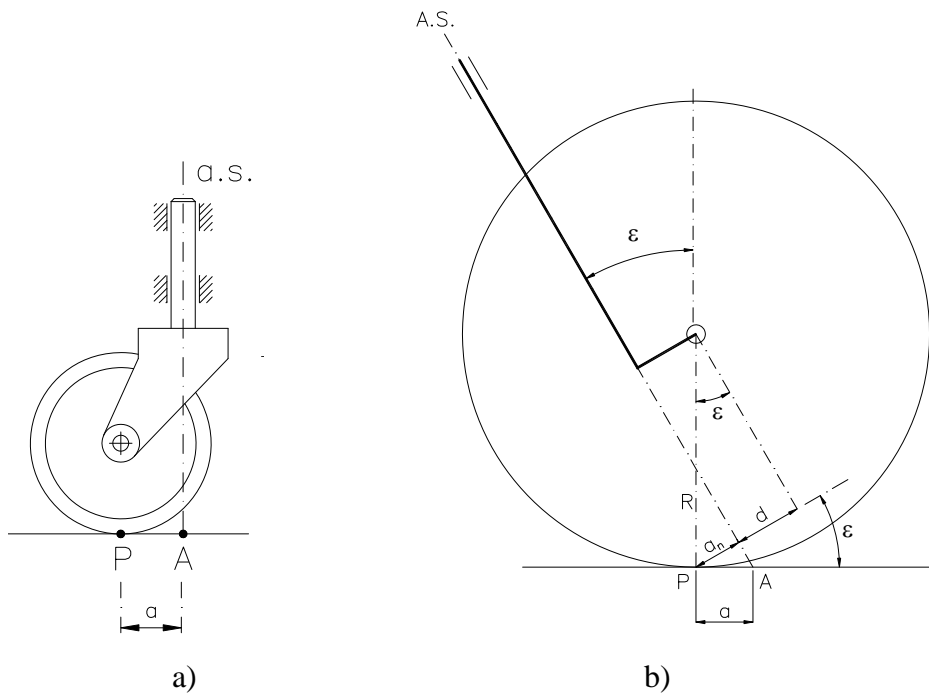


Fig. 1.1

Nel caso più generale l'asse di sterzo è inclinato e la ruota girevole è caratterizzata dalle seguenti grandezze (Fig.1.1b):

d = avanzamento del centro della ruota rispetto all'asse di sterzo;

a_n = avancorsa normale = distanza tra il punto teorico P di contatto tra ruota e suolo e l'asse di sterzo;

R = raggio della ruota;

ε = inclinazione dell'asse di sterzo.

Le suddette grandezze sono legate tra loro dalla relazione:

$$\left. \begin{array}{l} a_n + d = R \sin \varepsilon \\ a_n = a \cos \varepsilon \end{array} \right\} \Rightarrow a \cos \varepsilon + d = R \sin \varepsilon \Rightarrow a = R \operatorname{tg} \varepsilon - \frac{d}{\cos \varepsilon}$$

L'avancorsa è quindi definita dalla combinazione delle tre grandezze R , d , ε . E' possibile pertanto realizzare lo stesso valore dell'avancorsa ponendo, ad esempio, $\varepsilon=0$ oppure $d=0$ (Fig. 1.2) ed ottenendo:

$$\varepsilon = 0 \Rightarrow d = -a$$

$$d = 0 \Rightarrow a = R \operatorname{tg} \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \operatorname{arctg} \frac{a}{R}$$

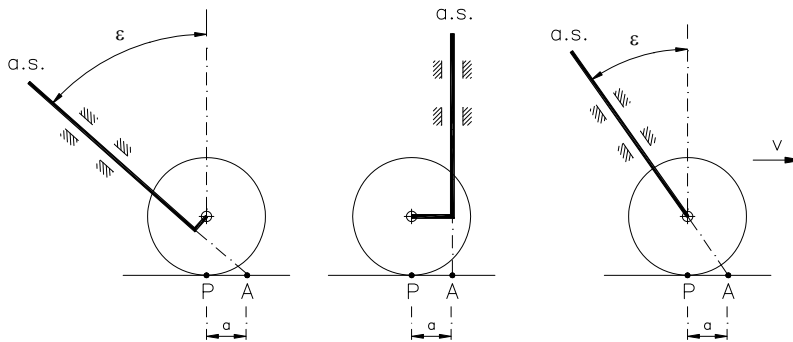


Fig. 1.2

Se ε è diverso da zero, al crescere di R aumenta l'avancorsa (fig. 1.3).

Il valore dell'avancorsa caratterizza la stabilità direzionale del sistema in quanto rappresenta il braccio della forza laterale che si desta tra il pneumatico ed il suolo per effetto di una rotazione dell'avantreno dovuta ad perturbazione trasversale.

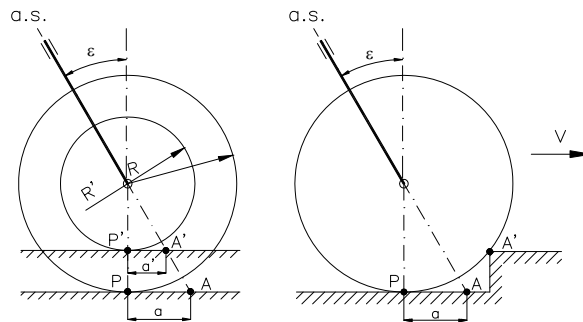


Fig. 1.3

Allo schema di ruota girevole si rifanno anche le ruote sterzanti dei veicoli; in figura 1.4 è riportato il carrello anteriori di atterraggio dei velivolo e lo schema di un motociclo che può essere visto come due ruote girevoli accoppiate in corrispondenza dell'asse dello sterzo.

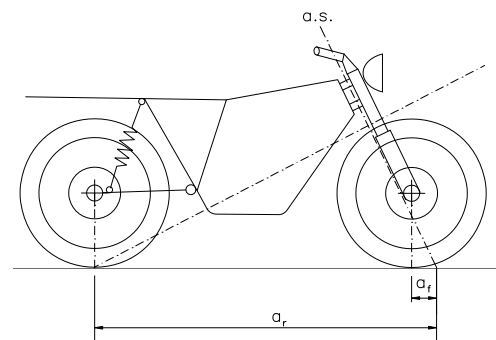


Fig. 1.4

2. Oscillazioni libere della ruota girevole

Si consideri lo schema di figura 2.1 nel quale si è indicato con r la lunghezza del braccio rigido che collega l'asse della ruota al telaio di un mobile che si muove con velocità V costante. L'insieme braccio-ruota ha la possibilità di ruotare intorno all'asse di traccia A.

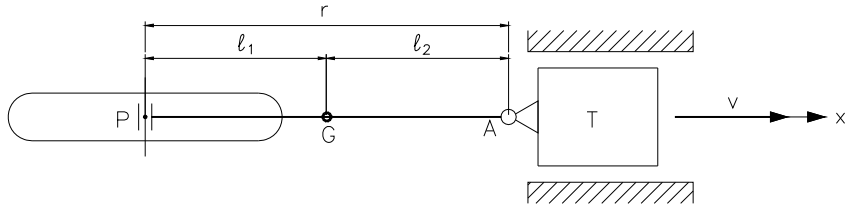


Fig. 2.1

In seguito ad una perturbazione il braccio PA si inclina rispetto alla direzione di avanzamento x di un angolo ϑ (fig. 2.2) e l'asse della ruota assume una velocità, risultante della velocità d'avanzamento V e della velocità tangenziale $r\dot{\vartheta}$.

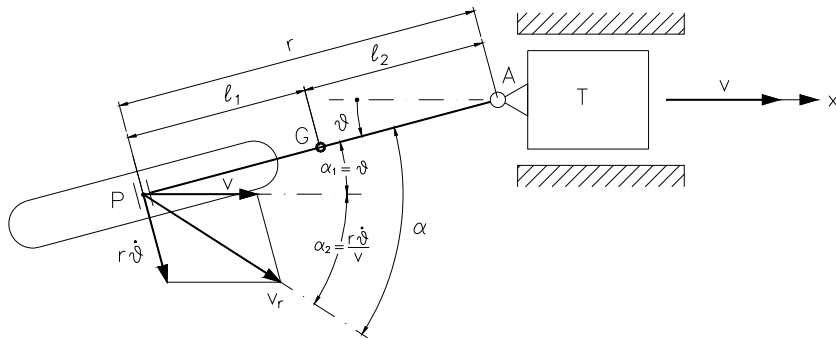


Fig. 2.2

L'angolo α che il vettore velocità V_r forma con il piano mediano della ruota è l'angolo di deriva. Il suolo esercita sulla ruota una forza trasversale proporzionale all'angolo di deriva secondo il coefficiente di rigidezza a deriva, k_α (fig.2.3):

$$F = k_\alpha \alpha$$

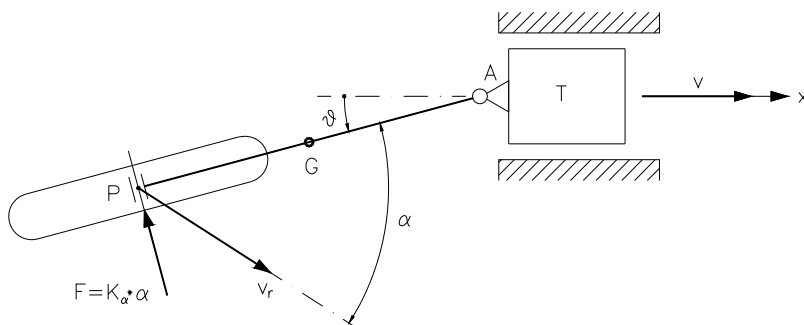


Fig. 2.3

Nell'ipotesi di piccoli angoli di rotazione ϑ del braccio PA, risultando: $r\dot{\vartheta} \cong V \cdot \alpha_2$ (fig.2.4),

l'angolo di deriva α è somma dei due contributi: $\alpha_1 = \vartheta$ e $\alpha_2 = \frac{r\dot{\vartheta}}{V}$.

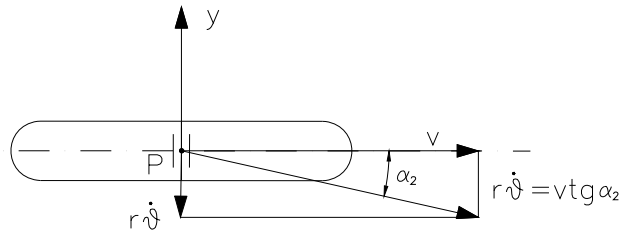


Fig. 2.4

Si ha quindi:

$$F = k_{\alpha} \left(\frac{r\dot{\theta}}{V} + \vartheta \right).$$

Indicato con $I = I_G + ml_2^2$ il momento d'inerzia del braccio rispetto alla cerniera in A, l'equazione del moto del braccio risulta:

$$I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + Fr = 0$$

Il termine dissipativo $c\dot{\theta}$ è dovuto all'eventuale presenza di uno smorzatore angolare posto in A. Sostituendo l'espressione della forza F , si ha:

$$I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k_{\alpha} \left(\frac{r\dot{\theta}}{V} + \vartheta \right) r = 0$$

$$I\ddot{\theta} + \left(c + \frac{k_{\alpha} r^2}{V} \right) \dot{\theta} + k_{\alpha} r \vartheta = 0$$

Posto:

$$\sigma = c + \frac{k_{\alpha} \cdot r^2}{V},$$

$$k = k_{\alpha} \cdot r,$$

l'equazione del moto può risciversi come segue:

$$I\ddot{\theta} + \sigma\dot{\theta} + k\vartheta = 0$$

Ci si è ricondotti ad una equazione differenziale del secondo ordine, lineare a coefficienti costanti. Il coefficiente σ del termine di primo ordine è funzione della velocità di avanzamento V ; risultano pertanto funzione dello stesso parametro anche le seguenti grandezze:

- il fattore di smorzamento:

$$\zeta = \frac{\sigma}{\sigma_{cr}} = \frac{cV + k_{\alpha} \cdot r^2}{2V\sqrt{k_{\alpha} \cdot r \cdot I}},$$

- la pulsazione naturale smorzata del sistema:

$$\omega_s = \omega_n \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_{cr}} \right)^2} = \sqrt{\frac{k_{\alpha} r}{I}} \sqrt{1 - \left(\frac{cV + k_{\alpha} r^2}{2V\sqrt{k_{\alpha} r I}} \right)^2};$$

essendo:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{I}} = \sqrt{\frac{k_{\alpha} r}{I_G + ml_2^2}}, \text{ la pulsazione naturale del corrispondente sistema conservativo e:}$$

$$\sigma_{cr} = 2\sqrt{kI} = 2\sqrt{k_{\alpha} \cdot r \cdot I} \text{ lo smorzamento critico.}$$

La pulsazione ω_s è funzione della velocità d'avanzamento del sistema V . La legge oraria $g(t)$, soluzione dell'equazione differenziale, è un moto oscillatorio smorzato se $\sigma < \sigma_{cr}$; risulta un moto aperiodico smorzato se invece $\sigma > \sigma_{cr}$.

Il passaggio tra i due comportamenti del sistema si ha per $\sigma = \sigma_{cr}$, e quindi per:

$$\sigma = c + \frac{k_\alpha r^2}{V} = 2\sqrt{k_\alpha r I}$$

e quindi la velocità di avanzamento a partire dalla quale il moto libero del sistema risulta oscillatorio, vale:

$$V^* = \frac{k_\alpha r^2}{2\sqrt{k_\alpha r^2 I - c}}$$

In figura 2.5 sono riportati i diagrammi della frequenza naturale $f_s = \omega_s / 2\pi$ e del fattore di smorzamento ζ del sistema al variare della velocità di avanzamento V . Dai diagrammi si osserva che:

- la frequenza della oscillazione libera smorzata f_s cresce all'aumentare della velocità di avanzamento e della rigidità a deriva; diminuisce all'aumentare dell'inerzia I ;
- il fattore di smorzamento ζ decresce rapidamente all'aumentare della velocità, così che la frequenza naturale del sistema f_s , all'aumentare della velocità V , tende ad un valore limite, che corrisponde a quello f_n del sistema non smorzato. Per V che tende all'infinito si ha:

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{k_\alpha r^2 I}} \quad ; \quad f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_\alpha r}{I_G + ml_2^2}}$$

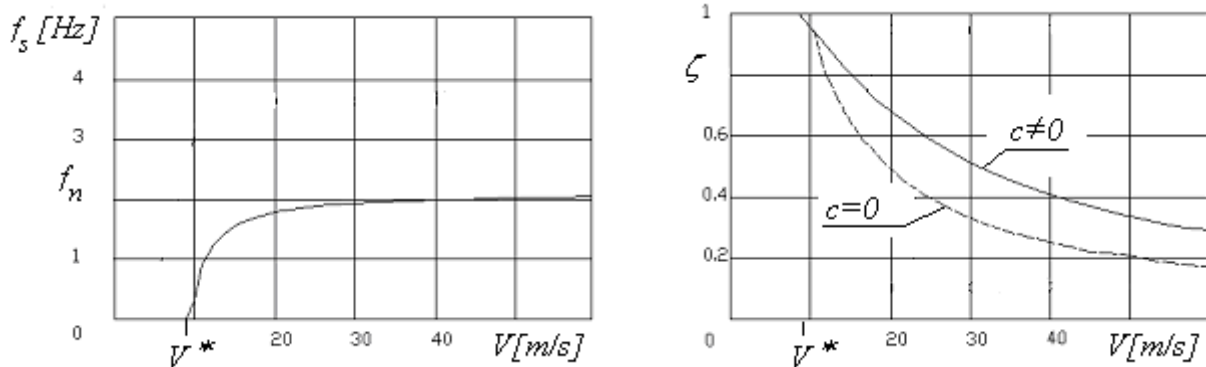
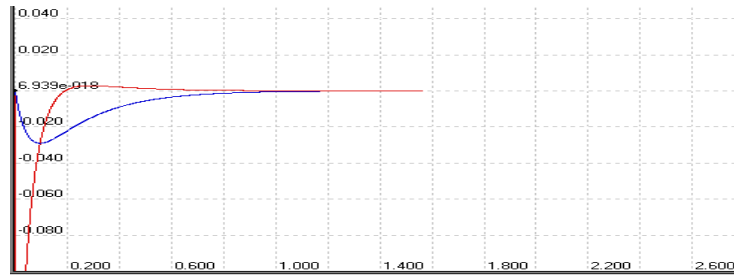
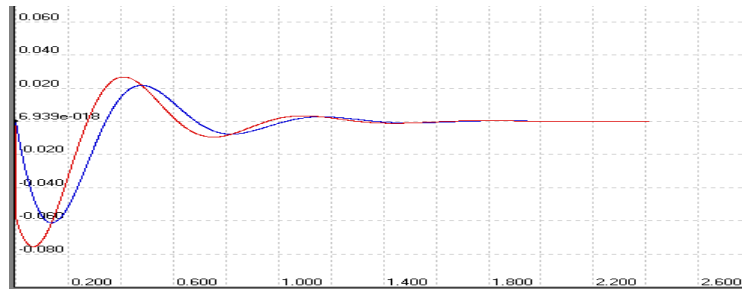
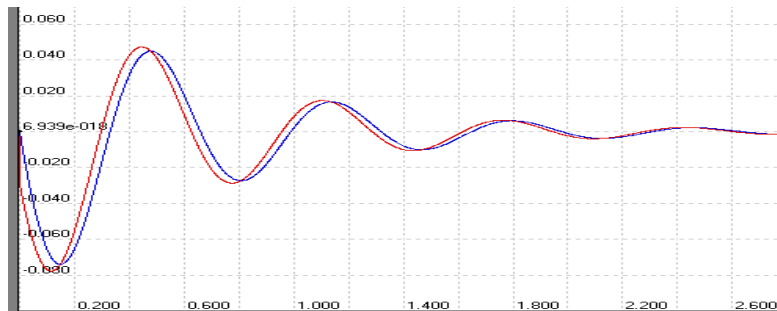


Fig. 2.5

Nelle figure 2.6 sono riportate le leggi orarie $q(t)$ e $a(t)$ per diversi valori della velocità di avanzamento V e per i seguenti valori dei parametri:

$$m=150\text{kg}; \quad r=1.30\text{m}; \quad l_2^2 = 0.83\text{m}; \quad c=0; \quad K_a=10000\text{N/rad}.$$

L'angolo di deriva α è sempre in ritardo rispetto a q ; in particolare in figura 2.6 a) la velocità V è minore della velocità critica ed il moto è aperiodico smorzato; nelle figure 2.6 b) e c) il moto è oscillatorio con smorzamento che decresce al crescere della velocità V .

Fig. 2.6a) – $V < V^*$; $\zeta > 1$ Fig. 2.6b) – $V > V^*$; $\zeta < 1$ Fig. 2.6c) – $V \gg V^*$; $\zeta \ll 1$

Il modello descritto pone in evidenza che il sistema è sempre stabile nel senso che perturbando le condizioni di regime il sistema inizia ad oscillare intorno all'asse dello sterzo ed in un tempo più o meno lungo (a seconda della velocità di avanzamento V) l'oscillazione si estingue e quindi l'angolo raggiunge nuovamente valore nullo.

Si noti che per valori negativi della velocità di avanzamento in sistema è sempre instabile (l'angolo si allontana definitivamente dal valore iniziale di 0° tendendo a 180°)

3. Lo shimmy

Lo *shimmy* è una oscillazione autoeccitata dell'insieme ruota-braccio intorno all'asse di sterzo che si manifesta se il sistema ha la possibilità di deformarsi trasversalmente. Il fenomeno è spesso associato ai carrelli di atterraggio dei velivoli; in tal caso l'oscillazione, che coinvolge la deformabilità trasversale e di imbardata del carrello, avviene con frequenza compresa nell'intervallo 10-30Hz. Tali oscillazioni usurano rapidamente i pneumatici e, nei casi più severi, possono danneggiare o far collassare il carrello.

Nel seguito viene presentato un modello di prima approssimazione in grado di evidenziare gli aspetti qualitativi del fenomeno e le condizioni geometriche/inerziali per le quali si desta tale fenomeno. Rispetto al caso precedente il braccio PA ha la possibilità di ruotare intorno alla cerniera A e di traslare in direzione y rispetto al telaio T (Fig.3.1); la rigidità trasversale del sistema è schematizzata con la molla di rigidità k .

Nello schema di figura 2.1 il braccio è vincolato al telaio che trasla con velocità di avanzamento V costante, mediante una cerniera ed una guida che consente una traslazione in direzione y . Il moto del braccio lungo la direzione y è contrastato dalla reazione della molla di rigidità k .

In seguito ad una perturbazione laterale, rivolta ad esempio nel senso delle y positive si ha una traslazione y positiva ed una rotazione oraria del braccio; si assumono, nel seguito, positive le rotazioni del braccio in senso orario.

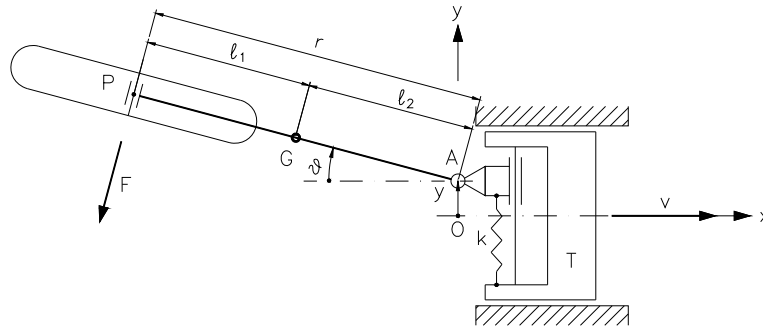


Fig. 3.1

Le condizioni di equilibrio intorno al baricentro G e lungo l'asse y forniscono le seguenti due equazioni del secondo ordine nelle tre incognite ϑ , y , F :

$$\begin{cases} -I_G \ddot{\vartheta} + k y l_2 \cos \vartheta - F l_1 = 0 \\ -m \ddot{y} - m l_2 \ddot{\vartheta} \cos \vartheta - k y - F \cos \vartheta = 0 \end{cases}$$

I_G ed m sono rispettivamente il momento d'inerzia rispetto al baricentro G e la massa dell'insieme ruota-braccio.

Per prescindere dai parametri che caratterizzano l'interazione ruota-suolo si adotta la *condizione di assenza di slittamento laterale* che impone che la ruota abbia componente della velocità nulla lungo la direzione parallela all'asse della ruota. Con riferimento alla figura 3.2 è possibile scrivere la seguente relazione che lega le velocità $\dot{\vartheta}$ e \dot{y} (vincolo anolonomo):

$$V \sin \vartheta + r \dot{\vartheta} + \dot{y} \cos \vartheta = 0$$

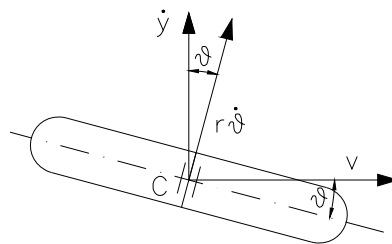


Fig. 3.2

Si ha pertanto un sistema di tre equazioni nelle incognite $\vartheta(t)$, $y(t)$ e $F(t)$ che, per piccoli valori di ϑ , può risciversi nella seguente forma:

$$\begin{cases} -I_G \ddot{\vartheta} + k y l_2 - F l_1 = 0 \\ m \ddot{y} + m l_2 \ddot{\vartheta} + k y + F = 0 \\ \dot{y} + r \dot{\vartheta} + V \vartheta = 0 \end{cases}$$

Dalle prime due relazioni, eguagliando le espressioni di F , si ha:

$$\begin{cases} F = \frac{ky l_2 - I_G \ddot{\vartheta}}{l_1} \\ F = -[m(\ddot{y} + l_2 \ddot{\vartheta}) + ky] \end{cases} \Rightarrow m(\ddot{y} + l_2 \ddot{\vartheta}) + ky + \frac{kl_2}{l_1} y - \frac{I_G}{l_1} \ddot{\vartheta} = 0$$

e quindi:

$$\begin{cases} m(\ddot{y} + l_2 \ddot{\vartheta}) + ky + \frac{kl_2}{l_1} y - \frac{I_G}{l_1} \ddot{\vartheta} = 0 \\ \dot{y} + r \dot{\vartheta} + V \vartheta = 0 \end{cases}$$

Sostituendo nelle equazioni le seguenti funzioni: $y(t) = Y e^{st}$; $\vartheta(t) = \Theta e^{st}$, si ha il seguente sistema di equazioni algebriche:

$$\begin{cases} \left(ms^2 + \frac{kr}{l_1} \right) Y + \left(ml_2 s^2 - \frac{I_G}{l_1} s^2 \right) \Theta = 0 \\ sY + (V + rs) \Theta = 0 \end{cases}$$

Tale sistema è omogeneo e presenta soluzioni diverse da quella banale (assenza di moto) se il determinante dei coefficienti è uguale a zero:

$$\begin{vmatrix} ms^2 + \frac{kr}{l_1} & ml_2 s^2 - \frac{I_G}{l_1} s^2 \\ s & V + rs \end{vmatrix} = 0$$

Sviluppando il determinante:

$$\begin{aligned} \left(ms^2 + \frac{kr}{l_1} \right) (V + rs) - \left(ml_2 s^2 - \frac{I_G}{l_1} s^2 \right) s &= 0 \\ ms^2 V + mrs^3 + \frac{krV}{l_1} + \frac{kr^2 s}{l_1} - ml_2 s^3 + \frac{I_G}{l_1} s^3 &= 0 \\ (I_G - ml_1 l_2 + ml_1 r) s^3 + ml_1 V s^2 + kr^2 s + krV &= 0 \\ (I_G + ml_1^2) s^3 + ml_1 V s^2 + kr^2 s + krV &= 0 \end{aligned}$$

L'equazione delle frequenze (polinomio caratteristico) risulta:

$$s^3 + \frac{ml_1 V}{I_G + ml_1^2} s^2 + \frac{kr^2}{I_G + ml_1^2} s + \frac{krV}{I_G + ml_1^2} = 0$$

Ponendo:

$$a_2 = \frac{ml_1 V}{I_G + ml_1^2}; \quad a_1 = \frac{kr^2}{I_G + ml_1^2}; \quad a_0 = \frac{krV}{I_G + ml_1^2}$$

Si ha:

$$s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

Per valutare la stabilità del sistema si adotta il criterio di Routh-Hurwitz che permette di stabilire se il sistema è stabile o meno, senza però fornire indicazioni sul grado di instabilità. Secondo tale criterio il sistema è stabile se tutti i coefficienti dell'equazione delle frequenze hanno lo stesso segno e se è verificata la seguente condizione: $a_1 a_2 > a_0$.

Il coefficiente a_1 è l'unico coefficiente indipendente dalla velocità di avanzamento e risulta positivo; perché il sistema sia stabile è necessario che siano quindi positivi anche i coefficienti a_0 e a_2 e ciò avviene se la velocità V è positiva.

Inoltre deve aversi:

$$a_1 a_2 > a_0 \Rightarrow \frac{kr^2}{I_G + ml_1^2} \cdot \frac{ml_1 V}{I_G + ml_1^2} > \frac{krV}{I_G + ml_1^2};$$

$$\frac{rml_1}{I_G + ml_1^2} > 1 \quad ; \quad (l_1 + l_2)ml_1 > m\rho_G^2 + ml_1^2 \quad ; \quad l_1 l_2 > \rho_G^2$$

In conclusione, perché il sistema sia stabile è quindi necessario che:

- 1) la velocità V sia positiva il che significa che il punto A deve precedere il punto P; la ruota deve essere cioè tirata - e non spinta - dal braccio;
- 2) che sia rispettata la seguente condizione geometrica:

$$\rho_G^2 < l_1 l_2$$

La posizione del baricentro risulta quindi particolarmente importante. Si noti che, per un assegnata lunghezza $r = l_1 + l_2$ del braccio il prodotto $l_1 l_2 = l_1(r - l_1)$ è massimo per $l_1 = l_2 = r/2$ ed è nullo per $l_1 = 0$ e per $l_1 = r$.

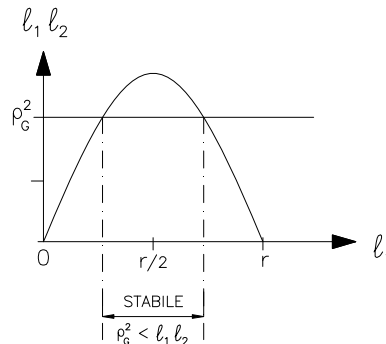


Fig. 3.3

In alcuni sistemi, come ad esempio nel caso dei carrelli anteriori degli aeroplani, tale relazione generalmente non è rispettata in quanto il baricentro è molto prossimo all'asse della ruota che è l'elemento di massa maggiore; si ha cioè: $l_1 \ll l_2$ e quindi il prodotto $l_1 l_2$ risulta piccolo e comunque minore di ρ_G^2 . Per evitare il fenomeno dello shimmy in corrispondenza della cerniera viene disposto uno smorzatore rotazionale; per tener conto di tale componente nella prima equazione del moto bisogna aggiungere la coppia di smorzamento fornita dallo *smorzatore anti-shimmy*:

$$-I_G \ddot{\theta} + kyl_2 - Fl_1 - \sigma \dot{\theta} = 0$$

Ripetendo il procedimento si giunge alla seguente espressione della condizione di stabilità:

$$\begin{cases} V > 0 \\ \rho_G^2 < l_1 l_2 + \frac{r\sigma}{mV} \end{cases}$$

dalla quale si vede che, a parità di tutte le altre condizioni, la stabilità del sistema dipende anche dalla velocità di avanzamento V . Tale espressione può essere utilizzata per valutare l'entità dello smorzamento da assegnare al sistema per evitare le oscillazioni di shimmy, nota che sia la massima velocità di avanzamento V_{max} :

$$\sigma > \frac{mV_{max}}{r} (\rho_G^2 - l_1 l_2)$$

oppure consente di ricavare il valore massimo della velocità di avanzamento oltre il quale il sistema è instabile:

$$V < \frac{r\sigma}{m(\rho_G^2 - l_1 l_2)}$$

In figura 3.4 è qualitativamente rappresentato il benefico effetto introdotto dalla presenza dello smorzatore sulla stabilità del sistema.

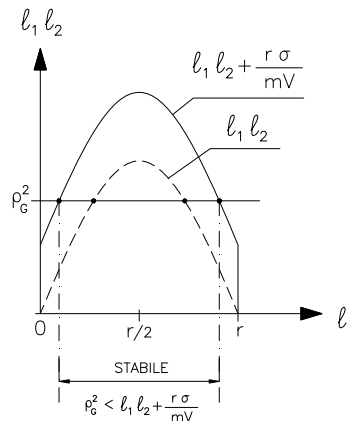


Fig. 3.4

Nei carrelli di atterraggio degli aerei la rotazione del braccio è contrastata dalla rigidità dell'attuatore di sterzo, e strutturale del carrello, schematizzabile con una molla rotazionale di rigidità k_g (Fig. 3.5) che introduce un'ulteriore momento nella prima equazione del moto:

$$-I_G \ddot{\vartheta} + k_y l_2 - F l_1 - k_g \vartheta - \sigma \dot{\vartheta} = 0$$

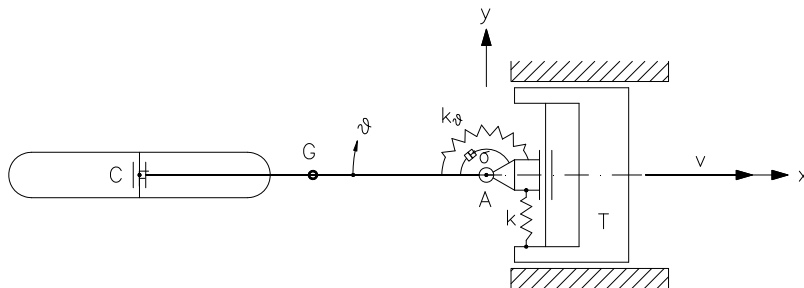


Fig. 3.5

Eguagliando le espressioni della forza F , considerando la condizione di assenza di slittamento laterale e linearizzando le equazioni, si ha:

$$\begin{cases} m(\ddot{y} + l_2 \ddot{\theta}) + ky + \frac{kl_2}{l_1} y - \frac{I_G}{l_1} \ddot{\theta} - \frac{k_g}{l_1} \theta - \frac{\sigma}{l_1} \dot{\theta} = 0 \\ \dot{y} + r \dot{\theta} + V \theta = 0 \end{cases}$$

Seguendo lo stesso procedimento i coefficienti del polinomio caratteristico risultano:

$$a_2 = \frac{ml_1 V + \sigma}{I_G + ml_1^2}; \quad a_1 = \frac{(kr^2 + k_g)}{I_G + ml_1^2}; \quad a_0 = \frac{krV}{I_G + ml_1^2}.$$

Adottando il criterio di Routh-Hurwitz si giunge alla seguente condizioni di stabilità:

$$\begin{cases} V > 0 \\ \rho_G^2 < l_1 l_2 + \frac{l_1 k_g}{r k} + \left(r + \frac{k_g}{rk} \right) \frac{\sigma}{mV} \end{cases}$$

Perché il funzionamento del sistema sia stabile è necessario che:

- il rapporto l_1/r sia il più grande possibile; il baricentro dovrebbe trovarsi più vicino alla cerniera A , condizione in genere non verificata se la ruota è l'elemento di massa maggiore del sistema;
- il rapporto tra la rigidità rotazionale e quella trasversale (k_α/k) sia elevato;
- il sistema abbia massa m contenuta ;
- la velocità V (positiva) non assuma valori elevati;
- lo smorzamento σ assuma valore sufficientemente grande.

Il sistema risulta instabile se risulta:

$$V \geq \frac{\sigma}{m} \cdot \frac{\left(r + \frac{k_g}{rk} \right)}{\rho_G^2 - l_1 l_2 - \frac{l_1 k_g}{r k}}$$

Adottando il modello bidimensionale illustrato si giunge alla conclusione che, al crescere della velocità, il sistema può divenire instabile; in tale modello, come si è detto, non si è tenuto conto degli effetti dinamici dovuti dalla rotazione della ruota che, nel caso specifico rappresenta solo un elemento in grado di scambiare forze trasversali con il suolo. Non si è tenuto conto quindi delle:

- azioni giroscopiche che nascono in seguito alla rotazione della ruota intorno al proprio asse insieme alle rotazioni di camber dovute alla deformazione laterale del carrello. Tali azioni sono tanto più intense quanto maggiore è la velocità e, come è noto dalla bibliografia, hanno un effetto stabilizzante;
- alle azioni dovute allo sbilanciamento della ruota ed in particolare allo sbilanciamento dinamico che forza il carrello a compiere delle vibrazioni forzate con una frequenza legata alla velocità di rotazione della ruota stessa.

Un certo grado di smorzamento si può ottenere anche adottando le *ruote gemellate* che vengono utilizzate quando il carico agente sul carrello anteriore (pari a circa 10-15% del peso complessivo del velivolo) non può essere sostenuto da una sola ruota. Le ruote gemellate sono costituite da due ruote calettate sullo stesso asse e rotanti quindi alla stessa velocità (Fig. 3.5); in questa

configurazione, una oscillazione $q(t)$ innescata da una perturbazione, comporta strisciamenti dei due pneumatici sul suolo, di verso opposto; si destano cioè due azioni longitudinali che generano una coppia che si oppone alla rotazione del sistema.

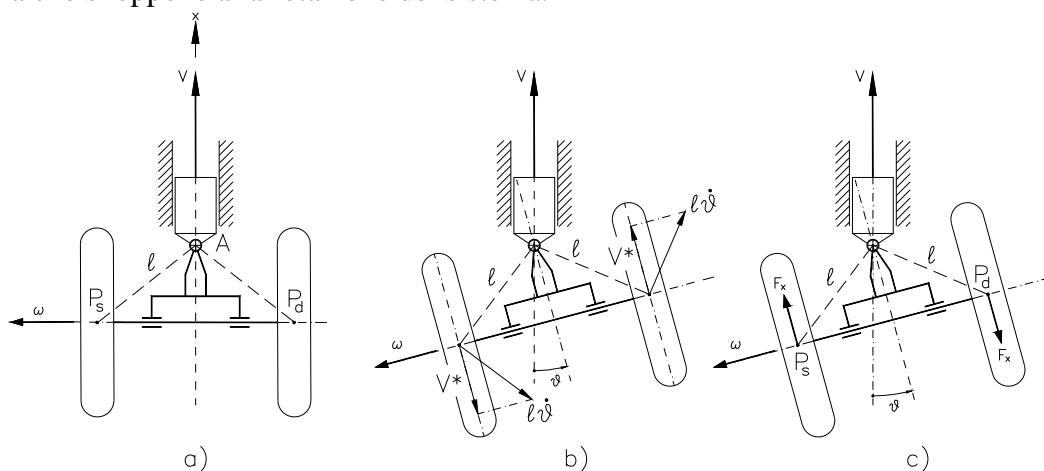


Fig. 3.5

Indicata con l la distanza tra la cerniera A ed il centro delle ruote (Fig. 3.5 a), in seguito ad una perturbazione il carrello ruota con velocità $\dot{\vartheta}$ e la velocità periferica dei centri delle ruote risulta $l\dot{\vartheta}$. La componente di tale velocità sul piano mediano della ruota (V^*) ha verso opposto per le due ruote (Fig. 3.5b). Per piccoli angoli di rotazione ϑ , tali componenti possono considerarsi parallele alla velocità d'avanzamento V . La velocità della ruota destra risulta quindi pari a $V-V^*$, mentre quella sinistra è pari a $V+V^*$.

Quindi, finché il carrello procede indisturbato lungo la direzione di avanzamento (Fig. 3.6 a), la velocità dell'asse comune risulta pari a $V=\omega R$ e le ruote sono in condizione di puro rotolamento (assenza di coppie applicate ed angolo di deriva nullo); in seguito ad una perturbazione trasversale le ruote (essendo solidali nella rotazione) iniziano a strisciare con velocità di strisciamento opposte (Fig. 3.6 b, c) generando una coppia di forze che tende ad annullare l'effetto della perturbazione.

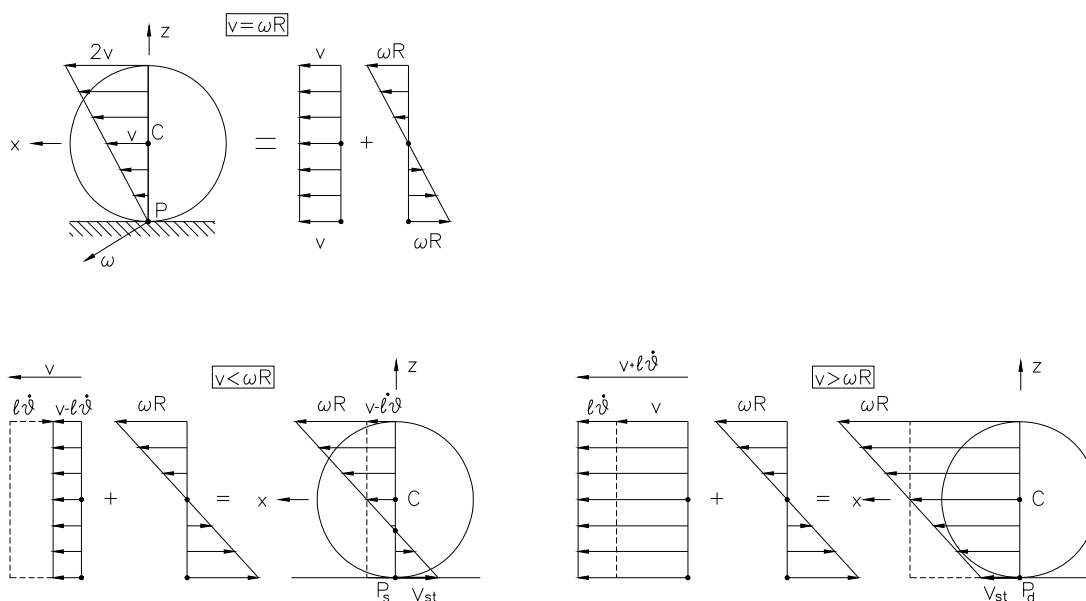


Fig. 3.6

Riferimenti bibliografici

- J.P. Den Hartog. - Mechanical Vibrations (IV ed.) – McGraw Hill Book Company, 1956.
- V. Cossalter – Meccanica applicata alle macchine – Edizione Progetto Padova, 2004;