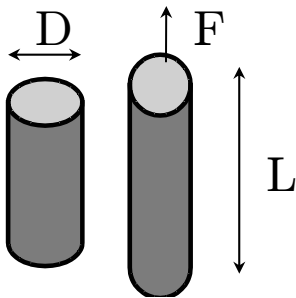


Sensori di deformazione (e forza)



Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

Sforzo e deformazione



sforzo assiale: $\sigma_a = \frac{F}{A}$

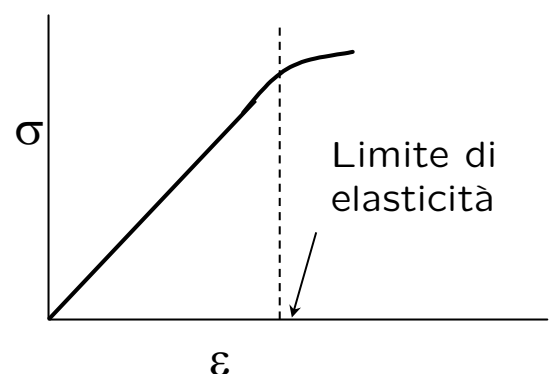
deformazione assiale: $\epsilon_a = \frac{\Delta L}{L}$

deformazione trasversale: $\epsilon_t = \frac{\Delta D}{D}$

modulo di Poisson: $\nu = -\frac{\epsilon_t}{\epsilon_a} = -\frac{\Delta D/D}{\Delta L/L}$
(tipicamente = 0.3)

modulo di Young (o di elasticità): $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$

- Sforzo (*stress*)
 - Si ha uno sforzo ogni qualvolta che si applica una forza ad un corpo.
- Deformazione (*strain*)
 - È il rapporto fra l'incremento di lunghezza di un corpo e la sua lunghezza originale (adimensionale)



Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

- Estensimetri (*strain gages* o *gauges*)
 - Si basano sul principio per cui la resistenza elettrica di un materiale varia con la deformazione
 - Misurano deformazioni locali e in una direzione, oppure in più dimensioni qualora si usino estensimetri a rosetta (*rosette gages*)
 - Sono i sensori di deformazione più utilizzati
- Trasduttori piezoresistivi
 - Utilizzano come elemento deformabile un cristallo di silicio (chip) sul quale si realizzano resistenze estensimetriche mediante tecniche di diffusione.
- Risonatori su silicio
 - Realizzati su silicio, la frequenza di risonanza dipende dalla deformazione trasversale del risonatore
- Trasduttori induttivi (vedi trasformatore diff. lineare, LVDT)

Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

Estensimetri (*strain gages*)

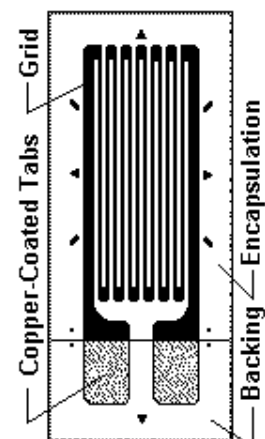
- Sono conduttori che se sottoposti a trazione elastica modificano la loro resistenza elettrica

$$R(L) = \rho \frac{L}{A}$$

L = lunghezza del conduttore
 A = area della sezione trasv. del conduttore
 ρ = resistività

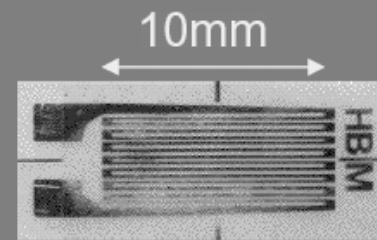
- All'aumentare della deformazione, L cresce, e quindi R cresce
- All'aumentare della deformazione, A decresce, e quindi R cresce
- Per la maggior parte dei materiali, all'aumentare della deformazione ρ cresce, e quindi R cresce ulteriormente

CEA-Series Strain Gage



Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

a film metallico
 ⇨ più comune



a semiconduttore
 ⇨ per applicazioni integrate



Gage factor

• Gage factor: $\lambda = \frac{\Delta R/R}{\Delta L/L}$

(indicato anche con GF o F in letteratura)

Dipende dal materiale con cui è fatto l'estensimetro)

• Proprietà: $\lambda = \frac{\Delta \rho / \rho}{\epsilon_a} + 1 + 2\nu$

differenziale della funzione $R(\rho, L, A)$ rispetto a (ρ, L, A)

Infatti:

$$\Delta R = \Delta \left(\frac{\rho L}{A} \right) = \frac{L}{A} \Delta \rho + \frac{\rho}{A} \Delta L - \frac{\rho L}{A^2} \Delta A$$

$$A = CD^2,$$

$C = 1$ (quadrato), $C = \pi/4$ (cerchio)

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta L}{L} - \frac{2\Delta D}{D}$$

$$\lambda = \frac{\Delta R/R}{\Delta L/L} = \frac{\Delta \rho / \rho}{\Delta L/L} + 1 - 2 \frac{\Delta D/D}{\Delta L/L} = \frac{\Delta \rho / \rho}{\epsilon_a} + 1 + 2\nu$$

spesso trascurabile

• Trasduzione: $\epsilon_a = \frac{\Delta R/R}{\lambda}$

Strain gage: Valori tipici

- Per avere alta sensibilità, si useranno materiali con gage factor elevato

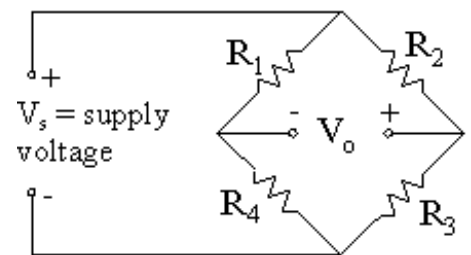
$$\Delta R = \lambda \epsilon_a R$$

- Il gage factor di solito è compreso fra 1.6 e 4 (es: 2 per la costantana), ma per alcuni semiconduttori arriva fino a 200
- Se la resistività ρ non cambia con la deformazione: $\lambda = 1 + 2\nu$ (per $\nu=0.3$, $\lambda=1.6$)
- Resistenza elettrica R:
 - 120÷350 Ω
 - 1000 Ω per materiali plastici
- La deformazione assiale ϵ_a di solito varia fra 10^{-6} a 10^{-3} , il che vuol dire che per $R = 240 \Omega$, $\Delta R = 0.00024 \div 0.24 \Omega$ (molto piccola !)
- ΔR si misura di solito mediante ponte di Wheatstone

Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

Ponte di Wheatstone (*Wheatstone Bridge*)

- Circuito costituito da quattro resistori (R_1, R_2, R_3, R_4), alimentato da una tensione V_s
- Ipotesi: lo strumento che misura V_0 ha impedenza infinita



- Dalla legge di Ohm:
$$V_0 = V_s \frac{R_3 R_1 - R_4 R_2}{(R_2 + R_3)(R_1 + R_4)}$$

- Il ponte si dice bilanciato se $V_0=0$
 - a. I resistori sono identici: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$
 - b. Risulta $R_3 R_1 = R_4 R_2$, ossia $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}$

In questo caso è facile dimostrare che

$$V_0 \approx V_s \frac{R_1 R_4}{(R_1 + R_4)^2} \left[\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right]$$

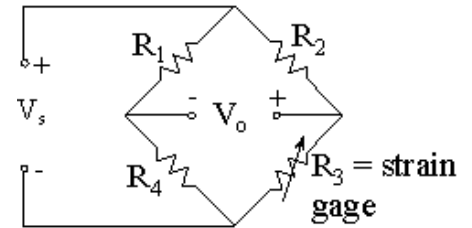
Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

Quarter Bridge Circuit

- $R_3(\epsilon_a)$ = resistenza dello strain gage
- Ipotesi: $V_0=0$ a deformazione nulla

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3(0)}$$

- $R_3(0) = 120 \Omega$
- $R_1=R_2=R_4=120 \Omega$



$$V_0 = V_s \frac{R_3 R_1 - R_4 R_2}{(R_2 + R_3)(R_1 + R_4)}$$

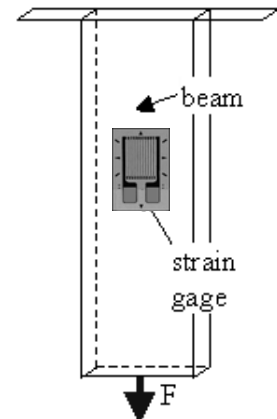
- In queste ipotesi, con facili manipolazioni algebriche si ottiene

$$V_0 = \frac{1}{4} V_s \lambda \epsilon_a$$

Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

Quarter Bridge Example

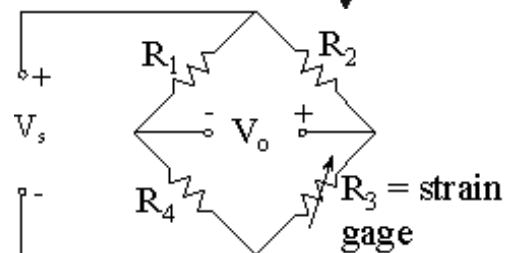
- Esempio: determinare la deformazione di una barra sottoposta a trazione
 - $V_s = 5 \text{ V}$
 - $\lambda = 1.8$
 - Ponte bilanciato in assenza di carico F



Applicando il carico F, si misura $V_0 = 2.1 \text{ mV}$

$$\epsilon_a = 4 \frac{V_0}{V_s} \frac{1}{\lambda} = 4 \frac{2.1 \text{ mV}}{5000 \text{ mV}} \frac{1}{1.8}$$

$\approx 0.000930 \text{ strain} = 930 \text{ microstrain}$

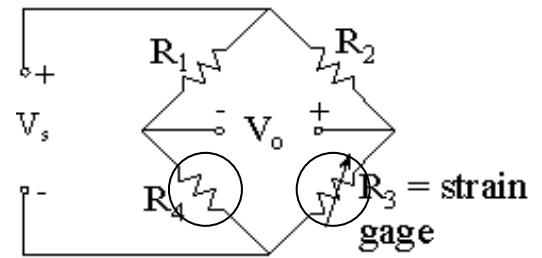
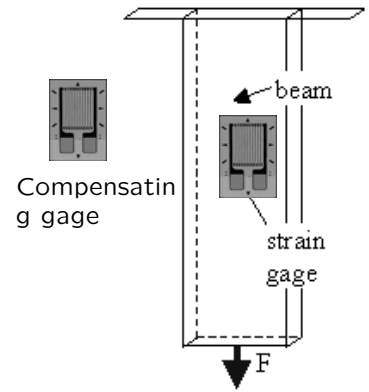


Problema: le variazioni di R dovute alla deformazione sono dello stesso ordine di quelle dovute alla variazione della temperatura

Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

Compensazione della temperatura

- Soluzione 1: Estensimetri autocompensati. Hanno un λ tale da compensare gli effetti della dilatazione termica del corpo a cui sono applicati
- Soluzione 2: Agire a livello di ponte di Wheatstone, applicando un secondo estensimetro (al posto di R_2 o R_4), che però non viene sollecitato
- Esempio: $R_1 = R_2 = R$
 $R_4 = R + \Delta R(T)$
 $R_3 = R + \Delta R(T) + \Delta R(L)$



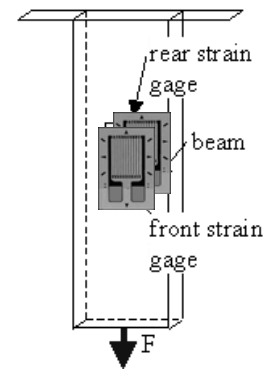
Si ottiene ancora $V_0 \approx \frac{1}{4} V_s \lambda \epsilon_a$ per ogni T

Half Bridge Circuit

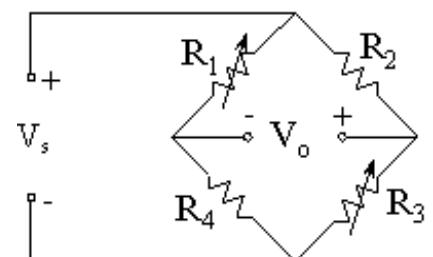
- Usiamo adesso due strain gage (entrambe attivi)
- Ipotesi: ponte inizialmente bilanciato
- Ricordando che

$$\text{si ottiene } V_0 \approx V_s \frac{R_1 R_4}{(R_1 + R_4)^2} \left[\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right]$$

$$V_0 = \frac{1}{2} V_s \lambda \epsilon_a$$



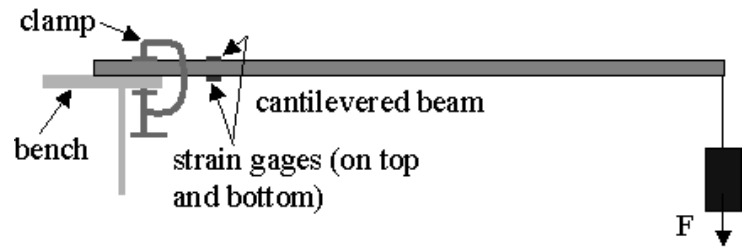
- Il circuito half bridge produce una tensione doppia rispetto al quarter bridge (sensibilità raddoppiata)
- NB: se avessimo messo lo strain gage su R_2 , avremmo avuto $V_0 = 0$!



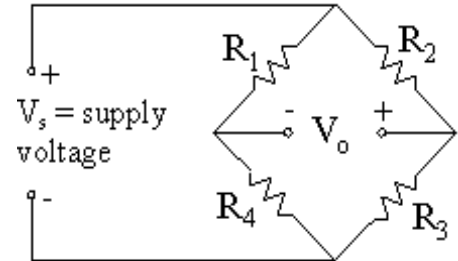
Esempio con due gage attivi

- Avendo un gage in tensione ed uno in compressione, si ha

$$\Delta R_{\text{compressione}} = -\Delta R_{\text{tensione}}$$



- Dove dobbiamo posizionare gli strain gage nel ponte di Wheatstone ?



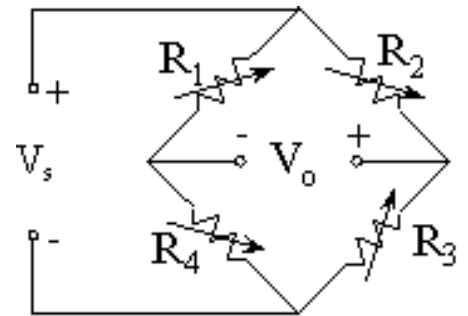
$$V_0 \approx V_s \frac{R_1 R_4}{(R_1 + R_4)^2} \left[\underbrace{\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2}}_{\text{Scelta 1}} + \underbrace{\frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4}}_{\text{Scelta 2}} \right]$$

- Le uniche scelte possibili sono le posizioni 1 e 2 oppure 3 e 4 (altrimenti $V_0=0$)

Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

Full Bridge Circuit (4 gage attivi)

- Tutti i resistori sono sostituiti dagli strain gage
- Attenzione a come collegare gli strain gage:
 - ad esempio R_1 e R_3 devono avere deformazione positiva, mentre R_2 e R_4 negativa



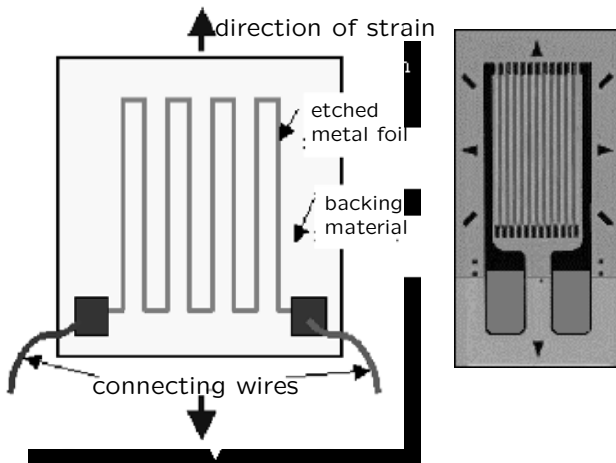
$$V_0 \approx V_s \frac{R_1 R_4}{(R_1 + R_4)^2} \left[\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right]$$

- La sensibilità è 4 volte maggiore rispetto alla configurazione quarter bridge

$$V_0 = V_s \lambda \epsilon_a$$

Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

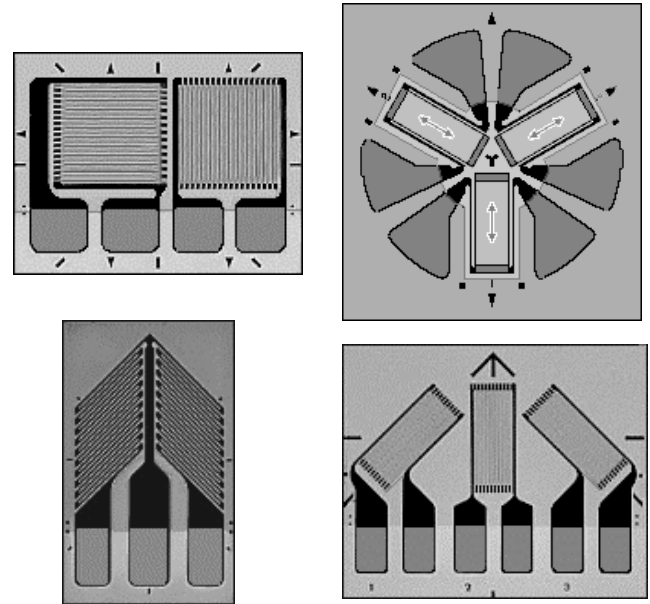
A elemento singolo



Viene misurato lo sforzo medio sull'area occupata dal gage

La dimensione del gage è importante !

A rosetta

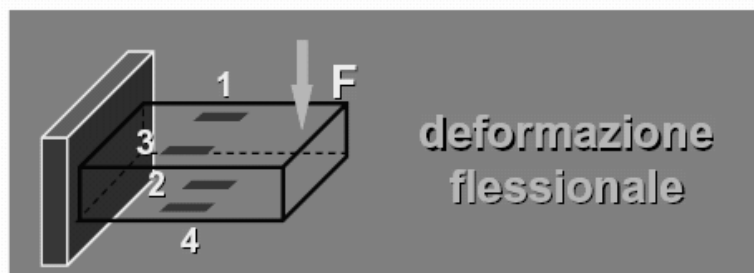
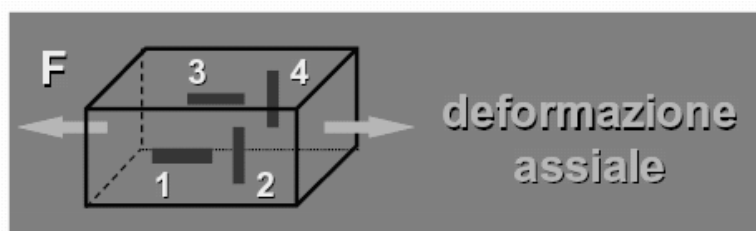


*Le componenti dello sforzo si ricavano dalle tensioni misurate risolvendo un set di equazioni

Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

Misura di forza

Estensimetri incollati su una struttura metallica che si deforma con l'applicazione della forza



Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

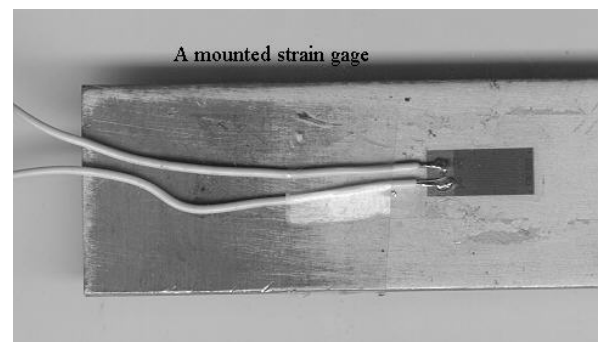
Caratteristiche tecniche essenziali

parametro	film metallico	semiconduttore
GF	$\approx 2 \pm 1\%$	$\approx 100 \pm 3\%$
Rnom(Ω)	120, 350	molti valori
$\Delta R / \Delta T$ (p.p.m / $^{\circ}C$)	5÷50	100÷500
linearità	dipende dall'allestimento meccanico	

Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

Strain Gages

- Normally strain gages are accurate to $\pm 1\%$. However, mounting (**orientation and bonding**) and environmental errors introduce additional uncertainty, $\pm 1\%$ to 3% .
 - Or much worse!!
- Measure strains from 1×10^{-6} to 0.2 inch/inch. Can be applied to nearly any surface.
- Frequency response is on the order of 50 kHz.
- Gage selections based on:
 - Gage alloy selection, number of gages, gage length, gage width, solder tab type, gage pattern, temperature compensation, grid resistance, accuracy, stability, cyclic endurance, operating environment, and installation requirements.



** \$65 to \$100/hr to install

(i.e. approximately 1 hour per gage) to install a strain gage which includes surface prep, attachment (bonding) and wiring

Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

Potential Error Sources with Strain Gages

- Applications Errors
 - Gage may be damaged during installation.
 - Need to verify resistance before stress.
- Electrical noise - Electrical and Magnetic fields
 - Utilizing shielded lead wires and insulated coatings.
 - Utilize twisted lead wires.
- Thermally induced voltages caused by thermocouple effects at the junction of dissimilar metals in strain gage circuit.
- Temperature effects
 - Thermal expansion of materials affects measured strain.
 - Self heating of strain gages!

Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

Strain Measurements

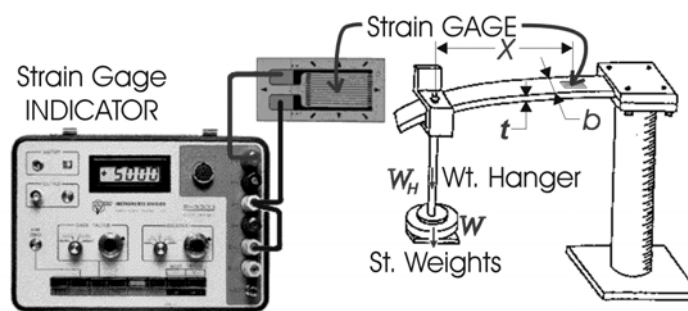
- Strain measurements are made over a finite length of material.
 - Smaller the length the more closely the measurement will approximate the strain at a particular point.
 - The length over which strain measurement is taken is called the base length.

Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

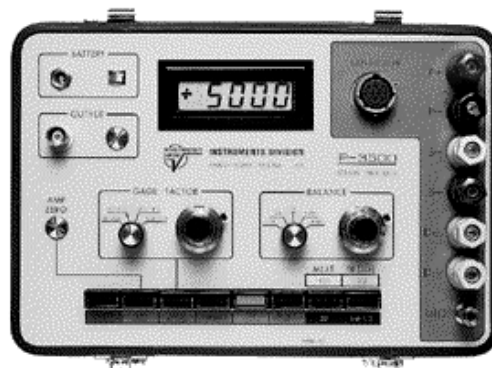
www.measurementsgroup.com

Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

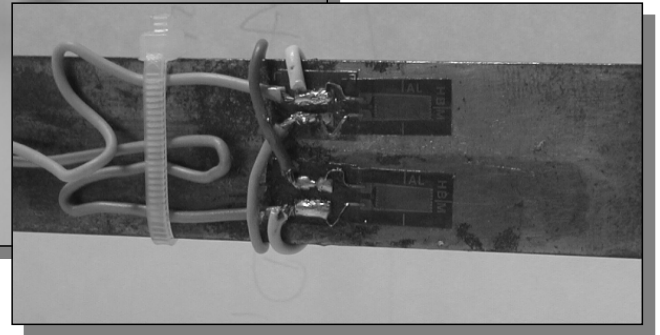
Strain Gage Indicator



CANTILEVER BEAM STRAIN MEASUREMENT



Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04



Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2003/04

Sensori di deformazione

Fine