

Questi appunti costituiscono soltanto una traccia sintetica del Corso di Laboratorio di Fisica, a prescindere dalle opportune spiegazioni e dai necessari chiarimenti forniti a lezione.

MISURA DI UNA GRANDEZZA

Misurare una grandezza significa trovare il rapporto tra la grandezza incognita e la corrispondente unità di misura.

Operazioni necessarie:

- scegliere un opportuno sistema di unità di misura
- scegliere lo strumento da usare, valutandone le caratteristiche in rapporto alla misura da effettuare
- elaborare i risultati

SISTEMA INTERNAZIONALE (S.I.)

Grandezze fondamentali	Unità di misura	Simbolo
lunghezza	metro	<i>m</i>
tempo	secondo	<i>s</i>
massa	kilogrammo	<i>kg</i>
intensità di corrente elettrica	ampère	<i>A</i>
temperatura	grado Kelvin	<i>K</i>
intensità luminosa	candela	<i>cd</i>

STRUMENTI DI MISURA

Uno **strumento** di misura è un apparecchio che permette di determinare il valore di una grandezza fisica in rapporto al valore di una grandezza campione assunto convenzionalmente come unitario.

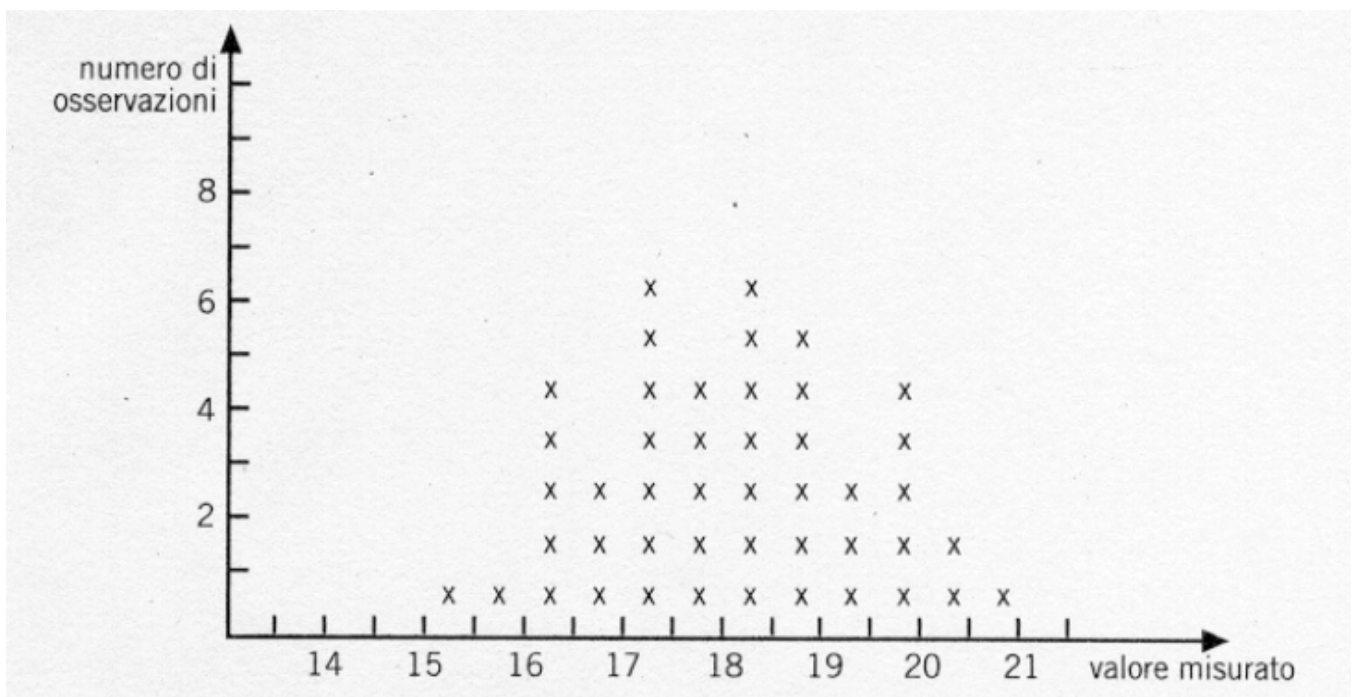
Caratteristiche di uno strumento:

- **Sensibilità**: minima sollecitazione che si deve applicare allo strumento, perché esso fornisca una risposta apprezzabile.
- **Precisione**: capacità dello strumento di fornire la stessa risposta a parità di sollecitazione.
- **Giustezza**: corrispondenza tra il valore che esso fornisce per la misura di una grandezza e il valore vero di essa.

ELABORAZIONE DEI RISULTATI

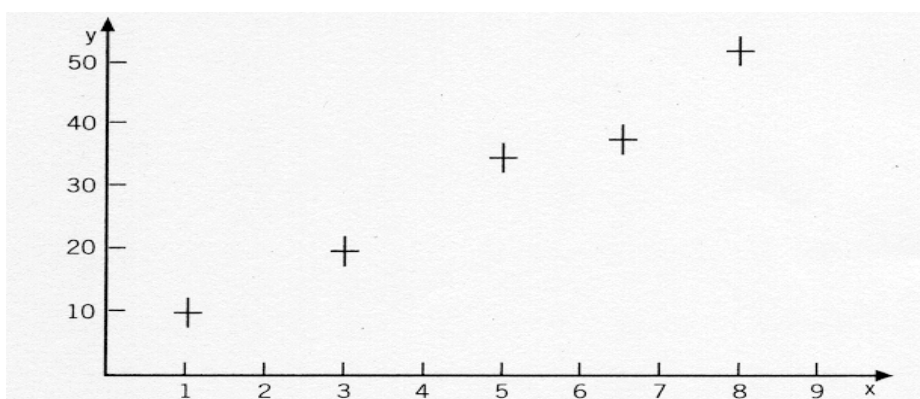
Rappresentazione grafica

- **Istogramma**: rappresentazione grafica del numero di volte (frequenza) che la grandezza misurata assume il valore contenuto in un dato intervallo.



- **Grafico x,y**: si costruisce riportando in ascissa i valori di una grandezza e in ordinata quelli dell'altra grandezza.

Tabella



X	Y
1	10
3	20
5	35
6.5	37
8	50

Stima del risultato ed analisi delle incertezze

Il risultato finale di una serie di misure di una grandezza è la miglior **stima della grandezza**.

L'**incertezza** sulla singola misura, e quindi sul risultato, viene espressa attribuendo loro un **errore**, spesso indicato attraverso un intervallo all'interno del quale si è confidenti che si trovi il valore misurato.

incertezza $\Leftrightarrow$ errore di misura

Differenti tipi di errori

- **Errori sistematici**: quegli errori che possono affliggere il valore misurato così da renderlo sistematicamente diverso dal valore vero, sempre più piccolo o sempre più grande.
- **Errori di sensibilità**: errori dovuti alla sensibilità dello strumento.
- **Errori casuali**: quegli errori dovuti a cause accidentali (circostanze ambientali) che influenzano la misura.

Se x_{best} è la migliore stima di una grandezza misurata x , e se

$$[x_{best} - \delta x ; x_{best} + \delta x]$$

è l'intervallo all'interno del quale si ha fiducia che essa si trovi, il **risultato della misura** è scritto come

$$(\text{valore misurato di } x) = x_{best} \pm \delta x$$

dove δx indica l'errore su x .

Errore relativo : è definito come il rapporto

$$\delta x / |x_{best}|$$

L'errore relativo è una indicazione approssimativa della qualità di una misura.

Per distinguerlo dall'errore relativo, δx viene anche chiamato **errore assoluto**.

Cifre significative

L'errore sperimentale deve di regola essere arrotondato a **una cifra significativa**.

Per esempio $g \text{ misurata} = 9,82 \pm 0,02 \text{ m/s}^2$

L'**ultima cifra significativa** del risultato di una misura deve essere dello stesso ordine di grandezza (stessa posizione decimale) dell'errore.

Per esempio, se si ottiene come valore misurato della velocità 92,81 m/s e l'errore sulla misura è 0,3 m/s, si deve scrivere

$$\text{velocità misurata} = 92,8 \pm 0,3 \text{ m/s}$$

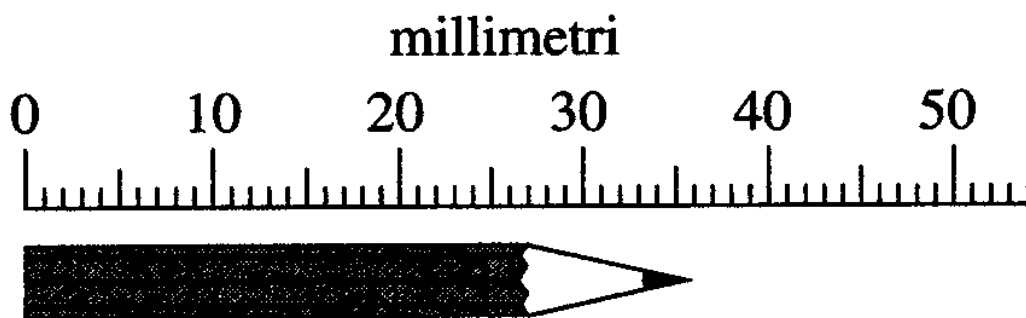
se l'errore sulla misura è 3 m/s, si deve scrivere

$$\text{velocità misurata} = 93 \pm 3 \text{ m/s}$$

TIPI DI MISURE

Misure dirette, singole e ripetute

L'errore da attribuire al risultato di una singola misurazione fatta con uno strumento (**misura diretta**) è dato dalla **sensibilità dello strumento**, pari alla metà della più piccola divisione riportata sulla sua scala di misura.



Il risultato della misurazione è

$$L = 36 \text{ mm} \pm 0.5 \text{ mm} = (36 \pm 0.5) \text{ mm}$$

Ci sono spesso altre sorgenti di errore che possono essere più importanti della sensibilità della scala, per le quali bisogna decidere di volta in volta l'errore da attribuire alla singola misura diretta.

- **ripetizione della misura**
- si assume come migliore stima del valore della grandezza il **valore medio** dei risultati ottenuti

$$x = (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)/n$$

a cui attribuire un'incertezza data dall'**errore massimo**

$$\Delta x = (x_{\max} - x_{\min})/2$$

Un altro tipo di misura diretta per la quale è facile stimare l'errore è il **conteggio di eventi** che si presentano casualmente, ma con una media temporale definita, per esempio le nascite che avvengono in un ospedale in un periodo definito di tempo. si può attribuire a tale numero un'incertezza pari alla radice quadrata del numero conteggiato.

$$(\text{numero di eventi nel tempo } T) = \nu \pm \nu^{1/2}$$

PROPAGAZIONE DEGLI ERRORI

Quando il valore di una grandezza si ottiene dalla misurazione di grandezze a questa collegate attraverso la sua definizione o una legge fisica (**misura indiretta**), bisogna prima stimare gli errori sulle grandezze misurate direttamente e poi bisogna trovare come questi errori si propagano attraverso i calcoli per produrre un errore nel risultato finale.

Errori massimi

- Grandezza somma o differenza di due grandezze

Se $A = B + C$

e sono noti gli errori ΔB e ΔC sulle grandezze misurate B e C , i valori massimo e minimo della grandezza A corrispondono a

$$A_{max} = (B + \Delta B) + (C + \Delta C) \quad A_{min} = (B - \Delta B) + (C - \Delta C)$$

per cui

$$\Delta A = (A_{max} - A_{min})/2 = \Delta B + \Delta C$$

Se invece $A = B - C$ è ancora

$$\Delta A = (A_{max} - A_{min})/2 = \Delta B + \Delta C$$

Quindi **l'errore massimo** da attribuire a una grandezza **somma o differenza** di grandezze misurate è dato dalla **somma degli errori massimi** sulle grandezze misurate.

- Grandezza prodotto o quoziente di due grandezze

Se $A = B \cdot C$

si ha

$$\Delta A = (A_{max} - A_{min})/2 = C \cdot \Delta B + B \cdot \Delta C$$

Calcolando l'errore relativo si ha

$$\Delta A/A = (C \cdot \Delta B + B \cdot \Delta C)/(B \cdot C) = \Delta B/B + \Delta C/C$$

Se invece

$$A = B/C$$

si ottiene

$$\Delta A = (C \cdot \Delta B + B \cdot \Delta C)/C^2 = B \Delta C / C^2 + \Delta B / C$$

e calcolando l'errore relativo si ha

$$\Delta A/A = (\Delta B/C + B \cdot \Delta C/C^2) \cdot C/B = \Delta B/B + \Delta C/C$$

Quindi l'**errore massimo relativo** da attribuire a una grandezza **prodotto o quoziente** di due grandezze è dato dalla somma degli errori relativi delle grandezze misurate

Se tra le grandezze c'è una relazione di **potenza**

$$A = B^n = B \cdot B \cdot B \dots$$

l'errore relativo sarà

$$\Delta A/A = \Delta B/B + \Delta B/B + \Delta B/B + \dots = n \Delta B/B$$

Quindi l'**errore relativo** di una grandezza ottenuta tramite l'**innalzamento a potenza** di una grandezza misurata è dato dall'errore relativo della grandezza misurata moltiplicato per l'esponente.

Formule generali per la propagazione degli errori

Si può vedere che, data una serie di misure indirette di una grandezza f , funzione delle grandezze $(x, \dots, z)$ misurate direttamente con errori indipendenti e casuali, una stima dell'errore finale su f , più realistica (e più piccola) dell'errore massimo, può essere fornita applicando la **regola generale**

$$\delta f = \{[(\partial f / \partial x) \delta x]^2 + \dots + [(\partial f / \partial z) \delta z]^2\}^{1/2}$$

che fornisce le relazioni particolari

- somme e differenze

$$f = x + \dots + z - (u + \dots + w)$$

$$\delta f = \{(\delta x)^2 + \dots + (\delta z)^2 + (\delta u)^2 + \dots + (\delta w)^2\}^{1/2}$$

- prodotti e quozienti

$$f = (x \times \dots \times z) / (u \times \dots \times w)$$

$$\frac{\delta f}{|f|} = \{(\delta x/x)^2 + \dots + (\delta z/z)^2 + (\delta u/u)^2 + \dots + (\delta w/w)^2\}^{1/2}$$

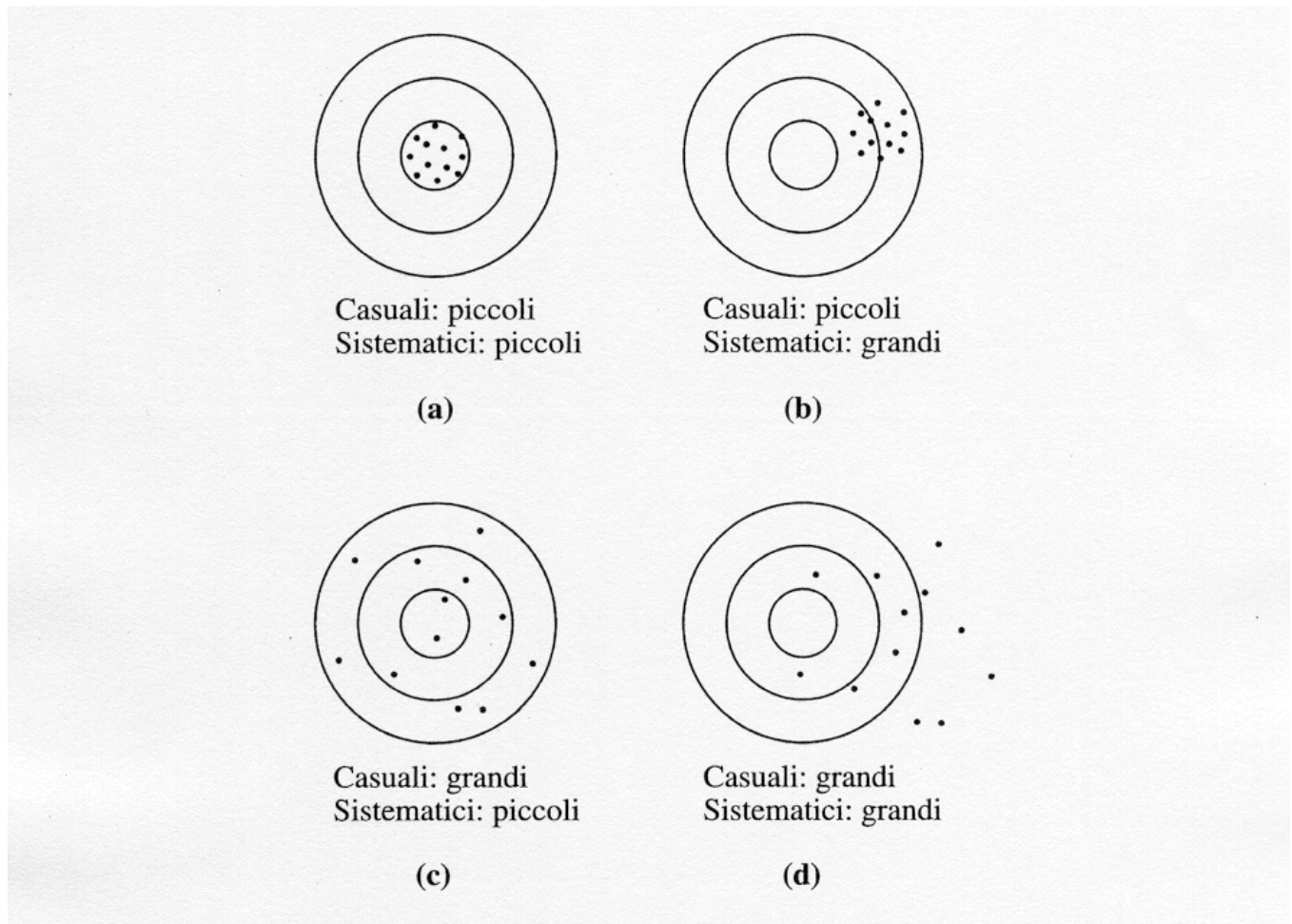
- potenze

$$f = x^n$$

$$\frac{\delta f}{|f|} = |n| \frac{\delta x}{|x|}$$

ANALISI STATISTICA DEGLI ERRORI

→ errori casuali ed errori sistematici



Gli errori casuali sono determinati da cause che fanno arrivare i colpi a caso in punti diversi, quelli sistematici da cause che deviano i colpi sempre da una parte.

La trattazione dei due tipi di errore sarà allora totalmente **differente**:

→ gli **errori casuali** possono essere stimati attraverso misure ripetute e analizzati attraverso metodi statistici

→ gli **errori sistematici** sono difficili da rilevare e da valutare, dipendendo essenzialmente dall'accuratezza della misura e dalla qualità della strumentazione usata.

Per l'analisi degli errori casuali si ricorre al **calcolo delle probabilità**, che permette di fare previsioni su base matematica, potendosi così rendere quantitative le osservazioni in situazioni che possono essere grandemente variabili, ma che hanno un determinato comportamento medio.