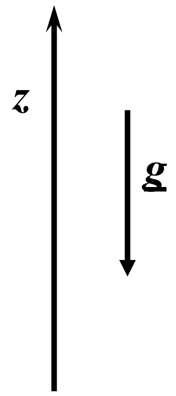
<u>FLUIDO</u>STATICA

Eq. Bilancio Q. d. M.

$$\cancel{\frac{\partial(\rho \underline{V})}{\partial t}} + \cancel{\underline{\nabla}\cdot(\rho \underline{V}\,\underline{V})} + \underline{\nabla} p - \cancel{\underline{\nabla}\cdot\underline{\underline{\tau}}_d} = \rho\,\underline{g}$$

Fluido in quiete ⇨ $\frac{\partial(\rho \underline{V})}{\partial t} = 0 \;;\; \underline{\nabla}\cdot\underline{\underline{\tau}}_d = 0 \;;\; \underline{\nabla}\cdot(\rho \underline{V}\,\underline{V}) = \mathbf{0}$

$$\boxed{\underline{\nabla} p - \rho\,\underline{g} = 0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{array}{l} \dfrac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \dfrac{\partial p}{\partial z} + \rho\,|g| = 0 \end{array}}$$



<u>Equazioni della fluidostatica</u>

<u>IDRO</u>STATICA

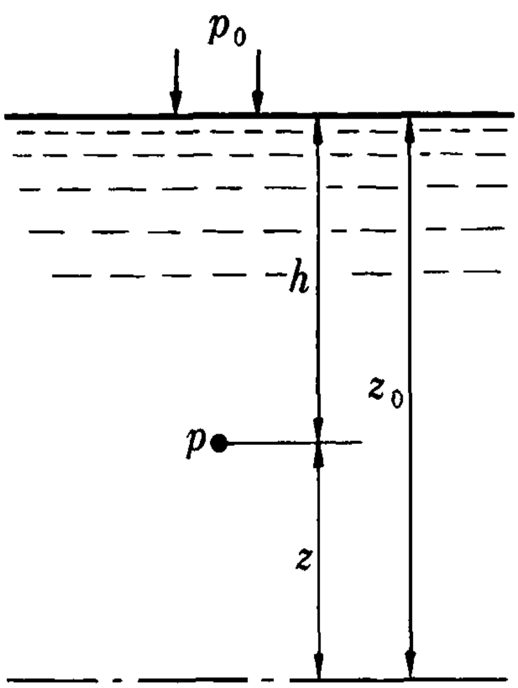
$$\frac{\partial p}{\partial z} + \rho\,|g| = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{dp}{dz} + \rho\,g = 0$$

Ipotesi: densità costante, g costante

$$p = -\rho\,g \int dz = -\rho\,g\,z + C$$

$$p = p_0 \;\; per \;\; z = z_0 \quad \rightarrow \quad C = p_0 + \rho\,g\,z_0$$

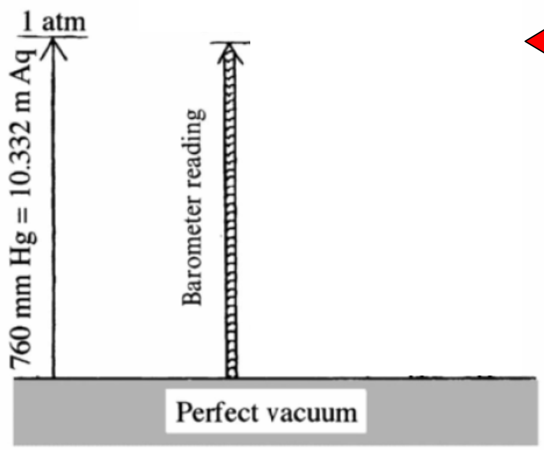
$$\boxed{p = p_0 + (z_0 - z)\rho\,g = p_0 + \rho\,g\,h}$$



<u>Legge di Stevino</u>

<u>A parità di altezza nello stesso fluido, stessa pressione</u>

MISURA DELLA PRESSIONE
PRESSIONE ASSOLUTA E PRESSIONE RELATIVA



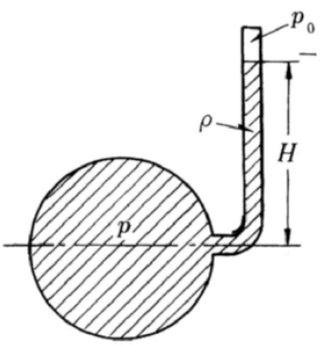
Pressione atmosferica
(1.013 x $10^5 N/m^2$)

Vuoto perfetto

gauge = relativa (quella letta da un usuale manometro)

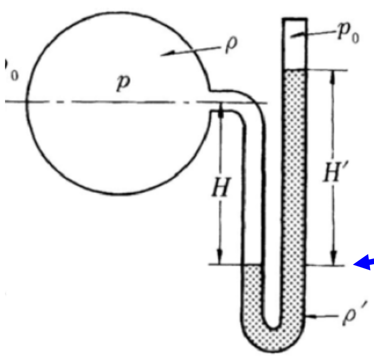
Pressione assoluta = Pressione atmosferica + Pressione relativa

MISURA DELLA PRESSIONE



$$\boxed{p = p_o + \rho g H}$$

Oppure con liquido manometrico con densità ρ'



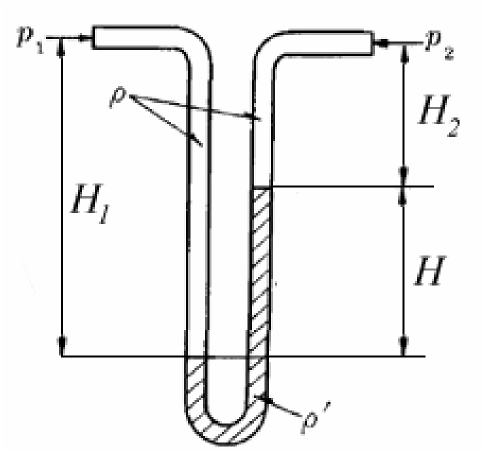
$$p + \rho g H = p_o + \rho' g H'$$

$$\boxed{p = p_o + \rho' g H' - \rho g H}$$

se $\rho g H << \rho' g H'$

$$\boxed{p = p_o + \rho' g H'}$$

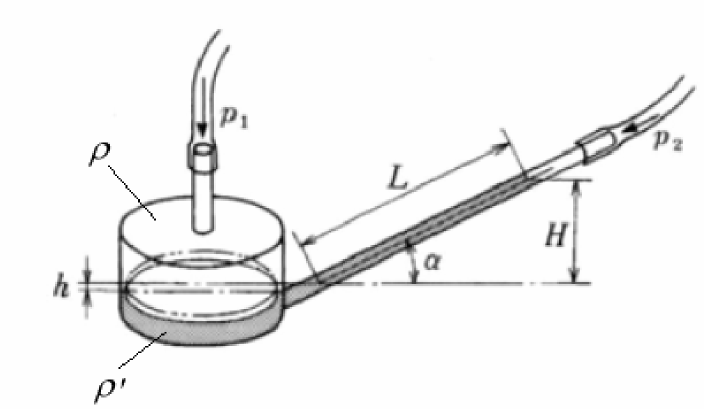
MISURA DELLA PRESSIONE
Manometri differenziali



$$p_1 + \rho\, g\, H_1 - \rho'\, g\, H - \rho\, g\, H_2 = p_2$$

$$\boxed{p_1 - p_2 = (\rho' - \rho)\; g\, H}$$

se $\rho \ll \rho'$ $\rightarrow$ $\boxed{p_1 - p_2 = \rho'\, g\, H}$



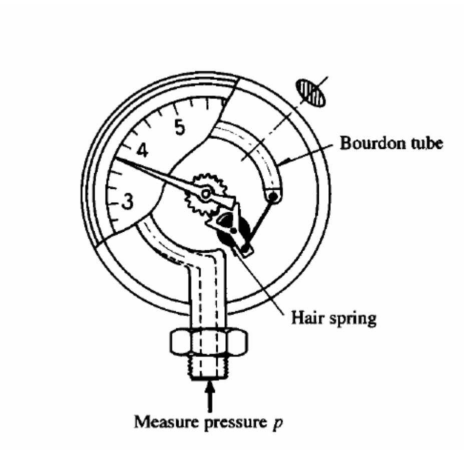
$$H \gg h \quad ; \quad \rho \ll \rho'$$

$$H = L \sin \alpha$$

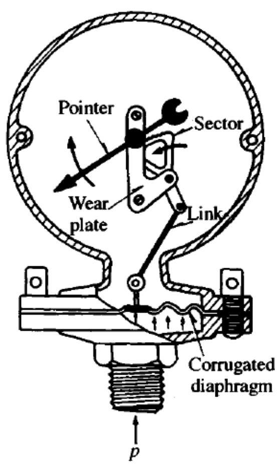
$$\boxed{p_1 - p_2 = \rho'\, g\, L \sin \alpha}$$

MISURA DELLA PRESSIONE

Manometri



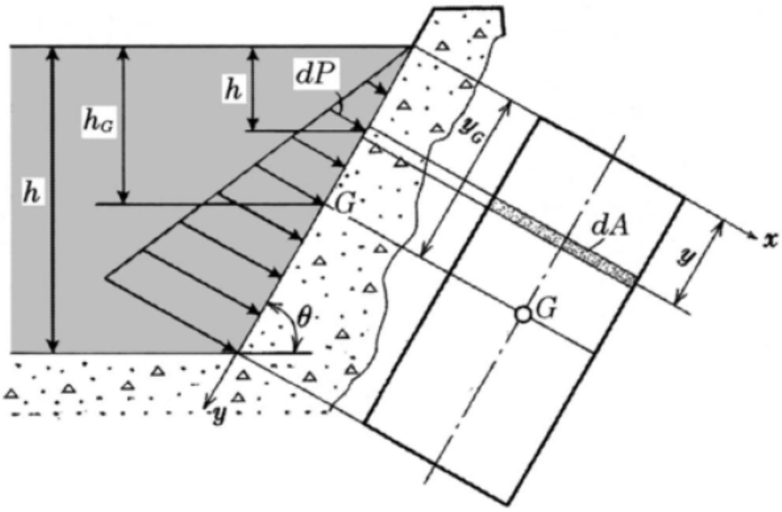
Manometro Bourdon



Manometro a diaframma

Trasduttore

SPINTE SU SUPERFICI IMMERSE

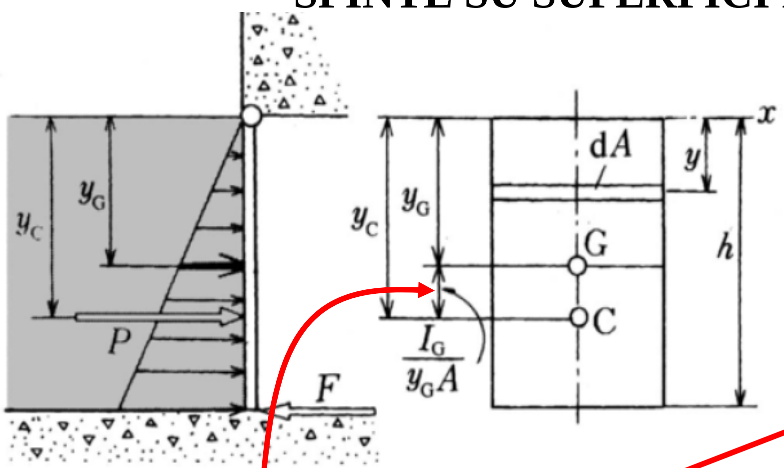


$$dP = \rho\, g\, h\, dA = \rho\, g\, y \sin\theta\, dA$$

$$P = \int_A dP = \int_A \rho\, g\, y \sin\theta\, dA = \rho\, g \sin\theta \int_A y\, dA \qquad y_G = \frac{1}{A}\int_A y\, dA$$

$$\boxed{P = \rho\, g \sin\theta\; y_G\; A = \rho\, g\, h_G\; A}$$

SPINTE SU SUPERFICI IMMERSE



$$dP = \rho\, g\, y\, dA$$

$$P = \rho\, g\;\; y_G\; A$$

$$dM_x = dP\;\, y = \rho\, g\, y\, dA\, y$$

$$M_x = \int_A y dP = \int_A \rho\, g\, y^2\, dA = \rho\, g \int_A y^2\, dA = \rho\, g\, I_x$$

$$M_x = P\; y_C = \rho\, g\, I_x$$

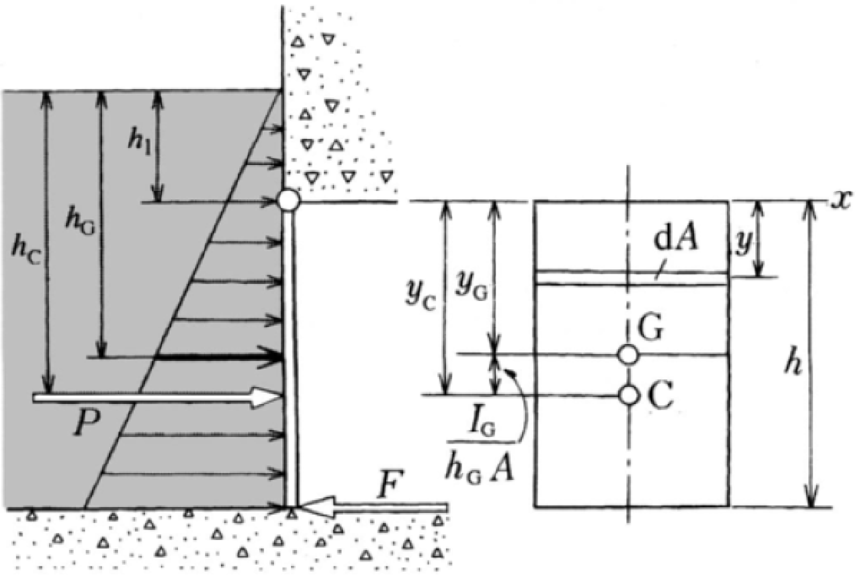
Ricordando che $I_x = I_G + A\, y_G^2$

$$\boxed{y_C = y_G + \frac{I_G}{A\, y_G}}$$

Area rettangolare
$A = b\, h$

$$\boxed{y_C = y_G + \frac{bh^3}{12\, A\, y_G} = y_G + \frac{h^2}{12\, y_G}}$$

SPINTE SU SUPERFICI IMMERSE

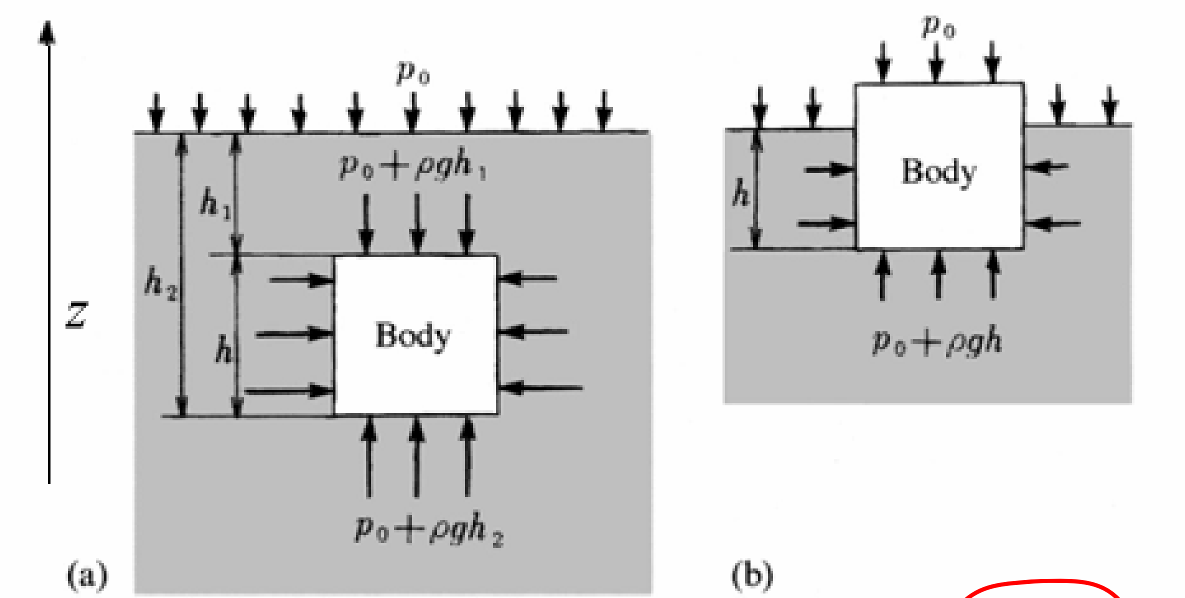


$$y_C = y_G + \frac{bh^3}{12\ A\ y_G} = y_G + \frac{h^2}{12\ y_G} \quad \Rightarrow \quad \boxed{y_C = y_G + \frac{h^2}{12\ h_G}}$$

se $h_1 = 0$ $\quad \boxed{y_C = y_G + \frac{h}{6}}$

SPINTE SU CORPI IMMERSI

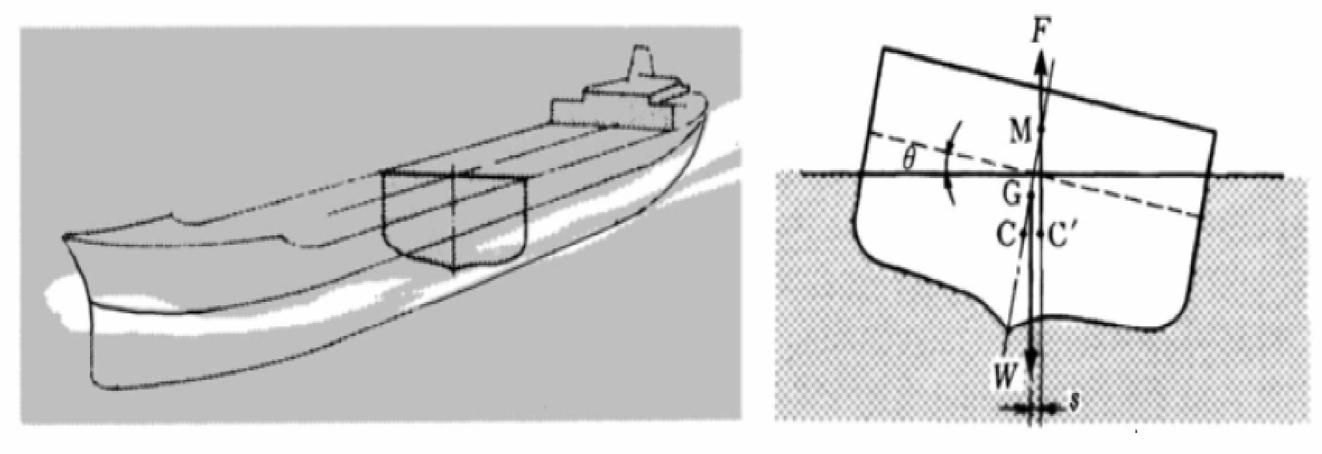
Principio di Archimede



$$\boxed{F_z = -(p_0 + \rho\, g\, h_1)A + (p_0 + \rho\, g\, h_2)A = \rho\, g\, h\, A = \rho\, g\, \mathcal{V}}$$

V = *Volume di fluido spostato*

STABILITA' DI CORPI IMMERSI



C e C' - baricentri della parte immersa

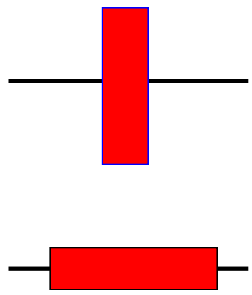
G - baricentro del corpo

W - forza peso

F - forza di galleggiamento = ***W***

M – metacentro (punto di incontro tra la ***F*** e la **CG**)

Distanza **GM** - altezza metacentrica



APPLICAZIONI SU MISURE DI PRESSIONE

Nome dell'unità di misura	**Unità**	**Conversione**
Pascal	Pa	1 Pa = 1 N/m^2
Bar	bar	1 bar = 0,1 MPa
Metri d'acqua	m di H_2O	1 m di H_2O = 9806.65 ~~M~~Pa
Pressione atmosferica	atm	1 atm = 101.325 Pa
Metri di mercurio	m di Hg	1 m di Hg = 1/0,76 atm
Torr	torr	1 torr = 1 mm Hg

1 atm = 760 mm di Hg (a 273,15 K, g = 9,80665 m/s^2) = 101 325 Pa

APPLICAZIONI SU MISURE DI PRESSIONE

Quanto vale la pressione assoluta nel mare a 6500*m* di profondità?

La densità dell'acqua marina è ρ =1030*kg/m³*

$$p = p_{atm} + \rho\, \boldsymbol{g}\, \boldsymbol{h} =$$
$$= 101\,325 + 1030 \times 9.81 \times 6500$$
$$= 65780000\,\boldsymbol{Pa} = 649.2\,\boldsymbol{atm}$$

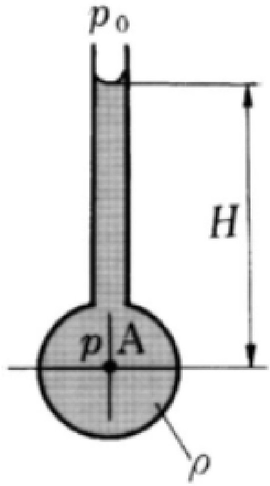
APPLICAZIONI SU MISURE DI PRESSIONE

Calcolare la pressione assoluta nel punto A

Fluido mercurio ρ = 13600*kg/m*^{3},

H = 2500*mm*,

p_o= 1*atm*



$p_A = p_o + \rho g H$

$= 101325 + 13600 \times 9.81 \times 2.5$

$= 434865 Pa$

APPLICAZIONI SU MISURE DI PRESSIONE

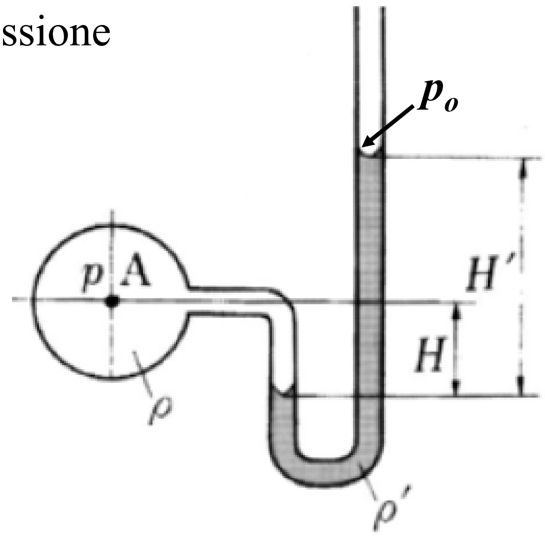
Calcolare la pressione relativa e la pressione assoluta nel punto A

Fluido mercurio $\rho' = 13600 kg/m^3$

Fluido acqua $\rho = 1000 Kg/m^3$

$H' = 3m$; $H = 1m$

$p_o = 1 atm$



p_A (assoluta) $= p_o + \rho' g H' - \rho g H =$

$= 101.325 + 13.600 \times 9.81 \times 3 - 1000 \times 9.81 \times 1$

$= 101.325 + 400.248 - 9.810 = 491.763 Pa$

p_A (relativa) $= \rho' g H' - \rho g H =$

$= 13.600 \times 9.81 \times 3 - 1000 \times 9.81 \times 1 =$

$= 400.248 - 9810 = 390.438 Pa$

APPLICAZIONI SU MISURE DI PRESSIONE

Calcolare la differenza pressione tra i punti 1 e 2

Fluido sotto acqua $\rho' = 1000 kg/m^3$

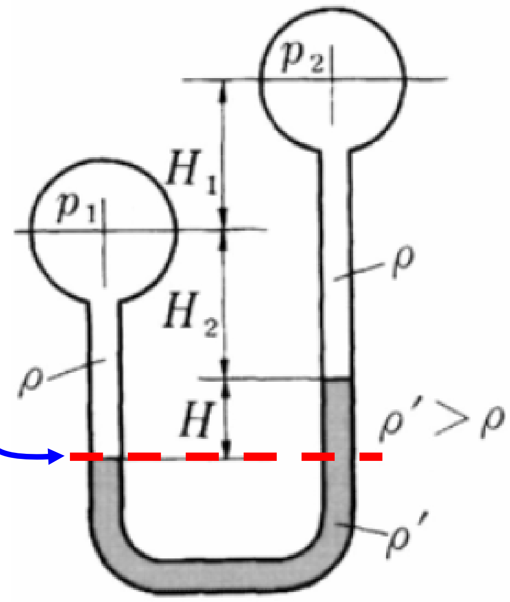
Fluido sopra olio $\rho = 750 Kg/m^3$

$H_1 = 0.75m$, $H_2 = 0.8m$, $H = 0.5m$

$$p_1 + \rho g (H + H_2) = p_2 + \rho g (H_1 + H_2) + \rho' g H$$

$$p_1 + \rho g (H + H_2) - \rho' g H - \rho g (H_1 + H_2) = p_2$$

$$p_1 - p_2 = -\rho g (H + H_2) + \rho' g H + \rho g (H_1 + H_2)$$



$$p_1 - p_2 = -750 \times 9.81 (0.5 + 0.8) + 1000 \times 9.81 \times 0.5 + 750 \times 9.81 \times (0.75 + 0.8) =$$
$$= -9.565 + 4.905 + 11.404 = 6.744 Pa$$

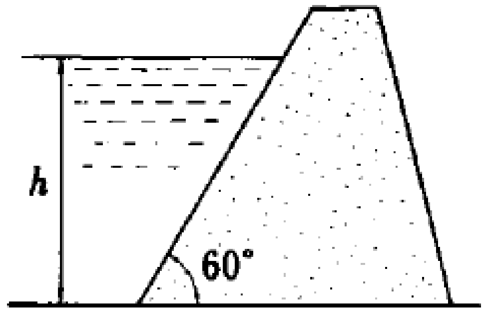
APPLICAZIONI SU SPINTE

Calcolare la forza P , per unità di lunghezza, esercitata dall'acqua sulla diga rappresentata in figura.

$h = 15m,\ \ L = 1m$

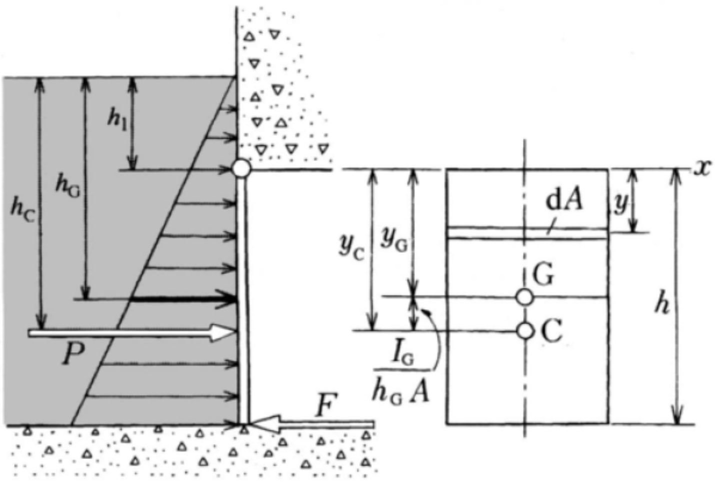
$\rho\ = 1000Kg/m^3$

$A = L \times h = 15m^2$



$$P = \rho\ g\ sin\ \theta\ y_G\ A = \rho\ g\ h_G\ A$$

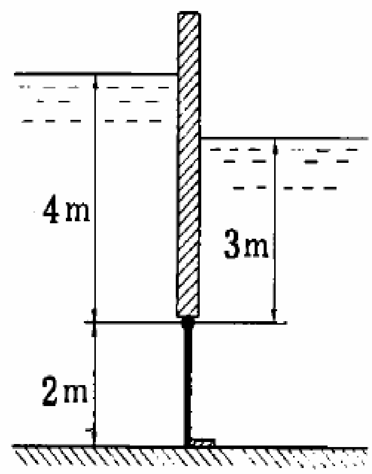
$P\ = 1000 \times 9.81 \times 7.5 \times (15 \times 1) = 1.103.625N = 112.5ton$



$$\boxed{y_C = y_G + \frac{h^2}{12\ h_G}}$$

APPLICAZIONI SU SPINTE

Calcolare la reazione vincolare per unità di lunghezza da applicare alla chiusa in figura per mantenerla in posizione.



Baricentro lato destro $y_{gd} = 4m$

Forza lato destro $F_d = 1000x4x9.81x(2x1) = 78.480N$

Forza lato sinistro $F_s = 1000x5x9.81x(2x1) = 98.100N$

Baricentro lato sinistro $y_{gs} = 5m$

Centro spinta lato destro $y_{cd}= 1+4/(12x4) = 1.08333m$

Centro spinta lato sinistro $y_{cs}=1+4/(12x5) = 1.06666m$

$F_s \times y_{cs} – F_d \times y_{cd}= R \times 2$

R = (98100 x 1.0666 – 78480 x 1.08333)/2 = 9807*N*

.

APPLICAZIONI SULLE FORZE DI GALLEGGIAMENTO

Un iceberg, avente una densità pari a 920kg/m^3, galleggia nel mare (densità 1030Kg/m^3). Se il volume immerso è di 100m^3.

Quale è il volume totale dell'iceberg?

Il peso viene bilanciato dalle forze di galleggiamento

Forza Peso = Volume x densità ghiaccio x *g*

Forza di galleggiamento = Volume immerso x densità mare x *g*

Forza Peso = *Forza di galleggiamento* → $\rho' V' = \rho V$

Volume = (Volume immerso x densità mare)/densità ghiaccio =

= 100 X 1030/920 = 112.0m^3

APPLICAZIONI SULLE FORZE DI GALLEGGIAMENTO

Quale è la spinta per m^3 dell'elio in atmosfera a 20°C e 1atm assoluta?

$\rho_{aria} = 1.2 kg/m^3$

$\rho_{\mathrm{elio}} = 1.013 \times 10^5/(8313/4 \times 293.15) = 0.1663 kg/m^3$

$S = (\rho_{aria} - \rho_{\mathrm{elio}})\, g = (1.2 - .1663) \times 9.81 = 10.14 N/m^3$